

И. С. МАТЯШУК

Украинский институт инженеров водного хозяйства

ВВЕДЕНИЕ ПОПРАВОК ЗА ТЕМПЕРАТУРУ И ВЛАЖНОСТЬ ПРИ РАДИОДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

При измерении линий радиодальномерами для создания сетей трилатерации 3-4 кл., согласно инструкции [2], измеряют метеорологические элементы (температуру, влажность и давление) на концах определяемой линии на высоте установки антенн ведущей и ведомой станций над поверхностью Земли. По измеренным метеорологическим элементам вычисляют модуль показателя преломления N по формуле Эссена и Фрума [3]:

$$N = \frac{10349}{T} (P - e) + \frac{86,26}{T} \left(1 + \frac{5748}{T} \right) e, \quad (1)$$

где e , T и P — соответственно средние значения влажности, абсолютной температуры, давления, вычисленные по значениям метеоданных, полученных на уровнях установки станций.

При измерении линий радиодальномером возникает погрешность в определяемое расстояние за разность метеоусловий на высоте прохождения луча и на высоте установки станций над почвой.

Предложена новая методика введения поправок за температуру и влажность в измеряемое расстояние. Ниже дан вывод необходимых формул.

Выпишем формулу Изотова—Пеллинена [1] для точечного коэффициента рефракции

$$x = 668,7 \frac{P}{T^2} \left(0,0342 + \frac{dT}{dh} \right) + \Delta x_e, \quad (2)$$

где $\frac{dT}{dh}$ — вертикальный градиент температуры в градусах на метр; Δx_e — нормальная поправка коэффициента рефракции за влажность воздуха.

В литературе по метеорологии вертикальный градиент температуры в первом приближении представляют статистической формулой

$$\frac{dT}{dh} = a + \frac{c}{h}. \quad (3)$$

Здесь $a = -0,0098$ — градиент соответствующий «нормальным» условиям; c — его аномальная часть, относимая к высоте 1 м над почвой; h — высота над почвой, м.

Учитывая малое значение поправки $\Delta\kappa_e$ [1] и пренебрегая ею, а также пользуясь формулой (3), запишем формулу (2) следующим образом:

$$\kappa = 668,7 \frac{P}{T^2} \left(0,0342 + a + \frac{c}{h} \right). \quad (4)$$

Поскольку $668,7 \frac{P}{T^2} (0,0342 + a) \approx 0,15$,

то

$$\kappa = 0,15 + q \frac{c}{h}, \quad (5)$$

где $q = 668,7 \frac{P}{T^2}$.

Запишем теперь формулу (5) для конечных точек измеряемой линии:

$$k_1 = 0,15 + \frac{qc}{h_{э1}}; \quad k_2 = 0,15 + \frac{qc}{h_{э2}}, \quad (6)$$

$h_{э1}$ и $h_{э2}$ — соответственно эквивалентные высоты [1].
Теперь легко получить

$$\frac{k_1 + k_2}{2} = 0,15 + \frac{qc}{2} \left(\frac{1}{h_{э1}} + \frac{1}{h_{э2}} \right); \quad (7) \quad \frac{1}{h_{э1}} + \frac{1}{h_{э2}} \approx \frac{2}{h_{ср}}, \quad (8)$$

где $h_{ср}$ — средняя высота визирного луча над почвой.

Таким образом, среднее значение коэффициента рефракции по всей линии будет

$$k_{ср} = 0,15 + \frac{qc}{h_{ср}}, \quad (9)$$

откуда находим аномальный градиент температуры воздуха на высоте 1 м над почвой

$$c = (k_{ср} - 0,15) \frac{h_{ср}}{q}. \quad (10)$$

Зная аномальный градиент температуры c и среднюю высоту визирования луча над почвой, которую вычисляют по профилю линии, можно определить несоответствие температуры, измеренной на обоих концах определяемой линии, и среднего значения температуры по лучу визирования, т. е.

$$\Delta T \approx T_{ср} - \frac{T_1 + T_2}{2} = \Delta T_a + \Delta T_c, \quad (11)$$

где T_1 и T_2 — температура, измеренная соответственно на первом и втором концах линии; $\Delta T_a = a(h_{ср} - 1)$ — поправка за нор-

мальную часть градиента температуры; ΔT_c — поправка за аномальную часть градиента температуры.

Как известно [1], значение ΔT_c изменяется по логарифмическому закону, т. е.

$$(4) \quad \Delta T_c = c \ln h_{cp}. \quad (12)$$

Следовательно, теперь легко вычислить ΔT_c и ΔT .

В работах [6, 7] на основании термодиффузии влажности в приземном слое атмосферы выведена формула вертикального градиента влажности

$$(5) \quad \frac{de}{dh} = 19 \frac{e}{T} \frac{dT}{dh}. \quad (13)$$

По формуле (11) вычисляют ΔT , а по формуле (13)

$$(6) \quad \Delta e = 19 \frac{e}{T} \Delta T. \quad (14)$$

Обычно [4] поправку в модуль показателя преломления радиоволн ΔN представляют в виде

$$(8) \quad \Delta N = \frac{\partial N}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial N}{\partial e} \Delta e, \quad (15)$$

где частные производные $\frac{\partial N}{\partial T}$ и $\frac{\partial N}{\partial e}$ вычисляются на основании формулы (1).

Поправка в измеренное расстояние S , как показано в работе [5], определяется формулой

$$(9) \quad \Delta S = \frac{\Delta N \cdot S}{10^6}. \quad (16)$$

Таким образом, поправка в измеренное расстояние за температуру имеет вид

$$(10) \quad \Delta S_T = \frac{\partial N}{\partial T} \Delta T \cdot \frac{S}{10^6}, \quad (17)$$

а за влажность —

$$(11) \quad \Delta S_e = - \frac{\partial N}{\partial T} \Delta e \cdot \frac{S}{10^6}. \quad (18)$$

Трудоемкий процесс измерения двухсторонних зенитных расстояний можно заменить измерением метеорологических элементов на двух горизонтах на концах линии, например на уровне инструмента и отражателя, как это делается на производстве, и на несколько метров (2—4) выше. Рассмотрим теоретические возможности такого подхода.

Интегрируя формулу (3), имеем

$$\Delta T = T_h - T_1 = a(h - 1) + c \ln h. \quad (19)$$

Определяя ΔT для каждой высоты h , а затем среднее значение поправки за температуру ΔT по всему лучу, получаем

$$\Delta T_{\text{cp}} = a \frac{\sum_{i=1}^{i=v} (h_i - 1)}{v} + c \frac{\sum_{i=1}^{i=v} \ln h_i}{v}. \quad (20)$$

Однако

$$\sum_{i=1}^{i=v} \frac{(h_i - 1)}{v} = (h_{\text{cp}} - 1),$$

где h_{cp} — средняя высота радиолуча над почвой (минус один метр), определяемая по профилю измеряемой линии.

Среднее геометрическое значение в формуле (20)

$$\sum_{i=1}^{i=v} \frac{\ln h_i}{v} = \ln \sqrt[v]{h_1 \cdot h_2 \cdot \dots \cdot h_v}. \quad (21)$$

С небольшой погрешностью заменим его явно завышенным средним арифметическим из высот h_i . Тогда из формулы (20) получим

$$\Delta T = a(h_{\text{cp}} - 1) + c \ln h_{\text{cp}}. \quad (22)$$

По измеренным градиентам температуры

$$\frac{dT}{dh} = \frac{T_{h_i} - T_1}{h_i - 1} \quad (23)$$

можно определить ΔT по формуле (22), принимая $a = -0,0098$ град/м, а c находя как разность

$$c = \frac{dT}{dh} - a. \quad (24)$$

Определяя одновременно t_c по сухому термометру и t_n по влажному на двух уровнях ведущей и ведомой станций и вычисляя влажность e по известной формуле

$$e = E' - \frac{P(t_c - t_m)}{k'}, \quad (25)$$

где E' — максимальное давление водяных паров, мм. рт. ст.;

$$k' = \frac{a}{1 + \frac{t_m}{872,8}} \quad (26)$$

(a — постоянная психрометра Ассмана), находим градиент влажности

$$(19) \quad \frac{de}{dh} = \frac{e_2 - e_1}{h_2 - h_1}, \quad (27)$$

где $e_2 e_1$ — влажность на втором и первом уровнях; $h_2 h_1$ — высота установки психрометров.

(20) Результаты радиодальномерных измерений и введение поправок в длину линии

Сессия	Дата	Время	Измерение расстояния S_1 , м	$S_{ист} - S'$, мм	Поправки ΔS , мм	$S_{испр}$, м	$S_{ист} - S_{испр}$, мм	
ус один	21—22.08. 1972	22	10115,288	+ 53	-19	10115,269	+ 72	
		0	378	- 37	- 1	377	- 36	
		2	404	- 63	-16	388	- 47	
			4	410	- 69	-21	389	- 48
			6	439	- 98	-25	414	- 73
			8	421	- 80	+16	437	- 96
	(21)		11	433	- 92	+29	462	-121
			12	339	+ 02	+55	394	- 53
			14	237	+104	+68	305	+ 36
			16	243	+ 98	+82	325	+ 16
	м сред-		18	243	+ 98	+59	302	+ 39
	получим		20	237	+104	+17	254	+ 87
	(22)	25—26.08. 1972	22	309	+ 32	+ 1	310	+ 31
		0	379	- 38	- 3	376	- 35	
		2	381	- 40	- 7	374	- 33	
		4	449	-108	-12	439	- 98	
		6	447	-106	-18	429	- 88	
(23)		8	417	- 76	+ 7	424	- 83	
		10	413	- 72	+14	427	- 86	
		12	277	+ 64	+28	305	- 36	
		14	286	+ 75	+29	315	+ 26	
я $\alpha =$		16	253	+ 88	+54	307	+ 34	
		18	226	+115	+44	270	+ 71	
		20	307	+ 34	+ 5	312	+ 29	
(24)			$\sigma_1^2 = 7047,3$			$\sigma_2^2 = 4645,1$		
			$S_{ист} = 10115,341\text{м}$					

t_n по и вы-
Задаваясь логарифмическим законом изменения влажности с высотой, получим поправку за влажность по пути распространения радиолуча в виде

$$(25) \quad \Delta e = \frac{de}{dh} \ln h_{cp}. \quad (28)$$

т.;
Имея ΔT и Δe , можно определить по формулам (17) и (18) поправку в измеренное расстояние. Заметим, что и в этом случае поправку Δe можно вычислить по формуле Робитцша.

(26) Обратимся к экспериментальной проверке предлагаемой методики введения поправок за температуру и влажность в резуль-

таты радиодальномерных измерений (таблица), произведенные в 1971 г. С. И. Плахотным на геодезическом полигоне Львовского политехнического института в г. Судовая Вишня. Линия базис длиной 10115,341 м, измеренная ранее инварными проволоками с относительной погрешностью 1 : 800 000, измерялась радиодальномером РДГВ в течение двух суток через каждые два часа. Из таблицы видно, что дисперсия σ_2^2 , вычисленная после введения поправок ΔS , меньше σ_1^2 . Следовательно, введение поправок в измеренное расстояние по предлагаемой методике представляет несомненный интерес.

Список литературы: 1. Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Исследование земной рефракции и методов геодезического нивелирования. — Тр. ЦНИИГАиТ, 1955, вып. 102. 2. Инструкция по полигонометрии и трилатерации. М., Недра, 1976. 3. Иордан В., Эггерт О., Кнейсель М. Руководство по геодезии, т. 1. М., 1971. 4. Маслич Д. И., Лисевич М. Ф., Листопадский А. А. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1975, вып. 22. 5. Островский А. Л. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1971, вып. 13. 6. Mitter Josef. Über die Bestimmung der meteorologischen Einflüsse auf die electro-optische Entfernungsmessung. — Veröff. Dtsch. geod. Kommiss Bayer Akad. Wiss. B. 1966, N 123. 7. Robitzsch M. Die mittlere Abnahme des Dampfdruckes mit der Höhe. Meteorolog. Zeitschr., Bd. 61. 1944.

Работа поступила в редколлегию 13 января 1978 года. Рекомендована кафедрой инженерной геодезии Украинского института инженеров водного хозяйства.

УДК 528.21/22

Г. А. МЕЩЕРЯКОВ, *д-р техн. наук*
Львовский политехнический институт

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ ПРИБЛИЖЕННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ВНЕШНЕГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА ПЛАНЕТЫ

§ 1. Внешний гравитационный потенциал

$$V(Q) = f \int_{\tau} \frac{\delta p}{r_{QP}} d\tau_p, \quad (P \in \tau; Q \in \tau) \quad (1)$$

планеты принято, начиная с Лапласа, представлять рядом шаровых функций

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n(\vartheta, \lambda)}{r^{n+1}}, \quad (2)$$

в котором Y_n суть сферические функции

$$Y_n(\vartheta, \lambda) = fMR^n \sum_{k=0}^n (C_{nk} \cos k\lambda + S_{nk} \sin k\lambda) P_n^k(\vartheta). \quad (3)$$