УДК 628.48

Н. Т. КОВТУН

РАСЧЕТ ТОЧНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ РАЗБИВКИ СТРОИТЕЛЬНОЙ СЕТКИ

При создании строительной сетки способом полигонометрии существует некоторое несоответствие между точностью угловых и линейных измерений. Если расчетная угловая точность получается низкой, то линейная — завышенной, и наоборот. В этом случае приходится за счет увеличения угловой точности понижать путем подбора линейную точность. Однако в результате подбора расчетные точности не всегда соответствуют необходимому разряду полигонометрии.

В этой работе мы рассмотрим простой способ расчета точности линейных и угловых измерений, применяя который можно обоснованно выбрать определенный разряд полигонометрии для выполнения измерений при построении строительной сетки.

В работах [1, 2] изложен один из способов расчета точности строительной сетки, в котором вначале методом приближений определяется минимальный вес одного из пунктов ее, а затем по формулам рассчитывается точность линейных и угловых измерений.

В соответствии с работой [1] зависимость между стандартным средним квадратическим оклонением σ_c положения пункта строительной сетки относительно начального и точностью линейных и угловых измерений выражена формулой

$$\sigma_c^2 \geqslant \frac{m_{l_0}^2}{P_{\min}} + \frac{m_\beta^2 \cdot l_0^2}{2P_{\min}\,\rho^2}, \tag{1}$$

в которой

σ_c — стандартное среднее квадратическое отклонение, заданное заранее или полученное расчетным путем;

m_{l_0} — средняя квадратическая погрешность измерения стороны сетки длиной l_0;

l_0 — длина стороны сетки, вес которой принят за единицу;

m_β — средняя квадратическая погрешность измерения углов;

$P_{\min}$ — минимальный вес пунктов строительной сетки;

$\rho = 206265''$.

Исходя из принципа равного влияния погрешностей линейных и угловых измерений, точность этих измерений находится соответственно по формулам работы [1]

$$m_{l_0} \leqslant \frac{\sigma_c}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{P_{\min}}, \quad (2) \qquad m_\beta \leqslant \frac{\sigma_c \cdot \rho}{l_0} \cdot \sqrt{P_{\min}}. \tag{3}$$

Рассмотрим пример расчета точности линейных и угловых измерений по формулам (2) и (3). Дано $\sigma_c = 10$ мм, $l_0 = 100$ м, $P_{\min} = 2{,}2$. Тогда

$$m_{l_0} = \frac{10}{1{,}414} \cdot \sqrt{2{,}2} = 10{,}5\ \text{мм}; \quad \frac{m_{l_0}}{l_0} = \frac{10{,}5}{100000} = \frac{1}{9500};$$

$$m_\beta = \frac{10 \cdot 206265}{100000} \cdot \sqrt{2{,}2} = 30{,}6''.$$

Из приведенного примера видно, что углы следует измерять с погрешностью, соответствующей теодолитным ходам точности 1 : 2000, а линии — с точностью полигонометрии II разряда, так как полученная относительная погрешность находится в интервале от $1/T_{\text{II}p} \cdot \sqrt{2}$ до $1/T_{\text{т.х.}} \cdot \sqrt{2}$, т. е. в интервале от $\frac{1}{14142}$ до $\frac{1}{5657}$.

Здесь $T_{\text{II}p}$ и $T_{\text{т.х.}}$ — знаменатели относительных средних погрешностей полигонометрии II разряда и теодолитных ходов точности 1 : 2000, которые соответственно равны 10000 и 4000.

На этом примере показано явное несоответствие точности угловых и линейных измерений, а поэтому неизвестно, чему отдать предпочтение: теодолитным ходам точности 1 : 2000 или полигонометрии II разряда для производства измерений? Конечно, в данном примере можно задаться большей точностью измерения углов и соответственно снизить точность линейных измерений с таким расчетом, чтобы удовлетворялось неравенство (1). В этом и заключается метод подбора соответствующих точностей.

Однако в данной работе мы покажем способ расчета этих точностей, который значительно проще и дает сразу однозначное решение.

Представим слагаемые выражения (1) в таком виде:

$$\frac{m_{l_0}^2}{P_{\min}} = \frac{\sigma_c^2}{x}; \quad (4) \qquad \frac{m_\beta^2 \cdot l_0^2}{2P_{\min} \cdot \rho^2} = \frac{\sigma_c^2}{y}, \tag{5}$$

где x и y — определяемые параметры.

Для соблюдения неравенства (1) необходимо, чтобы выполнялось условие

$$\frac{\sigma_c^2}{x} + \frac{\sigma_c^2}{y} \leqslant \sigma_c^2, \tag{6}$$

или в частном случае

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1. \tag{7}$$

Вследствие принципа равного влияния погрешностей линейных и угловых измерений, продольная средняя квадратическая погрешность положения точки линии с весом, равным единице, соответствует

$$m_{l_0} = \frac{l_0}{T \cdot \sqrt{2}}. \tag{8}$$

Учитывая (8), выражение (4) примет вид:

$$\frac{l_0^2}{2T^2 \cdot P_{\min}} = \frac{\sigma_c^2}{x}, \tag{9}$$

или

$$\frac{l_0^2}{2P_{\min}} = \frac{T^2 \cdot \sigma_c^2}{x}. \tag{10}$$

Далее, подставляя значение $l_0^2/2P_{\min}$ из (10) в выражение (5), прибавляя величину σ_c^2/x и учитывая (6) при условии соблюдения равенства левой и правой частей, получаем

$$\frac{T^2 \cdot \sigma_c^2}{x} \cdot \frac{m_\beta^2}{\rho^2} + \frac{\sigma_c^2}{x} = \sigma_c^2 \tag{11}$$

или
$$x = 1 + \frac{T^2 \cdot m_\beta^2}{\rho^2}. \qquad (12)$$

Подставляя (12) в условие (7), находим
$$y = 1 + \frac{\rho^2}{T^2 \cdot m_\beta^2}. \qquad (13)$$

Теперь остановимся на значении произведения $T^2 \cdot m_\beta^2$, для чего составим таблицу этих произведений для полигонометрии различных разрядов и теодолитных ходов точности 1 : 2000 в соответствии с инструкцией СН 212—73.

Таблица значений $T^2 \cdot m_\beta^2$

Полигонометрия и теодолитные ходы	T	m_β''	$T^2 \cdot m_\beta^2$
4 класса	50000	2	$25 \cdot 10^8 \cdot 4 = 10^{10}$
I разряда	20000	5	$4 \cdot 10^8 \cdot 25 = 10^{10}$
II разряда	10000	10	$1 \cdot 10^8 \cdot 100 = 10^{10}$
Теодолитные ходы точности 1 : 2000	4000	25(*)	$16 \cdot 10^6 \cdot 625 = 10^{10}$

* Средняя квадратическая погрешность измерения угла в теодолитных ходах точности 1 : 2000 должна быть порядка 30″.

Как видно из таблицы, произведение $T^2 \cdot m_\beta^2$ является одной и той же величиной для всех разрядов полигонометрии и теодолитных ходов точности 1 : 2000, т. е. $T^2 \cdot m_\beta^2 = 10^{10}$, следовательно, искомые величины x и y, определяемые по формулам (12) и (13), будут постоянными. Тогда на основании (12) и (13) и того, что $T^2 \cdot m_\beta^2 = 10^{10}$, будем иметь:
$$x = 1 + \frac{10^{10}}{2{,}06265^2 \cdot 10^{10}} = 1{,}23504;$$
$$y = 1 + \frac{2{,}06265^2 \cdot 10^{10}}{10^{10}} = 5{,}25452.$$

Подставляя полученные значения x и y в выражения (4) и (5), получим рабочие формулы для расчета точности линейных и угловых измерений на пунктах строительной сетки способом полигонометрии
$$m_{l_0} \leqslant \sigma_c \sqrt{0{,}81\, P_{\min}}; \ (14) \qquad m_\beta \leqslant \frac{\sigma_c \cdot \rho}{l_0} \sqrt{0{,}38\, P_{\min}}. \qquad (15)$$

Для рассмотренного примера в соответствии с (14) и (15) находим, что
$$m_{l_0} = 10 \cdot \sqrt{0{,}81 \cdot 2{,}2} = 13{,}35 \text{ мм}; \quad \frac{m_{l_0}}{l_0} = \frac{13{,}35}{100000} = \frac{1}{7491};$$

$$m_\beta = \frac{10 \cdot 206265}{100000} \sqrt{0{,}38 \cdot 2{,}2} = 18{,}9'' \approx 19''.$$

Теперь видно, что как относительная, так и угловая расчетные погрешности лежат внутри точностных интервалов теодолитных ходов и полигонометрии II разряда, т. е.

$$\frac{1}{5657} > \frac{1}{7491} > \frac{1}{14142}; \quad 30'' > 19'' > 10''.$$

Следовательно, как по точности линейных, так и по точности угловых измерений можно сделать вывод, что измерения по пунктам строительной сетки следует производить с точностью полигонометрии II разряда. Для выбора разряда полигонометрии по предлагаемому способу подсчета точностей теперь достаточно знать одну из величин m_{l_0}/l_0 или m_β, поскольку отношения этих точностей к разрядным (в соответствии с разрядом полигонометрии) будут равны. Это наглядно видно из примера, т. е.

$$\frac{1}{7491} : \frac{1}{14142} = 1{,}89; \quad 18{,}9 : 10 = 1{,}89.$$

Далее следует остановиться на следующем.

Неравенство (1) и формулы (14) и (15) будут справедливы в том случае, если стороны сетки одинаковы и когда $l_0 = l_i$ ($i = \overline{1, n}$); n — число сторон сетки. Если же стороны сетки одинаковы, но $l_0 \neq l$, тогда следует учитывать вес, равный

$$p = \frac{l_0}{l}, \tag{16}$$

т. е. его необходимо вводить в указанные формулы. В случае, когда стороны сетки не равны, тогда необходимо находить средний вес

$$\bar{p} = \frac{l_0}{\bar{l}}, \tag{17}$$

который учитывается при расчете точности. При этом расчетные точности сетки будут отличаться от точностей равносторонней сетки, у которой число пунктов, сумма сторон и ее размеры такие же. Эта разность между расчетными точностями будет зависеть от разности между минимальными весами.

Средняя длина стороны сетки

$$\bar{l} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} l_i}{n}. \tag{18}$$

В общем случае формулы (1), (14) и (15) с учетом (16) и (17) примут вид:

$$\sigma_c^2 \geqslant \frac{m_{l_0}^2}{\bar{p} \cdot P_{\min}} + \frac{m_\beta^2 \cdot l_0^2}{2\bar{p} \cdot P_{\min} \cdot \rho^2}, \tag{19}$$

$$\left. \begin{aligned} m_{l_0} &\leqslant \sigma_c \sqrt{0{,}81\,\bar{p} \cdot P_{\min}}; \\ m_\beta &\leqslant \frac{\sigma_c \cdot \rho}{l_0} \sqrt{0{,}38\,\bar{p} \cdot P_{\min}}. \end{aligned} \right| \tag{20}$$

Рассмотрим пример расчета точностей линейных и угловых измерений для сетки, которая показана на рисунке. Для этой сетки нами найден минимальный вес пунктов способом приближений в трех случаях:

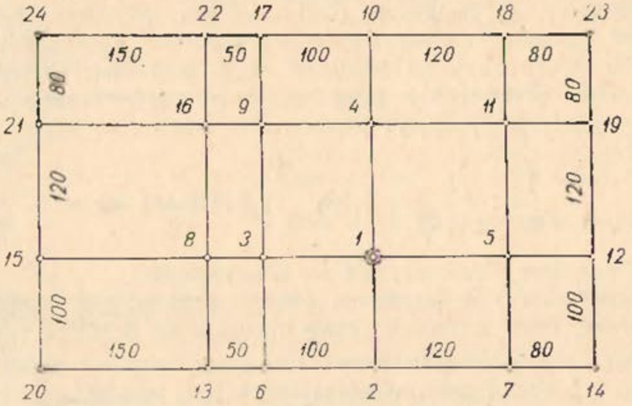

Схема строительной сетки.

1, 2, 3, . . . , 24 — номера пунктов строительной сетки; 50, 80, 100, 120, 150 — расстояния в метрах между пунктами строительной сетки; ⊙ — начальный пункт строительной сетки, относительно которого находится минимальный вес.

1. $l_0 = 100$ м при различной длине сторон. Тогда $\bar{l} = 3800$ м : $38 = 100$ м, $\bar{p} = 1$, вес $P_{\min} = 1{,}14$ (пункт сетки № 20).

2. $l_0 = 50$ м при различной длине сторон. Тогда $\bar{p} = l_0/\bar{l} = 50 : 100 = 0{,}5$. $P_{\min} = 0{,}57$ (пункт сетки № 20).

3. $l_0 = 100$ м и сетка с равными длинами сторон $l_i = 100$ м, а также с прежними размерами 300 и 500 м, и с прежними суммой сторон и их числом, которые равны соответственно 3800 м и $n = 38$. В этом случае $\bar{p} = p = 1$ и $P_{\min} = 1{,}33$ (пункты сетки 14, 20, 23, 24).

Для первого и второго случаев получены одни и те же результаты в соответствии с (20), т. е.

$$\frac{m_{l_0}}{l_0} = \frac{1}{10406} \text{ и } m_\beta = 13{,}6''.$$

В третьем случае, который можно рассматривать как идеальный, точности линейных и угловых измерений соответственно равны

$$\frac{m_{l_0}}{l_0} = \frac{1}{9635} \text{ и } m_\beta = 14{,}7''.$$

Из этого примера видно, что для сетки с различными длинами сторон можно находить минимальный вес как для сетки с равными сторонами, длина которых $l_i = \bar{l}$. Но в нашем примере такое допущение привело бы к некоторому искажению расчетных точностей, которое можно выразить в процентном отношении по формуле

$$\frac{\sqrt{P_{\min_3}} - \sqrt{P_{\min_1}}}{\sqrt{P_{\min_1}}} \cdot 100\%, \qquad (21)$$

т. е.

$$\frac{\sqrt{1{,}33} - \sqrt{1{,}14}}{\sqrt{1{,}14}} \cdot 100\% = 8\%.$$

В выражении (21) индексы 1 и 3 указывают на первый и третий случаи рассмотренного примера.

Таким образом, формулы (20) приводят к однозначному решению при расчете точности линейных и угловых измерений, которые надо выполнять по пунктам строительной сетки методом полигонометрии.

Список литературы: 1. *Видуев Н. Г., Ракитов Д. И.* Приложение геодезии в инженерно-строительном деле. — М.: Недра, 1964. 2. *Видуев Н. Г., Баран П. И., Войтенко С. П.* и др. Геодезические разбивочные работы. — М.: Недра, 1973.

Статья поступила в редколлегию 5. 01. 81