

К АНАЛИЗУ ПОГРЕШНОСТЕЙ МАРШРУТНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ

Исследование погрешностей в сетях пространственной фототриангуляции вполне надежно выполняют методом статистических испытаний. При этом одно построение маршрута можно считать реализацией случайного процесса. Совокупность реализаций, при которых в координаты точек снимка каждый раз вводятся другие погрешности с сохранением их параметров распределения, представится для каждой координаты ансамблем случайных функций $U'(t)$. Таким образом, деформацию координат в сети пространственной фототриангуляции можно рассматривать как случайный процесс.

Процесс $U'(t)$, как и большинство физических процессов, нестационарный. В настоящее время не существует общей методики, которую можно было бы применить для анализа любых нестационарных процессов. Иногда для этой цели используют нестационарную спектральную плотность и нестационарную корреляционную функцию, определяемые путем осреднения значений по ансамблю выборочных функций. Часто для упрощения анализа статистические процессы полагают приближенно стационарными. Процесс $U'(t)$ можно представить как имеющий постоянный тренд, устраняющийся различного рода полиномами (конформными и неконформными).

После исключения тренда получим

$$\{U(t)\} = A\{U'(t)\}, \quad (1)$$

где A — полином, характеризующий тренд.

Исключение деформации координат маршрута различного рода полиномами позволяет относительно стабилизировать их дисперсии [1]. Процесс становится близким к стационарному, следовательно, его можно исследовать обычными методами.

Наиболее полно характеризует стационарный случайный процесс его корреляционная функция. Она дает возможность весьма эффективно выделять гармонические колебания в случайном процессе. Оценку нормированной корреляционной функции находят по значениям корреляционной матрицы, осредняя оценки

нормированной корреляционной матрицы вдоль параллелей главной диагонали [2].

При наличии в случайном процессе гармонических колебаний его корреляционная функция осциллирует независимо от значения сдвига.

Для описания частотной структуры процесса служит спектральная плотность. Появление дельта-функций в спектральной плотности на графике выражается острыми пиками, которые свидетельствуют о наличии в исследуемом процессе периодических или почти периодических составляющих, легко обнаруживаемых при визуальном анализе графика спектральной плотности.

Нормированная спектральная плотность $S(\omega)$ связана с нормированной корреляционной функцией $K(\tau)$ преобразованием Фурье [2]

$$S(\omega) = \left(\frac{2}{\pi}\right) \int_0^{\infty} K(\tau) \cos \omega\tau \, d\tau, \quad (2)$$

где ω — круговая частота.

Круговую частоту вычисляем по формуле

$$\omega = 2\pi f_c, \quad (3)$$

где f_c — частота Найквиста, определяемая из выражения

$$f_c = \frac{1}{2h}. \quad (4)$$

Здесь h — интервал дискретности.

Для определения основной гармоники воспользуемся формулой

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}. \quad (5)$$

Выполним анализ погрешностей в координатах маршрутной фототриангуляционной сети; моделирование которой приведено в работе [1]. Рассмотрим маршруты, уравненные по полиномам второй, третьей степени типа

$$\Delta X = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 X^2 + a_4 XY + a_5; \quad (6)$$

$$\Delta X = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 X^2 + a_4 XY + a_5 X^3 \quad (7)$$

и по конформному полиному

$$\Delta X = a_0 + aX + bY - cZ - e(X^2 - Y^2 - Z^2) + 0 + 2gZX + 2fXY,$$

$$\Delta Y = b_0 + bX + aY + dZ + f(-X^2 + Y^2 - Z^2) + 2gYZ + 0 + 2eXY;$$

$$\Delta Z = c_0 + cX - dY + aZ - g(-X^2 - Y^2 + Z^2) + 2fYZ + 2eZX + 0. \quad (8)$$

Длина маршрута при исключении деформации сети по полиному третьей степени составляет 13 стереопар и по полиномам второй степени и конформному — 9 стереопар.

Точки, по которым вычисляли корреляционную функцию, равномерно располагались вдоль маршрута. Из каждой стереопары выбирали по одной точке; точки размещали в одних и тех же зонах стереопар.

При расчете спектральной плотности по формуле (2) интервал круговой частоты выбирали примерно равным основной кру-

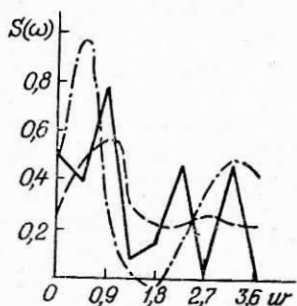


Рис. 1. Спектры погрешностей координаты X.

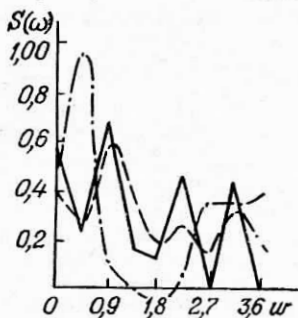


Рис. 2. Спектры погрешностей координаты Y.

говой частоте, соответствующей гармонике с периодом, равным длине всего интервала, т. е. длине маршрута. Для маршрута длиной 9 и 13 стереопар в соответствии с формулой (5) основная гармоника $\omega_{1(9)} = 0,7$ рад/ст $\omega_{1(13)} = 0,48$ рад/ст. Частоту Найквиста находили из выражения (4); интервал дискретности h равен одной стереопаре. Круговая частота, определяемая из выражения (3), составляет $\omega = \pi$.

На рис. 1 представлены графики спектральных плотностей погрешностей координат X, на рис. 2 — координат Y и на рис. 3 — координат Z, причем сплошная линия соответствует спектральной плотности погрешностей после исключения деформаций по полиному второй степени, штриховая —

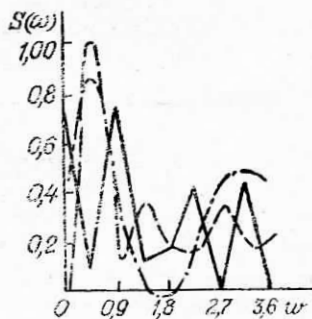


Рис. 3. Спектры погрешностей координаты Z.

конформному полиному и штрихпунктирная — спектральной плотности погрешностей после исключения деформации по полиному третьей степени.

Анализируя графики спектральных плотностей, показанных на рис. 1—3, видим, что после уравнивания координат по полиномам (5), (6), (7) в координатах сети остаются периодические составляющие, которые проявляются в виде пиков на графике.

Эти полиномы полностью не устраняют погрешностей координат точек маршрута. Пик на большинстве графиков спектральной плотности расположен на частоте 0,45 рад/ст для графиков полинома третьей степени и 0,9 для полиномов второй степени и конформного полинома. Это соответствует всей длине маршрута (13 стереопар) для полинома третьей степени и 7 стереопарам для полиномов второй степени и конформного. Второй пик на графиках спектральной плотности для полинома третьей степени намечается на частоте 3,1 рад/ст, т. е. погрешности при исключении деформации остаются уже на каждой второй стереопаре.

Сравнивая спектры погрешностей маршрутов, исключение деформаций которых приведено при помощи полиномов (6) и (8), можно отметить, что периодические составляющие погрешностей координат X и Y значительно меньше при использовании конформного полинома.

Список литературы: 1. *Бурштынская Х. В.* Исследование статистическим методом влияния случайных ошибок в маршрутной сети пространственной фототриангуляции. — *Геодезия и картография*, 1973, № 12. 2. *Венцель Е. С.* Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969. 3. *Сергеев В. И.* Основы инструментальной точности электромеханических цепей. — М.: Изд-во АН СССР, 1963.

Работа поступила в редколлегию 25 января 1980 года.