

менты для

(32)

Проверка формулы (37) на теоретических моделях показала, что этой формулой можно пользоваться для вычисления обратных весов функции дирекционных углов для любых значений N . Результаты проверки приведены в таблице.

Список литературы: 1. Корницкий Ю. Н. Оценка точности элементов линейно-углового ряда, состоящего из геодезических квадратов, проложенного между исходными пунктами. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1974, вып. 19. 2. Монин И. Ф. Предвычисление точности рядов из центральных систем линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 24. 3. Новосельская В. П. Точность цепи линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1964, вып. 1. 4. Проворов К. Л. Точность цепи триангуляции с измеренными сторонами и углами. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1959, № 3.

Работа поступила в редколлегию 6 декабря 1977 года. Рекомендована кафедрой геоморфологии Львовского государственного университета.

ункции

(33)

УДК 528.33.35

В. В. ЛОЗИНСКИЙ

Львовский государственный университет

онять,

ПРОДОЛЬНЫЙ СДВИГ ЛИНЕЙНО-УГЛОВОГО РЯДА ИЗ ЦЕНТРАЛЬНЫХ СИСТЕМ

(34)

При уравнивании свободного ряда линейно-угловой триангуляции по методу условных измерений (рисунок) возникает $4N+2$ условных уравнений фигур (N — число центральных систем в ряду) вида [1]

(35)

$$(3i-2) + (3i-1) + (3i) + w_{\phi} = 0, \quad (1)$$

х сто-

$8N+4$ синусных условных уравнений

$$-\delta(3i-2) + \delta(3i-1) + \left(\frac{b_{i-1}}{b_{i-1}}\right) - \left(\frac{a_i}{a_i}\right) + w_a = 0; \quad (2)$$

$$-\delta(3i-2) + \delta(3i) + \left(\frac{b_{i-1}}{b_{i-1}}\right) - \left(\frac{b_i}{b_i}\right) + w_b = 0 \quad (3)$$

(36)

и N условных уравнений горизонта

$$(3i-2) + (3i-1) + (3i) + (3i)' + (3i-1)' + (3i-2)' + w_c = 0, \quad (4)$$

ений

(37)

где i — порядковый номер треугольника в верхнем ряду; $(3i)$, $(3i-1)$, $(3i-2)$ — вероятнейшие поправки в углы, выраженные в радианах (в нижнем ряду треугольников углы обозначаются теми же числами, что и в верхнем, но только со штрихами);

$(a_i), (b_i), (b_{i-1})$ — вероятнейшие поправки в измеренные стороны; $\delta = \text{ctg}$ угла треугольника; ω — свободные члены.

Запишем весовую функцию продольного сдвига

$$dF_{i_n} = \frac{S}{2} \sum_{i=0}^n \left(\frac{(b_i)}{b_i} \right) + \frac{S\sqrt{3}}{2} \left[\begin{array}{l} (2) + (8) + (14) + \dots + (3n-1) \quad n=1, 3, 5, \dots \\ (5) + (11) + (17) + \dots + (3n-1) \quad n=2, 4, 6, \dots \end{array} \right] \quad (5)$$

где n — число треугольников в верхнем ряду; S — длина стороны равностороннего треугольника.

При решении нормальных уравнений погрешности угловых измерений и относительные линейные погрешности считали равноточными.

Решение нормальных уравнений выполняли методом двух групп. В первую группу включали условные уравнения фигур (1), во вторую — все остальные уравнения. Преобразованные коэффициенты условных уравнений второй группы вычисляли по формулам [2]:

$$a_i = a_i' - \frac{[a_i']}{3} \quad \text{(при поправках в углы);}$$

$$a_i = a_i' \quad \text{(при поправках в стороны).}$$

Обозначим преобразованные коэффициенты в уравнениях (2)–(4) соответственно через a_i, b_i, c_j ($j=1, 2, 3, \dots, N$), а коэффициенты весовой функции через f_i .

Для определения обратного веса функции продольного сдвига имеем

$$\frac{1}{P_{f_i}} = [f_i f_i] - \sum_1^n \frac{[a_i f_i (i-1)]^2}{[a_i a_i (i-1)]} - \sum_{i=1, 3, 5, \dots}^n \frac{[a_i' f_i (n+i-1)]^2}{[a_i' a_i' (n+i-1)]} - \dots$$

Квадратический коэффициент нормальных уравнений для весовой функции

$$[f_i f_i] = (N+1) S^2. \quad (6)$$

Решая нормальные уравнения, получаем необходимые коэффициенты для определения обратного веса функции длины диагонали. Поскольку первые n синусных уравнений вида (2) для верхнего ряда треугольников не имеют общих поправок, то

$$[a_i f_i (i-1)] = S \quad \text{(для нечетных } i);$$

$$[a_i f_i (i-1)] = 0,5S \quad \text{(для четных } i).$$

Следовательно, можно записать суммарное влияние уравнений вида (2) для верхнего ряда треугольников на обратный вес

$$\sum_{i=1}^n \frac{[a_i f_i (i-1)]^2}{[a_i a_i (i-1)]} = (0,46875 N + 0,375) S^2. \quad (7)$$

Учитывая (для нечетных i), что $[a_i' f_t(n+i-1)] = -0,375S$, находим суммарное влияние уравнений (2) для нижнего ряда треугольников на обратный вес

$$\sum_{i=1,3,5,\dots}^n \frac{[a_i' f_t(n+i-1)]^2}{[a_i' a_i'(n+i-1)]} = 0,0614(N+1)S^2. \quad (8)$$

Коэффициенты уравнений вида (3) и весовой функции для верхнего ряда треугольников имеют вид

$$[b_1 f_t \cdot 2n] = -0,3943 S; \quad [b_2 f_t(2n+1)] = 0,0563 S.$$

Далее для четных i

$$[b_i f_t(2n+i-1)] \Big|_{i=4}^{i=n-1} = 0,1864 S - 0,3603 [b_{i-1} f_t(2n+i-2)],$$

для нечетных i

$$[b_i f_t(2n+i-1)] \Big|_{i=3}^{i=n-1} = -0,3943 S + 0,3013 [b_{i-1} f_t(2n+i-2)].$$

Последний коэффициент этого вида уравнений после ряда преобразований (причем ошибка в значении коэффициента не превышает 2%) можно представить следующим образом:

$$[b_n f_t(3n-1)] = -0,5818 S + 0,3013 [b_{n-1} f_t(3n-2)]. \quad (10)$$

Суммарное влияние уравнений вида (3) для верхнего ряда треугольников на обратный вес после преобразований с точностью до 1—3% запишем в виде

$$\sum_1^n \frac{[b_i f_t(2n+i-1)]^2}{[b_i b_i(2n+i-1)]} = (0,1885 + 0,10285 N) S^2. \quad (11)$$

Некватратические коэффициенты уравнений (3) и весовой функции для нижнего ряда треугольников с допустимой точностью можно записать так:

$$[b_1' f_t \cdot 3n] = 0,299 S; \quad [b_2' f_t(3n+1)] = -0,116 S. \quad (12)$$

В общем виде для четных i

$$[b_i' f_t(3n+i-1)] = -0,2163 S + 0,3728 [b_{i-1}' f_t(3n+i-2)]$$

и для нечетных i

$$[b_i' f_t(3n+i-1)] = 0,2884 S - 0,267 [b_{i-1}' f_t(3n+i-2)].$$

Проделав ряд преобразований и просуммировав n членов, получим

$$\sum_1^n \frac{[b_i' f_t(3n+i-1)]^2}{[b_i' b_i'(3n+i-1)]} = (0,066 N + 0,033) S^2. \quad (13)$$

Для уравнений типа (4) и весовой функции

$$[c_i f_t \cdot 4n] = -0,482 S. \quad (14)$$

Последующие коэффициенты этого типа уравнений определяем из выражения

$$[c_I f_t (4n + I - 1)] = -0,482 S - \frac{[c_{I-1} f_t (4n + I - 2)]}{[c_{I-1} c_{I-1} (4n + I - 2)]}, \quad (1)$$

где $[c_1 c_1 \cdot 4n] = 3,127$;

$$[c_I c_I (4n + I - 1)] = 3,127 - \frac{0,3333}{[c_{I-1} c_{I-1} (4n + I - 2)]}.$$

Следовательно, суммарное влияние уравнений вида (4) и (1) на функцию

$$\sum_1^n \frac{[c_I f_t (4n + I - 1)]^2}{[c_I c_I (4n + I - 1)]} = (0,1223 N - 0,0476) S^2. \quad (1)$$

Зная величины $[f_t f_t]$ и значения уравнений (7), (8), (11), (13) и (16), можно получить формулу обратного веса функции продольного сдвига ряда, состоящего из центральных систем

Определение значений обратных весов $\frac{1}{P_t}$

<i>N</i>	По схеме Гаусса	По формуле (17)	Погрешность, %	<i>N</i>	По схеме Гаусса	По формуле (17)	Погрешность, %
1	0,5696	0,5684	0,21	4	1,1113	1,1045	0,79
2	0,7588	0,7471	1,54	5	1,2896	1,2832	0,50
3	0,9369	0,9258	1,18	6	1,4661	1,4619	0,29

Эту формулу после простых подстановок и вычислений приводим к виду

$$\frac{1}{P_t} = (0,1787 N + 0,3897) S^2. \quad (17)$$

Значения величин $\frac{1}{P_t}$ для различных *N*, вычисленные по формуле (17) и полученные из решения систем нормальных уравнений по схеме Гаусса, приведены в таблице.

Как видно из таблицы, обратные веса $\frac{1}{P_t}$ определяются по формуле (17) с достаточной степенью точности, следовательно, этой формулой можно пользоваться при предварительной оценке точности свободных рядов линейно-угловой триангуляции.

Список литературы: 1. Монин И. Ф. Предвычисление точности рядов из центральных систем линейно-угловой триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 24. 2. Проворов К. Л. Точность цепи триангуляции с измеренными сторонами и углами. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1959, № 3.

Работа поступила в редколлегию 6 декабря 1977 года. Рекомендована кафедрой геоморфологии Львовского госуниверситета.