УДК 625.113:528.236.3

А. В. ГОЖИЙ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ ДЛЯ ДЕТАЛЬНОЙ РАЗБИВКИ КРУГОВОЙ КРИВОЙ ОТ ХОРД

Детальная разбивка круговой кривой по прямоугольным координатам от хорд (секущих) относится к числу наиболее точных способов разбивки. Как правило, этот способ применяется в стесненных условиях (в туннелях, в глубоких

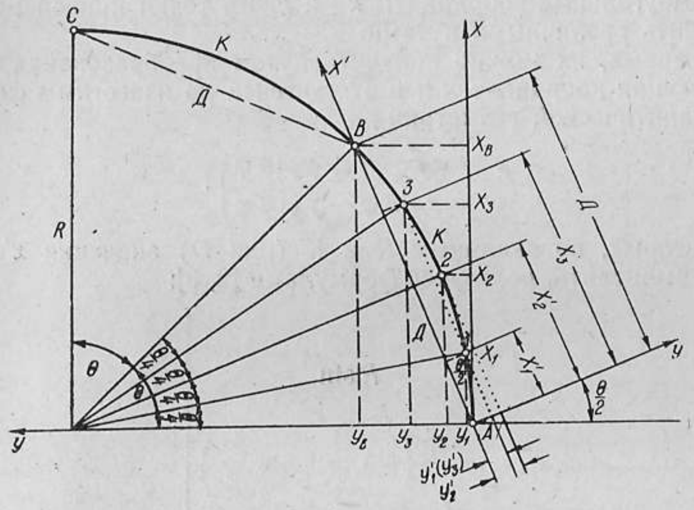

Рис. 1. Схема определения прямоугольных координат точек круговой кривой от тангенса и от хорд (секущих).

выемках, на высоких насыпях, на застроенных, залесенных, горных и других подобных участках), когда невозможно произвести детальную разбивку кривой по прямоугольным координатам от тангенса. Сущность его состоит в следующем.

Дугу круговой кривой (рис. 1), подлежащую детальной разбивке, разделяют хордами D на несколько меньших, чаще всего равных между собой дуг K, и относительно этих хорд D определяют положение любой точки дуги K через ее прямоугольные координаты x' и y'. При этом за ось X' принимают направление хорды D, за ось Y' — направление, ей перпендикулярное.

Обычно длину хорд D выбирают произвольно (100 *м* и более), заботясь в основном о том, чтобы наибольшая ордината соответствовала возможностям измерений в стесненных условиях. Направления хорд D в процессе разбивки задают с помощью теодолита, предварительно определив угол между направлениями тангенса и хорды D (угол $\Theta/2$) и угол между двумя смежными хордами (угол $180° - \Theta$).

Величину угла Θ (центрального угла, стягиваемого хордой D) определяют либо по формуле

$$\sin\frac{\Theta}{2}=\frac{D}{2R}, \tag{1}$$

если заданы длина хорды D и радиус кривой R, либо по формуле

$$\Theta=\frac{180^\circ}{\pi}\cdot\frac{K}{R}, \tag{2}$$

если известны длина дуги кривой K и радиус кривой R *.

Прямоугольные координаты x_i' и y_i' i-й точки кривой можно определить различными путями.

Во-первых, их можно получить путем преобразования соответствующих координат x и y от тангенса по известным формулам аналитической геометрии

$$\left.\begin{aligned} x' &= x\cos\varphi + y\sin\varphi \\ y' &= x\sin\varphi - y\cos\varphi \end{aligned}\right\}. \tag{3}$$

Во-вторых, по заданным R и K (или D) значения x' и y' можно вычислить, пользуясь формулами [2, 3]:

$$\left.\begin{aligned}
x'_{n/2} &= R\sin\frac{\Theta}{2} \\
x'_{n/2\pm1} &= R\left(\sin\frac{\Theta}{2}\pm\sin\frac{\Theta}{n}\right) \\
x'_{n/2\pm2} &= R\left(\sin\frac{\Theta}{2}\pm\sin\frac{2\Theta}{n}\right) \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
y'_{n/2} &= R\left(1-\cos\frac{\Theta}{2}\right) \\
y'_{n/2\pm1} &= R\left(\cos\frac{\Theta}{n}-\cos\frac{\Theta}{2}\right) \\
y'_{n/2\pm2} &= R\left(\cos\frac{2Q}{n}-\cos\frac{\Theta}{2}\right) \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

и формулой (2) или (1).

---

* Для некоторых значений K и R соответствующие величины углов Θ приведены в таблицах [1—3].

В формулах (3) и (4) φ — угол поворота координатных осей X' и Y' по отношению к осям x и y, равный в нашем случае $\frac{\Theta}{2}$, n — количество равных участков, на которые разделена кривая K, опирающаяся на угол Θ и стягиваемая хордой D.

В-третьих, x' и y' можно определить с помощью специальных таблиц [2, 3], составленных на основе формул (2) и (4), или им подобных.

Прямоугольные координаты x' и y' можно определить еще одним способом. Координаты x'_i и y'_i i-й точки кривой весьма удобно находить через координаты x'_{i-1} и y'_{i-1} $(i-1)$-й точки и соответствующие приращения координат $\Delta x_{(i-1),i}$ и $\Delta y_{(i-1),i}$, учитывая, что

$$\left.\begin{array}{ll} x'_1 = x'_0 + \Delta x_{01}; & y'_1 = y'_0 + \Delta y_{01} \\ x'_2 = x'_1 + \Delta x_{12}; & y'_2 = y'_1 + \Delta y_{12} \\ x'_3 = x'_2 + \Delta x_{23}; & y'_3 = y'_2 + \Delta y_{23} \\ \dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\ x'_i = x'_{i-1} + \Delta x_{(i-1)i}; & y'_i = y'_{i-1} + \Delta y_{(i-1)i} \end{array}\right\} \qquad (5)$$

Поскольку координаты начальной точки кривой x'_0 и y'_0 обычно принимают равными нулю, то задача определения прямоугольных координат точек кривой по формулам (5) фактически сводится к определению приращений координат для всех смежных точек кривой и к последовательному суммированию этих приращений.

Как известно, чтобы определить приращения прямоугольных координат Δx и Δy между двумя точками, достаточно знать горизонтальное положение и направление линии, соединяющей эти точки. Применительно к рассматриваемому случаю это означает, что для определения приращений координат между двумя смежными точками круговой кривой необходимо знать длину хорды d, соединяющей смежные точки и ее направление относительно оси X' — ориентирующий угол α (рис. 2).

Длина хорды d выбирается в зависимости от требуемой детальности разбивки, а направления хорд d легко установить, зная величины центральных углов, на которые опираются большая хорда D и малые хорды d (на рис. 2 эти углы равны 8β и 2β соответственно). Направление первой хорды d — угол α_{01} будет равен разности половинных углов, на которые опираются хорды D и d, то есть $\alpha_{01}=4\beta-\beta=3\beta$. Каждый последующий угол α будет меньше предыдущего на величину угла, на который опирается хорда d (в рассматриваемом случае на угол 2β), то есть $\alpha_{12}=\alpha_{01}-2\beta$, $\alpha_{23}=\alpha_{12}-2\beta$ и т. д.

Вполне понятно, что для упрощения вычислений величины хорд d и D целесообразно выбирать с таким расчетом, чтобы угол, на который опирается хорда d (угол 2β), укладывался целое число раз в угле, на который опирается хорда D (угол 8β).

По заданной длине хорд d и их направлениям α несложно вычислить приращения Δx и Δy, пользуясь известными соотношениями:

$$\left.\begin{array}{ll}
\Delta x_{01}=d\cos\alpha_{01}; & \Delta y_{01}=d\sin\alpha_{01} \\
\Delta x_{12}=d\cos\alpha_{12}; & \Delta y_{12}=d\sin\alpha_{12} \\
\Delta x_{23}=d\cos\alpha_{23}; & \Delta y_{23}=d\sin\alpha_{23} \\
\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots\dots \\
\Delta x_{(i-1)i}=d\cos\alpha_{(i-1)i}; & \Delta y_{(i-1)i}=d\sin\alpha_{(i-1)i}.
\end{array}\right\}, \tag{6}$$

а затем определить прямоугольные координаты всех точек кривой на основе формул (5).

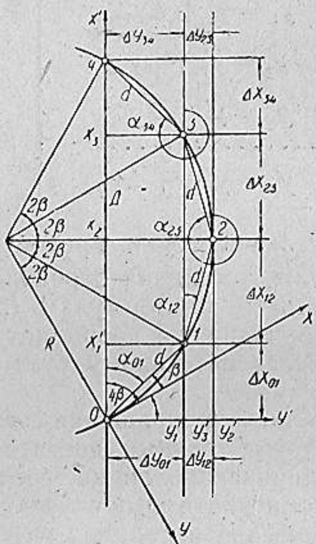

Рис. 2. Схема определения прямоугольных координат точек круговой кривой через приращения координат.

Определение прямоугольных координат точек кривой (для детальной разбивки кривой от хорды) через их приращения целесообразно по нескольким причинам.

1. Такой способ определения координат прост, надежен, всесторонне испытан и поэтому широко известен и применяем в геодезии. При разбивке кривых применение его возможно в таком же виде, как и при других видах геодезических работ, что весьма полезно с точки зрения унификации отдельных схем обработки геодезических измерений.

2. При заданной точности определения прямоугольных координат точек кривой вычисление их по формулам (5) и (6) — процедура значительно проще, чем вычисление координат по формулам (3) или (4). Это обусловлено несколькими обстоятельствами.

Во-первых, тем, что в основных формулах (6) фигурирует не радиус кривой R, а хорда детальной разбивки d — величина значительно меньшая, чем R.

Во-вторых, тем, что для вычисления приращений координат по формулам (6) с такой же точностью, как и вычисления координат по формулам (3) или (4), значения тригонометрических функций в (6) можно определять (в силу первого обстоятельства) во столько раз менее точно, по сравнению с таковыми в (3) или (4), во сколько раз хорда детальной разбивки d меньше радиуса кривой R.

В-третьих, тем, что значения ориентирующих углов α при использовании их в формулах (6) необходимо знать с меньшей точностью, чем значения углов Θ при вычислениях по формулам (4) (в силу второго обстоятельства).

3. В случае необходимости по тем же формулам (5) и (6) можно вычислить прямоугольные координаты x и y точек кривой от тангенса, предварительно определив относительно последнего соответствующие ориентирующие углы α всех хорд d. Это сделать несложно. Так, для определения направления хорд d относительно тангенса, следует изменить ориентирующие углы α этих хорд, относящиеся к первой хорде D, на величину, равную половине угла, стягиваемого хордой D (в рассматриваемом случае на 4β). А чтобы перейти от ориентирующих углов хорд d, полученных относительно второй, третьей, четвертой и т. д. хорд D, к ориентирующим углам хорд d относительно тангенса, первые необходимо изменить, соответственно на $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ значения угла, стягиваемого хордой D.

4. Вычисление приращений координат на основе формул (6) легко осуществить с помощью имеющихся «Таблиц приращений координат» или только с помощью четырехзначных «Таблиц тригонометрических функций».

ЛИТЕРАТУРА

1. Ганьшин В. Н., Хренов Л. С. Таблицы для разбивки круговых и переходных кривых. М., «Недра», 1966.

2. Дикарев В. В. Разбивка дорожных закруглений. Киев, Изд-во Киевского ун-та, 1960.

3. Митин Н. А. Таблицы для разбивки кривых на автомобильных дорогах. М., «Недра», 1971.

Работа поступила в редколлегию 25 ноября 1974 года. Рекомендована кафедрой планировки населенных мест Полтавского инженерно-строительного института.