

М. Д. ГЕРАСИМЕНКО, канд. техн. наук
Дальневосточный госуниверситет

УРАВНИВАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ НА ЭВМ ПО НАПРАВЛЕНИЯМ КОРРЕЛАТНЫМ СПОСОБОМ

При построении геодезических сетей высокой точности следует применять наиболее строгие способы уравнивания с тем, чтобы точность сети не понизилась из-за способа обработки результатов измерений. Выбирая способ уравнивания, необходимо учитывать его преимущества и недостатки, возможность своевременной оценки качества сети в каждой ее части и отбраковки грубых результатов измерений до выполнения собственно уравнивания, объем вычислений и, что наиболее важно, получение наиболее надежного и устойчивого решения. Указанным качествам в полной мере отвечает коррелятный способ, особенно при уравнивании недостаточно жестких построений [5]. Если в сети наблюдались направления, то и уравнивать следует направления, так как замена направлений углами приводит к некоторой потере точности элементов сети [4, 7 и др.].

Имеющиеся для этой цели программы реализуют, как правило, параметрический способ, который наиболее удобен при программировании уравнительных вычислений на ЭВМ. Довольно широкое распространение, например для уравнивания комбинированных сетей [3], получил также коррелятный способ с дополнительными неизвестными.

До недавнего времени для уравнивания на ЭВМ этот способ в чистом виде практически не использовался из-за отсутствия универсального алгоритма составления условных уравнений в геодезических сетях сложной конфигурации. Решение данной задачи в общем виде было описано в работе [2].

Составляя условные уравнения поправок для углов по методике, изложенной в работе [2], и заменяя в них каждую поправку в угол разностью поправок соответствующих направлений, можно получить условные уравнения поправок измеренных направлений. Если условные уравнения составлены для углов между смежными направлениями, то в результате получим, кроме независимых, избыточные, зависимые уравнения. Их число равно числу условий горизонта при составлении условных уравнений поправок углов по классической методике.

Поэтому, чтобы исключить возможность составления зависимых условий, а также для удобства организации вычислений на ЭВМ, выгодно составлять условные уравнения для углов

$$t_i = l_i - l_0, \quad (1)$$

для которых число условных уравнений равно числу условий для измеренных направлений. Углы t_i вычисляются на каждом

пункте сети между произвольно выбранным начальным направлением l_0 и всеми остальными измеренными направлениями l_i . Направление l_0 ориентирует все остальные направления. Число ориентирующих направлений в сети равно k (k — число пунктов, на которых производились угловые измерения).

Выберем из полученных таким образом углов и других измеренных величин (длин линий и т. п.) $2n$, необходимых для вычисления предварительных координат n определяемых пунктов, и составим из них с учетом уравнения (1) вектор

$$S = L_1 - A_1 L_0, \quad (2)$$

где L_1 и L_0 — векторы, составленные из необходимых для построения сети измерений (для удобства назовем их векторами необходимых измерений и ориентирующих направлений соответственно, причем здесь и в дальнейшем под термином вектор будем подразумевать матрицу столбцового типа); A_1 — матрица размера $2n \times k$, в каждой строке которой для необходимых углов имеется лишь один ненулевой элемент $a_{ij} = 1$, если j равно номеру ориентирующего направления, использованного для вычисления необходимого угла s_i . Для остальных необходимых величин все элементы соответствующей строки равны нулю.

Аналогично из остальных

$$r = m - 2n - k \quad (3)$$

углов вида (1), измеренных длин линий и других элементов составим вектор избыточных измерений

$$C = L_2 - A_0 L_0, \quad (4)$$

где L_2 — вектор избыточных измерений; A_0 — матрица размера $r \times k$, получаемая аналогично матрице A_1 ; m — число измеренных элементов сети.

Система условных уравнений [2] имеет вид

$$GV_S - V_C + W = 0. \quad (5)$$

Здесь V_S и V_C — векторы поправок к векторам S и C соответственно; $W = \bar{C} - C$ — вектор невязок; \bar{C} — вектор избыточных величин, вычисленный по вектору X предварительных координат определяемых пунктов.

Матрица G , согласно известным правилам дифференцирования вектор-функции [1],

$$G = \frac{\partial \bar{C}}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial S} = DF. \quad (6)$$

С учетом уравнений (2) и (4) систему условных уравнений (5) приводим к системе условных уравнений поправок непосредственных результатов измерений

$$RV_0 + GV_1 - V_2 + W = 0, \quad (7)$$

где $R = A_0 - GA_1$; V_0 , V_1 и V_2 — векторы поправок к векторам L_0 , L_1 и L_2 соответственно.

Для составления условных уравнений (7) можно рекомендовать следующий алгоритм:

1. Нумерация исходных пунктов и нумерация определяемых пунктов по мере удаления от исходных.

2. Составление условных уравнений по углам (1) по методике, изложенной в работе [2]. При этом будут получены матрица G и вектор невязок W . В качестве ориентирующих выбирают направления на пункт с младшим номером.

3. Формирование матрицы R , любой элемент которой $r_{ij} = 1 - \sum_{p \in j} g_{ip}$, если в i -м условном уравнении избыточно измеренная величина — направление с пункта j , или, в противном случае, $r_{ij} = - \sum_{p \in j} g_{ip}$. Сумму $\sum_{p \in j} g_{ip}$ элементов i -й строки матрицы G вычисляют для всех необходимых направлений, измеренных с j -го пункта.

Если результаты измерений независимы, то, решая уравнения (7) под условием

$$V_0^T P_0 V_0 + V_1^T P_1 V_1 + V_2^T P_2 V_2 = \min, \quad (8)$$

получаем поправки:

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= P_0^{-1} R^T K; \\ V_1 &= P_1^{-1} G^T K; \\ V_2 &= -P_2^{-1} K, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где P_0 , P_1 и P_2 — весовые матрицы ориентирующих, необходимых и избыточных измерений.

Вектор коррелат K находим из системы нормальных уравнений

$$NK + W = 0 \quad (10)$$

с матрицей коэффициентов

$$N = RP_0^{-1} R^T + GP_1^{-1} G^T + P_2^{-1}. \quad (11)$$

Учитывая, что вектор поправок в предварительные координаты определяемых пунктов [2]

$$V_X = \frac{\partial X}{\partial S} V_S = FV_S, \quad (12)$$

с учетом формулы (2) получаем

$$V_X = -FA_1 V_0 + FV_1. \quad (13)$$

Вектор V_X может быть использован для получения окончательных координат пунктов сети без их повторного вычисления по уранным результатам измерений.

Для нахождения матрицы весовых коэффициентов Q_{XX} уранных координат пунктов, необходимой для оценки точности элементов сети, запишем известное из способа наименьших квадратов выражение для матрицы весовых коэффициентов уранных значений измеренных величин:

$$Q_{II} = \left(\begin{array}{cc|c} Q_{00} & Q_{01} & Q_{02} \\ \hline Q_{10} & Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{20} & Q_{21} & Q_{22} \end{array} \right) = P^{-1} - P^{-1} B^T N^{-1} B P^{-1},$$

в котором весовая матрица результатов измерений

$$P = \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} -$$

матрица коэффициентов условных уравнений $B = (R, G, -E)$.
Тогда

$$Q_{II} = \quad (14)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|c} P_0^{-1} - P_0^{-1} R^T N^{-1} R P_0^{-1} & - P_0^{-1} R^T N^{-1} G P_1^{-1} & P_0^{-1} K^T N^{-1} P_2^{-1} \\ \hline - P_1^{-1} G^T N^{-1} K P_0^{-1} & P_1^{-1} - P_1^{-1} G^T N^{-1} G P_1^{-1} & P_1^{-1} G^T N^{-1} P_2^{-1} \\ \hline P_2^{-1} N^{-1} R P_0^{-1} & P_2^{-1} N^{-1} G P_1^{-1} & P_2^{-1} - P_2^{-1} N^{-1} P_2^{-1} \end{array} \right).$$

Используя формулы для оценки точности совокупности функций (6), с учетом уравнения (13) нетрудно получить

$$Q_{XX} = F A_1 Q_{00} A_1^T F^T + F Q_{11} F^T - F Q_{10} A_1^T F^T - F A_1 Q_{01} F^T. \quad (15)$$

Из формулы (15) следует, что для оценки точности сети достаточно получить лишь матрицу весовых коэффициентов уранных ориентирующих и необходимых измерений. Необходимость в составлении специальных весовых функций координат, имеющих довольно сложный вид, отпадает.

Полученные формулы решают задачу строгого уравнивания и оценки точности коррелятным способом геодезических сетей с измеренными направлениями и легко поддаются программированию для ЭВМ.

Список литературы: 1. Бойко Е. Г., Соломенцев Е. Д. Некоторые методические вопросы способа наименьших квадратов. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1976, вып. 5. 2. Герасименко М. Д. Единый алгоритм составления условных уравнений и его применение для уравнивания и оценки точности геодезических построений. — Тр. НИИГАиК. М., 1975, т. 34. 3. Маркузе Ю. И. Алгоритм уравнивания комбинированных геодезических сетей. М., Недра, 1972. 4. Рязанов В. П. Оценка точности элементов триангуляционного

ряда, уравниваемого по углам, в случае измерения направлений. — В кн.: Сборник статей по геодезии. М., Геодезиздат, 1952, вып. 11. 5. *Хубларова С. Л.* Оценка обусловленности систем нормальных уравнений. — Тр. ЦНИИГАиК. М., 1960, вып. 135. 6. *Юрианский З. М.* Формулы для оценки точности совокупности функций в способе наименьших квадратов. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1966, вып. 6. 7. *Allman J. S., Bennet G. G.* Angles and directions. — Survey Review, 1966, 18, № 139.

Работа поступила в редколлегия 13 декабря 1977 года. Рекомендована секцией геодезии и маркшейдерского дела XXIV научн.-техн. конференции Дальневосточного политехнического института.

УДК 528.2

А. Т. ДУЛЬЦЕВ, канд. техн. наук. Львовский политехнический институт
Г. Г. КРАЙНЮК, *А. А. ЛОГВИНЕНКО*, канд. физ.-мат. наук

Львовский государственный университет

РЕГИСТРАЦИЯ ВРЕМЕНИ АСТРОНАБЛЮДЕНИИ НА МАГНИТНОЙ ЛЕНТЕ

Процесс регистрации времени наблюдений занимает важное место в производстве астрономических определений. При этом довольно часто применяют маркопечатающие хронографы. Известные особенности данного прибора вызывают трудности в приеме радиосигналов точного времени. Выполнение этой операции требует применения импульсных приставок, которые вносят собственные задержки в прохождение временных импульсов. Значение задержки зависит от уровня принимаемых полезных и шумовых радиосигналов и не всегда может быть учтено с достаточной точностью.

Пулковскими астрономами* в 1960 г. для регистрации моментов астрономических наблюдений в стационарных условиях была применена магнитная запись. Предложенный метод записи моментов, особенно ее дешифрирование, хотя и обеспечивает достаточную точность, однако несколько сложен и требует аппаратуры, непригодной для полевых условий.

Представляется возможным применение в практике полевых астронаблюдений магнитной записи с использованием для дешифрирования способов феррографии. Для изучения и практической разработки этого вопроса мы сконструировали и изготовили несколько опытных образцов специального хронографа, условно названного феррохронографом. Эти приборы применяли в экспериментальных работах, а также в производственных условиях

* *Афанасьева П. М., Платонов Ю. П., Сухов В. Б.* Электронное вычислительное устройство с записью сигналов на магнитную ленту и регистрацией результатов наблюдений на перфокарту. — В кн.: Тр./15-й астрометрической конференции СССР. М.—Л. Изд-во АН СССР, 1963.