АЭРОФОТОСЪЕМКА

УДК 528.7+622.1:526

Е. И. СМИРНОВ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВЫРАБОТАННЫХ ОБЪЕМОВ ГОРНОЙ МАССЫ

В настоящее время объем выработанных масс определяют главным образом фотограмметрическими методами.

На производстве наиболее широко распространен графоаналитический метод, при котором по стереопарам двух смежных по времени фотосъемок карьера получают площади верхнего и нижнего оснований выработанного массива и его высоту.

Тогда искомый объем за период между фотосъемками

$$V = \frac{h}{2}(S_1 + S_2), \tag{1}$$

где S_1 — площадь верхнего основания; S_2 — площадь нижнего основания; h — высота выработанного массива (земляной призмы).

Высоту h определяют по следующей формуле:

$$h = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} Z_{\text{ф}i}}{n} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m} Z'_{\text{ф}j}}{m}, \tag{2}$$

где $Z_{\text{ф}i}$ — фотограмметрические отметки пикетов по верхнему уступу (до выработки); $Z'^{\prime}_{\text{ф}}$ — фотограмметрические отметки пикетов по нижнему уступу (после выработки); n, m — соответственное количество пикетов на верхнем и нижнем уступах.

Точность измерения площадей полярным планиметром при одной обводке фигуры характеризуется средней квадратической погрешностью, значение которой можно вычислить по формуле А. В. Маслова [4].

$$m_{S_p} = 0{,}7\,C + 0{.}001\,M\sqrt{S} + 0{,}0003\,C, \tag{3}$$

где C — цена деления планиметра; S — площадь фигуры; M — знаменатель масштаба плана.

Относительная погрешность определения площади при помощи планиметра составляет примерно 1/200 величины площади в масштабе плана.

Как показывают многочисленные производственные работы по подсчету объемов, точность графоаналитического метода находится в пределах 3 . . . 4%.

Известны более точные методы определения объемов по фототеодолитным снимкам, изложенные в работах [2, 5], однако в них преобладает большой объем вычислений и, кроме того, не представляется возможным в едином процессе получить дополнительный план разработки карьера.

Успешная разработка и внедрение цифрового моделирования позволяют использовать аналитические методы получения объемов выработанной горной массы, дающие одновременно и пополнительные планы карьеров на графопостроителях.

Для более точного описания истинного тела выработанной горной массы, очевидно, боковую поверхность его необходимо описать поверхностью второго порядка, а все тело заменить эквивалентным усеченным параболоидом. С этой целью можно использовать метод, основанный на применении формулы Симпсона

$$V = \frac{h\Delta x}{18}\sum_{i=1}^{2n}\sum_{j=1}^{2}\Delta y_{ij}\lambda_j' + \varepsilon', \tag{4}$$

где V — объем эквивалентного тела; h — высота эквивалентного тела; Δx — фиксированное значение приращения аргумента (шаг) по оси X; Δy_{ij} — значение ординаты на стандартных точках; λ_{ij} — коэффициенты, соответствующие элементам матрицы

$$\Lambda' = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 4 & 2 \cdots 2 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 8 & 16 & 8 \cdots 8 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 4 & 2 \cdots 2 & 4 & 1 \end{bmatrix};$$

ε' — остаточный член (систематическая погрешность метода). Если расписать значение суммы в этой формуле и представить произведение $\Delta x \cdot (\Delta y_{ij} + \Delta y_{i+1,\,j+1})/2$ как площадь некоторых фигур, получим после преобразования следующую формулу:

$$V = \frac{h}{9}\left(S_1 + 4S_3 + S_2 + 2\sum_{i=0}^{2n}\sum_{i=0}^{2}\Delta x y_{ij}\lambda''_{ij}\right) + \varepsilon'', \tag{5}$$

где S_1 — площадь верхнего основания эквивалентного тела; S_2 — площадь нижнего основания эквивалентного тела; S_3 — площадь среднего сечения эквивалентного тела;

$$\Lambda' = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \cdots 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \cdots 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \cdots 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Как показывают расчеты, точность определения объемов выработанной горной массы по методике, основанной на примене-

9—3157

ции формулы Симпсона, в два-три раза выше, чем по формуле [1].

Недостаток этой методики подсчета объемов — жесткие требования к числу определяемых стандартных точек, а также необходимость выдерживания одинакового постоянного «шага» при обработке снимков до́ и после выработки.

Для устранения этих ограничений, которые существенно затрудняют непосредственное измерение на снимке, предположим, что вертикальные сечения уступа достаточно точно описываются кривыми второго порядка, а горизонтальные сечения — ломаной линией первого порядка. Исходя из этого допущения, рассмотрим объем выработанной горной массы как двойной интеграл по замкнутому контуру:

$$V = \int\limits_{x}^{x+k} dx \int\limits_{z-n}^{z+n} f(x, z)\, dz, \tag{6}$$

где $f(x, z)$ — функция, описывающая выработанную горную массу.

Вычисляя приближенные значения интеграла (6), получаем

$$V = \sum_{i=0}^{k} \sum_{j=0}^{2n} \frac{kn}{6} \Delta y_{ij} \lambda_{ij} + \varepsilon, \tag{7}$$

где k — расстояние между точками по оси X; n — расстояние между точками по оси Y; Δy_{ij} — значение ординат на стандартных точках; λ_{ij} — коэффициенты, соответствующие элементам матрицы

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \cdots 2 & 1 \\ 4 & 8 & 8 & 8 \cdots 8 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \cdots 2 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\varepsilon = -\frac{k^2 n}{6} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{k^4 n}{12} \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} + \frac{k^2 n^3}{5} \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial z^2} + \cdots.$$

Эта формула названа формулой Кеплера. Преобразуем ее таким же образом, как и формулу Симпсона (5), введя те же обозначения:

$$V = \frac{h}{6}(S_1 + 4S_3 + S_2) + \varepsilon, \tag{8}$$

где h — высота эквивалентного тела; S_1 — площадь верхнего основания эквивалентного тела; S_2 — площадь нижнего основания эквивалентного тела; S_3 — площадь срединного сечения эквивалентного тела; ε — остаточный член (систематическая погрешность метода).

Получим среднюю квадратическую погрешность этого метода

$$m_V^2 = \frac{h^2}{4} m_S^2 + \frac{S^2}{4} m_h^2. \tag{9}$$

Площади сечений определяем аналитически по известным формулам, используя координаты точек контура:

$$S = 1/2 \sum_{i=1}^{n} [(y_{i+1} - y_{i-1}) x_i] = 1/2 \sum_{i=1}^{n} [(x_{i+1} - x_{i-1}) y_i]. \tag{10}$$

Тогда

$$m_S^2 = 0{,}25\,[m_X^2 (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + \cdots) + m_Y^2 (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots)].$$

Считая, что пикетные точки набираются с примерно одинаковым шагом по оси X, сделаем замену при $x_0 = 0$;

$$x_1^2 = (x_0 + 0)^2 \quad = 0;$$
$$x_2^2 = (x_0 + \Delta x)^2 \quad = \Delta x^2;$$
$$x_3^2 = (x_0 + 2\Delta x)^2 = 4\Delta x^2;$$
$$x_4^2 = (x_0 + 3\Delta x)^2 = 9\Delta x^2;$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$x_n^2 = (x_0 + (n-1)\Delta x)^2 = (n-1)^2 \Delta x^2,$$

или

$$[x^2] = \sum_{i=1}^{n} (x_0 + i\Delta x)^2 = \left(\frac{n(n-1)}{2} \Delta x\right)^2,$$

где Δx — среднее значение $x_i - x_{i+1}$.

Кроме того, полагая $y_i \approx y$, $m_h = m_x = m$, окончательно будем иметь

$$m_V = 0{,}5 \sqrt{(4S + ny^2 h^2) m^2 + \left(\frac{n(n-1)}{2} \Delta x^2\right) h^2 m_Y^2}. \tag{11}$$

Метод, основанный на применении формулы Кеплера, точнее описывает выработанный объем. Наибольший эффект от его использования будет получен в том случае, когда последующие взрывные работы несколько опережают выемку разрыхленной взрывом породы. В таких случаях объем определяется, когда начальная и конечная границы вынутой горной массы проходят по разрыхленному борту. Апробирование метода проводилось на макетах, которые представляли собой два уступа — до́ и после выработки. Эти уступы составлены из правильных элементарных фигур. Для получения макетов использованы реальные фототеодолитные снимки рабочего борта карьера Сорского молибденового комбината.

Длина уступа первого макета составляет 40 м, высота в среднем 6 м с перепадами +0,5 м, глубина «уходки» находится в пределах 10...15 м. Длина уступа второго макета 110 м, высота 20 м с перепадами превышений ±0,8 м, глубина «уходки» от 0 до 35 м.

В таблице приведены результаты, полученные при определении объема выработанной горной массы на макете по трем формулам (2), (5), (8). Кроме того, объем вычислен и по существующей методике графоаналитического метода, используя исходные данные второго макета.

Как видим, методы, основанные на применении формулы Симпсона и Кеплера, дают почти одинаковый результат. Но последняя методика допускает произвольное местоположение пикетных точек, что позволяет исполнителю при минимальном числе пикетов точно отобразить форму эквивалентного тела. Недостатком этих методов следует считать увеличение объема измерений примерно на 50% по сравнению с методикой, основанной на применении формулы (1), так как кроме нижней и верхней бровок уступа пикетные точки набираются также и по его середине. Указанный недостаток будет не столь существенным, если эту методику применять комплексно с другими видами маркшейдерских работ.

Определение объема вынутой горной массы по макетам

	Истинный объем	$V = \frac{h}{2}(S_1 + S_2)$	$V = \frac{h}{9}(S_1 + 4S_2 + S_3 + \Sigma)$	$V = \frac{h}{6}(S_1 + 4S_2 + S_3)$	Объем получен графоаналитическим методом
V, м³	3369,296 45596,3	3251,888 44664.6	3376,872 —	3349,885′ 45142,3	— 44486,6
ΔV, м²		117,408 891,7	7,586 —	10,211 424,0	— 1079,7
$\frac{\Delta V}{V}$, %		3,5 2,0	0,2 —	0,3 0,9	— 2,4

Список литературы: 1. *Демидович Б. П., Марон Л. А.* Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1970. 2. *Панкратьев Ю. Н., Пузанов Б. С., Сердюков В. Н.* Инженерная фотограмметрия. — Львов: Изд-во Львов. ун-та, 1964. 3. *Сальвадори М. Дж.* Численные методы в технике. — М.: ИЛ, 1955. 4. Справочник геодезиста. — М.: Недра, 1966. 5. *Цилль В.* Инженерная геодезия. — М.: Недра, 1974.

Статья поступила 10 марта 1980 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ГЕОДЕЗИЯ