УДК 523.43

Г. А. МЕЩЕРЯКОВ, А. Л. ЦЕРКЛЕВИЧ

ОБ ОЦЕНКЕ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ МАРСА

Коэффициенты потенциала, используемые для описания гравитационного поля Марса, в настоящее время получают из анализа эволюций орбит естественных и искусственных спутников планеты. В статье рассмотрены наиболее полные модели ареопотенциала, выведенные по данным наблюдений за КА «Маринер-9» и «Викинг-1,2», а именно: модели Дж. Джордана и Дж. Лорелла ($J1$, $J2$) [8], Г. Борна (B) [5], Р. Ризенберга и др. (R) [11], У. Сьегрена и др. (S) [12], Е. Дэниэльса и Р. Тольсона ($D\,1$, $D\,2$) [7] и Дж. Гапчинского и др. (G) [6].

Подробное описание каждой из этих моделей ареопотенциала приведено в работе [1]. В ней отмечено, что рассматриваемые модели содержат совокупности коэффициентов, которые различаются как исходной наблюдательной информацией, так и математическими методами ее обработки. Из этого, безусловно, следует неодинаковая точность представления той или иной моделью действительного гравитационного поля Марса. Следовательно, важным вопросом является анализ существующих совокупностей коэффициентов моделей, сравнительная их оценка и выбор оптимальной, наиболее точной и полной модели.

Далее предлагается исследование поставленных вопросов главным образом на основе методов, принятых для оценки моделей гравитационного потенциала Земли [2, 3, 9, 10].

Сравним сначала непосредственно между собой ряды коэффициентов перечисленных выше моделей путем вычисления средних квадратических разностей коэффициентов каждого порядка и всего их набора в целом, а также вычисления корреляции между коэффициентами моделей каждого порядка и всех их совокупностей (табл. 1).

Средние квадратические разности коэффициентов каждого порядка n и всей совокупности гармоник до порядка N рассчитывали соответственно по следующим формулам:

$$\Delta_n = \left[\frac{1}{2M} \sum_{m=0}^{n} (\delta\bar{C}^2_{nm} + \delta\bar{S}^2_{nm})\right]^{1/2}; \qquad (1)$$

Таблица 1

Средние квадратические разности Δn, Δ, ΔPn, ΔP и коэффициенты корреляции r_n, r между коэффициентами аэропотенциала, полученными по данным «Маринер-9» и «Викинг-1,2»

	J1											
	J2			B			R			S		
n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n
2	0,10	0,3	1	0,11	0,3	1	0,19	0,5	1	0,14	0,4	1
3	0,08	5,2	1	0,45	30,9	0,95	0,26	17,9	0,98	0,10	6,6	1
4	0,08	17,22	0,99	0,44	92,7	0,56	0,28	57,9	0,95	0,15	32,0	0,95
N4	0,08	0,6	1	0,41	2,8	1	0,26	1,8	1	0,13	0,9	1

	J1									J2		
	D1			D2			G			B		
n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n
2	0,12	0,3	1	0,19	0,5	1	0,18	0,5	1	0,11	0,3	1
3	0,09	6,4	1	0,09	6,5	1	0,04	3,2	1	0,43	29,7	0,95
4	0,20	42,8	0,90	0,20	42,2	0,90	0,12	25,6	0,96	0,44	87,6	0,59
N4	0,16	1,1	1	0,17	1,2	1	0,12	0,8	1	0,40	2,8	1

	J2											
	R			S			D1			D2		
n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n
2	0,10	0,3	1	0,10	0,2	1	0,06	0,2	1	0,12	0,3	1
3	0,19	12,8	1	0,09	6,3	1	0,14	9,3	1	0,13	9,2	1
4	0,25	50,5	0,96	0,14	28,7	0,97	0,18	35,9	0,95	0,17	34,4	0,94
N4	0,21	1,5	1	0,12	0,8	1	0,15	1,0	1	0,15	1,0	1

	J2			B								
	G			R			S			D1		
n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n
2	0,09	0,2	1	0,15	0,4	1	0,20	0,5	1	0,17	0,5	1
3	0,16	3,9	1	0,41	31,9	0,96	0,45	35,5	0,96	0,47	36,9	0,95
4	0,10	19,1	0,99	0,62	108,3	0,68	0,46	97,4	0,47	0,46	95,2	0,47
N4	0,08	0,6	1									
5				0,72	137,1	−0,09	0,53	100,6	0,23	0,55	105,3	0,13
6				0,66	161,5	−0,25	0,42	103,1	0,12	0,41	99,7	0,22
N6				0,59	4,8	1	0,45	4,8	1	0,45	4,8	1

	B						R					
	D2			G			S			D1		
n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n
2	0,24	0,7	1	0,15	0,4	1	0,16	0,4	1	0,13	0,3	1
3	0,46	36,8	0,96	0,44	34,2	096	0,25	17,2	0,99	0,31	21,6	0,98
4	0,49	104,2	0,43	0,42	90,6	056	0,39	56,1	0,87	0,42	60,1	0,85
5	0,53	100,6	0,26	0,51	96,5	029	0,38	85,4	0,52	0,46	103,6	0,22
6	0,42	103,8	0,12	0,47	115,2	—036	0,43	101,0	0,16	0,45	103,3	0,07
N6	0,46	4,9	1	0,45	4,7	1	0,37	3,9	1	0,41	4,3	1

	R						S					
	D2			G			D1			D2		
n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n
2	0,16	0,5	1	0,04	0,1	1	0,07	0,17	1	0,11	0,3	1
3	0,31	21,2	0,98	0,23	15,9	0,99	0,08	5,7	1	0,07	4,9	0,99
4	0,41	59,2	0,83	0,34	48,5	0,92	0,08	21,7	0,98	0,09	20,0	0,98
5	0,45	101,4	0,30	0,40	88,4	0,47	0,11	43,0	0,91	0,10	33,2	0,95
6	0,45	106,7	0,06	0,37	85,9	0,58	0,12	68,3	0,75	0,09	52,7	0,85
N6	0,40	4,3	1	0,34	3,5	1	0,10	1,1	1			
7										0,13	93,6	0,57
N7										0,10	1,2	1

	S			D1						D2		
	G			D2			G			G		
n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n	$\Delta_n \cdot 10^5$	ΔP_n %	r_n
2	0,16	0,5	1	0,08	0,2	1	0,12	0,3	1	0,15	0,4	1
3	0,08	5,8	1	0,05	3,2	1	0,10	7,1	0,99	0,11	7,6	1
4	0,06	15,2	0,99	0,08	19,4	0,99	0,10	26,2	0,98	0,11	25,9	0,97
5	0,09	40,3	0,93	0,10	40,4	0,93	0,12	44,7	0,89	0,13	57,5	0,91
6	0,15	15,5	0,50	0,10	54,7	0,85	0,13	76,4	0,65	0,14	111,4	0,58
N6	0,11	1,2	1	0,08	1,0	1	0,12	1,2	1	0,13	1,4	1

$$\Delta = \left[\frac{1}{2M} \sum_{n=2}^{N} \sum_{m=0}^{n} (\delta\bar{C}^2_{nm} + \delta\bar{S}^2_{nm})\right]^{1/2}, \qquad (2)$$

где M — число сравниваемых гармоник.

Коэффициенты корреляции для каждого порядка гармоник брали в виде [3]

$$r_n = \frac{\sum\limits_{m=0}^{n} (\bar{C}_{nm}\bar{C}'_{nm} + \bar{S}_{nm}\bar{S}'_{nm})}{\left[\sum\limits_{m=0}^{n} (\bar{C}^2_{nm} + \bar{S}^2_{nm}) \sum\limits_{m=0}^{n} (\bar{C}'^2_{nm} + \bar{S}'^2_{nm})\right]^{1/2}}, \qquad (3)$$

а для всей совокупности стоксовых постоянных до N-го порядка определяли из соотношения

$$r=\frac{\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=0}^{n}(\bar{C}_{nm}\bar{C}'_{nm}+\bar{S}_{nm}\bar{S}'_{nm})}{\left[\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=0}^{n}(\bar{C}^2_{nm}+\bar{S}^2_{nm})\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=0}^{n}(\bar{C}'^2_{nm}+\bar{S}'^2_{nm})\right]^{1/2}}. \qquad (4)$$

Данные коэффициенты корреляции, как отмечено в работе [3], не являются статистической мерой согласия двух решений, поскольку при этом не принимается во внимание корреляционная связь между отдельными гармониками, но все же они дают общую картину согласия решений в целом.

Мерой статистического согласия двух различных решений можно считать также величины [10]:

$$\Delta P_n=\frac{\left[\sum_{m=0}^{n}(\delta\bar{C}'^2_{nm}+\delta\bar{S}'^2_{nm})\right]^{1/2}}{\left[\sum_{m=0}^{n}(\bar{C}'^2_{nm}+\bar{S}'^2_{nm})\right]^{1/2}}\cdot 100\,\%; \qquad (5)$$

$$\Delta P=\frac{\left[\sum_{n=0}^{M}\sum_{m=0}^{n}(\delta\bar{C}_{nm}+\delta\bar{S}_{nm})\right]^{1/2}}{\left[\sum_{n=2}^{N}\sum_{m=0}^{n}(\bar{C}'^2_{nm}+\bar{S}'^2_{nm})\right]^{1/2}}\cdot 100\,\%. \qquad (6)$$

В формулах (1)—(6) δC_{nm} и δS_{nm} — суть разности соответствующих коэффициентов каждой пары сравниваемых моделей. Результаты вычислений указанных статистических характеристик согласия обсуждаемых моделей (табл. 1) позволяют сделать следующие выводы: 1. Лучше всего во всех рассматриваемых моделях, исключая модель (B), согласуются гармоники до 4-го порядка, что, безусловно, подтверждает надежность их определения. 2. Достаточно близки между собой модели (S), ($D1$), ($D2$) и (G). Среди них в наилучшем соответствии находятся модели (S) и ($D1$), а также (S) и (G). Причем если причину хорошей сходимости моделей (S) и ($D1$) можно объяснить использованием при их выводе перекрывающихся данных [1], то хорошая согласованность моделей (S) и (G), построенных на более «независимой» исходной информации, указывает на достоверное определение совокупности коэффициентов до 6-го порядка включительно.

Оценим модели ареопотенциала косвенным путем. Для этого вначале вычислим в узлах картографической сетки $\Delta\varphi=\Delta\lambda=10°$ разности высот эквипотенциальных поверхностей Δh_{ij}, соответствующих сравниваемым моделям, а затем получим по этим данным их средние квадратические погрешности для отдельных широт и для широтных поясов: $\varphi=0°—80° N$; $\varphi=0°—80° S$; $\varphi=80° N—80° S$.

Средние квадратические отклонения найдем соответственно по следующим формулам:

$$\sigma_{\varphi_i} = \sqrt{\frac{1}{72}\sum_{j=1}^{36}\Delta h_j^2}; \quad (7) \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_{\varphi_i}^2 \cos\varphi_i}{\sum\limits_{i=1}^{N}\cos\varphi_i}}, \quad (8)$$

где N — количество широтных полос, входящих в широтный пояс.

Результаты этих вычислений приведены в табл. 2. На основании анализа полученных данных отметим, что наиболее близки эквипотенциальные поверхности, найденные по моделям гравитационного поля $(J2)$, (S), $(D1)$ и (G). Средние квадратические отклонения высот эквипотенциальных поверхностей, построенных по этим моделям внутри широтного пояса $\varphi=\pm 80°$, находятся в пределах ± 50 м. Еще лучшая сходимость высот уровенных поверхностей отмечается в южном полушарии, где значения средних квадратических погрешностей разностей высот не выходят за пределы ± 40 м.

Эквипотенциальные поверхности, построенные по моделям (R) и $(J2)$, (S), $(D1)$, $(D2)$, (G), также находятся в хорошем согласии для широтного пояса $\varphi=30° N—70° S$. Здесь средние квадратические погрешности разностей высот колеблются в границах $\pm 20 \ldots 70$ м. Однако в северных областях разности высот эквипотенциальных поверхностей постепенно возрастают, достигая в приполярной зоне ~ 650 м.

Модель (B) несколько хуже представляет ареоид в экваториальной полосе ($\varphi=\pm 30°$), нежели остальные обсуждаемые модели ареопотенциала, хотя в приполярных областях средние квадратические погрешности разности высот оказались небольшими ($\sim \pm 80$) м.

Таким образом, проведенный анализ эквипотенциальных поверхностей, построенных по известным нам моделям гравитационного поля Марса, дает основания полагать, что точность определения высот ареоида в широтном поясе $\varphi=\pm 80°$ в среднем примерно равна ± 70 м.

Выполним теперь по наиболее надежным моделям ареопотенциала ($(J2)$, (S), (G)) * формальную оценку точности определения планетарных характеристик планеты (потенциала V,

* Выбор именно этих моделей обусловлен их хорошей согласованностью и наиболее различающейся исходной наблюдательной информацией и математическими методами ее обработки.

4687

Таблица 2

Средние квадратические ошибки разностей высот эквипотенциальных поверхностей, построенных по моделям гравитационного поля Марса, м

φ°	J_2						B					R				S			D_1		D_2
	B	R	S	D_1	D_2	G	R	S	D_1	D_2	G	S	D_1	D_2	G	D_1	D_2	G	D_1	G	G
80	37	311	74	117	119	24	298	80	136	135	56	364	427	414	333	80	66	64	49	96	100
70	67	115	67	72	96	18	120	96	102	119	78	161	177	183	127	64	69	67	62	59	88
60	74	76	41	56	59	17	134	90	73	79	75	81	105	106	79	66	66	47	51	47	54
50	58	129	68	60	66	26	151	93	74	85	57	162	174	174	142	63	51	62	41	45	46
40	48	86	67	47	63	29	78	96	77	97	61	114	114	123	97	46	39	53	33	29	44
30	57	66	49	32	39	22	100	87	71	80	70	57	51	54	52	32	28	33	26	19	27
20	79	73	45	35	43	26	131	102	90	94	85	69	68	64	62	26	28	33	25	18	24
10	101	55	39	34	43	37	120	122	110	118	109	50	43	49	41	18	21	23	22	11	22
0	97	60	40	31	38	37	114	108	97	102	105	46	44	51	41	20	19	21	21	16	24
−10	84	54	46	35	44	34	105	86	77	84	82	49	46	48	45	24	18	32	20	17	29
−20	120	50	48	40	44	39	124	110	112	122	110	33	26	29	30	24	22	29	19	13	25
−30	151	66	46	41	42	42	152	134	142	147	145	42	43	45	34	19	21	23	13	16	21
−40	143	51	43	37	35	37	134	125	133	131	136	40	29	31	22	18	19	28	9	14	18
−50	126	47	38	31	33	33	109	111	107	103	107	36	32	36	29	20	20	20	13	9	16
−60	112	62	29	31	38	33	104	106	88	81	90	68	54	57	48	24	28	26	10	10	15
−70	78	40	18	31	31	30	77	78	69	69	72	46	28	31	27	36	31	37	18	11	20
−80	45	59	51	31	14	29	99	30	53	46	68	108	50	54	33	63	54	76	17	19	26
$\varphi=0^0—80^0N$	77	95	52	48	56	29	127	101	91	99	85	109	118	119	96	42	39	41	34	33	42
$\varphi=0^0—80^0S$	116	55	42	35	39	36	120	108	107	109	110	48	39	43	36	25	23	30	16	14	23
$\varphi=80^0N—80^0S$	99	79	48	42	49	32	124	104	100	104	98	87	91	93	74	36	33	37	27	26	34
$\lvert\Delta h_{ij}\rvert$ max	430	488	267	226	289	131	504	396	381	395	391	630	649	705	509	231	230	225	158	188	248

ондуляции ареоида Δr, вертикальных g_n и горизонтальных g_φ, g_λ составляющих притяжения).

Предположим, что $\sigma^2_{\delta \bar{C}nm}$, $\delta^2_{\delta \bar{S} nm}$ — дисперсии коэффициентов ареопотенциала — известны, и все коэффициенты не коррелированы, т. е. выполняются условия [4]:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\delta \bar{C}nm,\, \delta \bar{S}rk} &= M\{\delta \bar{C}_{nm}, \delta \bar{C}_{rk}\} = 0 \\ \sigma_{\delta \bar{S}nm,\, \delta \bar{S}rk} &= M\{\delta \bar{S}_{nm}, \delta \bar{S}_{rk}\} = 0 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\text{для } n \neq r; \\ &n \neq k; \end{aligned} \tag{9}$$

$$\sigma_{\delta \bar{C}nm,\, \delta \bar{S}nm} = M\{\delta \bar{C}_{nm}, \delta \bar{S}_{nm}\} = 0, \tag{10}$$

где $M\{\}$ — символ математического ожидания.

Тогда дисперсии планетарных характеристик σ^2_V, σ^2_Δ, $\sigma^2_{g_n}$, $\sigma^2_{g_\varphi}$, $\sigma^2_{g_\lambda}$ можно рассчитать по формулам:

$$\sigma^2_V = M\{\delta V^2\} = \left(\frac{fM}{r}\right)^2 \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{R_0}{r}\right)^{2n} \sum_{m=0}^{n} (\sigma^2_{\delta \bar{C}nm} \cos^2 m\lambda + $$

$$+ \sigma^2_{\delta \bar{S}nm} \sin^2 m\lambda)[\bar{P}_{nm}(\sin\varphi)]^2; \tag{11}$$

$$\sigma^2_{\Delta r} = M\{\delta \Delta r^2\} = \left(\frac{fM}{\gamma r}\right)^2 \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{R_0}{r}\right)^{2n} \sum_{m=0}^{n} (\sigma^2_{\delta \bar{C}nm} \cos^2 m\lambda + $$

$$+ \sigma^2_{\delta \bar{S} nm} \sin^2 m\lambda)[\bar{P}_{nm}(\sin\varphi)]^2; \tag{12}$$

$$\sigma^2_{g_n} = M\{\delta g^2_n\} = \left(\frac{fM}{r^2}\right)^2 \sum_{n=2}^{N} (n+1) \left(\frac{R_0}{r}\right)^{2n} \sum_{m=0}^{n} (\sigma^2_{\delta \bar{C}nm} \cos^2 m\lambda + $$

$$+ \sigma^2_{\delta \bar{S}nm} \sin^2 m\lambda)[\bar{P}_{nm}(\sin\varphi)]^2; \tag{13}$$

$$\sigma^2_{g_\varphi} = M\{\delta g^2_\varphi\} = \left(\frac{fM}{r^2}\right)^2 \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{R_0}{r}\right)^{2n} \sum_{m=0}^{n} (m^2 \sigma^2_{\delta \bar{C}nm} \sin^2 m\lambda + $$

$$+ \delta^2_{\delta \bar{C}nm} \cos^2 m\lambda)[\bar{P}_{nm}(\sin\varphi)]^2. \tag{14}$$

$$\sigma^2_{g_\lambda} = M\{\delta g^2_\lambda\} = \left(\frac{fM}{r^2}\right)^2 \sum_{n=2}^{N} \left(\frac{R_0}{r}\right)^{2n} \sum_{m=0}^{n} (\sigma^2_{\delta \bar{C}nm} \cos^2 m\lambda + $$

$$+ \sigma^2_{\delta \bar{S}nm} \sin^2 m\lambda)[\bar{P}_{n,\,m+1}(\sin\varphi) - m \operatorname{tg}\varphi\, \bar{P}_{nm}(\sin\varphi)]^2. \tag{15}$$

Здесь fM — произведение гравитационной постоянной на массу Марса; R_0 — экваториальный радиус марсианского сфероида; r, φ, λ — сферические координаты точки, в которой определяются дисперсии планетарных характеристик; γ — среднее значение силы тяжести на поверхности планеты; $P_{nm}(\sin\varphi)$ — нормированные присоединенные полиномы Лежандра. В качестве стандартных отклонений каждого коэффициента ареопотенциала нами принята разность между соответствующими коэффициентами двух моделей, разделенная на $\sqrt{2}$.

По описанным выше формулам выполнены численные расчеты стандартных отклонений планетарных характеристик для сетки координат $\Delta\varphi=\Delta\lambda=10°$ по двум вариантам данных средних квадратических отклонений коэффициентов моделей $(J2—G)$ и $(S—G)$. В табл. 3 приведены результаты определения соответствующих стандартов по параллелям для северного полушария (так выгодно поступить ввиду того, что их изменения с долготой пренебрежимо малы по сравнению с изменениями по широте). Эти же значения переносятся очевидным образом

Таблица 3

Стандартные отклонения планетарных характеристик на поверхности планеты, вычисленные по средним квадратическим разностям коэфициентов моделей $(J_2—G)$ и $(S—G)$

$\varphi°$	$J_2—G$					$S—G$				
	σ_V, м²/с²	σ_{Δ_r}, м	σ_{g_n}, мгл	σ_{g_φ}, мгл	σ_{g_λ}, мгл	σ_V, м²/с²	σ_{Δ_r}, м	σ_{g_n}, мгл	σ_{g_φ}, мгл	σ_{g_λ}, мгл
80	100	26	13	3	2	107	28	17	9	8
70	67	18	8	3	2	98	25	15	6	7
60	41	11	5	3	2	96	23	12	6	7
50	46	12	6	2	2	79	21	11	7	10
40	48	13	7	1	2	95	25	17	7	11
30	35	9	5	2	1	93	25	17	5	11
20	24	7	3	2	1	90	24	15	3	10
10	40	10	5	1	2	86	23	14	3	8
0	50	13	7	1	1	82	22	13	2	7

и на южное полушарие. Симметричность средних квадратических отклонений обусловлена фактом пренебрежения коррелированностью погрешностей гармоник потенциала.

Данные табл. 3 свидетельствуют о хорошей согласованности сопоставляемых моделей ареопотенциала, а значения средних квадратических отклонений планетарных характеристик указывают на сравнительно высокую точность их вычисления по этим моделям.

Подводя итоги проведенным исследованиям, отметим следующее. Результаты сравнительной оценки коэффициентов моделей ареопотенциала, полученных на основании имеющейся информации по «Маринер-9» и «Викинг-1,2» с применением разных методов обработки данных, как правило, находятся в согласии в пределах погрешностей, найденных по внутренней сходимости каждой модели [5—8, 11, 12]. Наилучшая сходимость по всем решениям наблюдается между коэффициентами до 3-го и 4-го порядков. По всей совокупности коэффициентов наиболее близки между собой модели гравитационного поля Марса $(J1)$, $(J2)$, (S), $(D1)$, $(D2)$ и (G). Несколько хуже согласуются с перечисленными моделями решения (B) и (R). Из всех обсуждаемых моделей ареопотенциала в наилучшем соответствии находятся решения для гармонических коэффициентов $(D1)$, $(D2)$, (G), найденные методом коротких дуг. Такую согласованность можно объяснить единым алгоритмом анализа использованием доплеровских данных по перекрывающим орбитальным дугам КА «Маринер-9», вследствие чего сравн тельный анализ именно этих моделей не позволяет достаточ достоверно оценить их точность. Поэтому заслуживает вним ния довольно хорошая сходимость решений ($J2$) и (G). Сре няя квадратическая погрешность разности эквипотенциальны поверхностей, построенных по коэффициентам этих моделе не превышает $\sim\pm35$ м. Не намного превышает это значени ($\sim\pm40$ м) средняя квадратическая погрешность разности вы сот эквипотенциальных поверхностей, найденная на осно моделей (S) и (G). Если же сравнивать указанные модел с учетом гармоник до $N=4$ или $N=6$, то здесь эквивалентн погрешности разностей высот уровенных поверхностей находя ся в пределах ±30 м (табл. 3).

Таким образом, на основании проведенного анализа мож сделать вывод, что модели ареопотенциала ($J2$), (S) и (G) наиболее правдоподобно представляют гравитационное по Марса в настоящее время. Среди этих моделей самой надежно очевидно, является модель (G), построенная методом коротк дуг по данным «Маринер-9» и «Викинг-1,2». С ней наибол согласована модель ($J2$), полученная до 4-го порядка метод длинных дуг по бо́льшему объему данных траекторных измер ний «Маринер-9». Модель (S), выведенная до 9-го порядка и н ходящаяся в хорошем согласии с моделями ($J2$) и (G), да наиболее детальное разрешение гравитационного поля планет

Список литературы: 1. *Мещеряков Г. А., Церклевич А. Л.* Гравитаци ное поле, фигура и внутреннее строение Марса. — М.: ВИНИТИ / д № 3533-78. 2. *Пеллинен Л. П,. Остач О. М.* Вопросы совместного исполь вания спутниковых, гравиметрических и астрономо-геодезических данн для определения фигуры и гравитационного поля Земли. — Наблюден искусственных небесных тел, 1976, № 15, ч. 1. 3. *Рапп Р.* Оценка точно получаемых коэффициентов геопотенциала. — В сб.: Использование иск ственных спутников для геодезии. М., 1975. 4. Справочник по теории роятностей и математической статистике / Под ред. *В. С. Королюка.* Киев: Наукова думка, 1978. 5. *Born G.* Mars physical parameters as de mined from Mariner 9 observations of the natural satelites and dop tracking. — J. Geophys. Res., 1974, v. 79, N 32. 6. *Gapcynski J. P., T son R. H., Michael W. H. Jr.* Mars gravity field: combined Viking and M ner 9 results. — J. Geophys. Res., 1977, v. 82, N 28. 7. *Daniels E. F., T son R. H.* Spherical harmonic representation of the gravity field of M using a schort-arc technique. — AIAA Pap., 1976, N 823. 8. *Jordan J. Lorell J.* Mariner 9: an instrument of dynamical science. — Icarus, 1975, v. N 1. 9. *Khan M. A.* Comparative evalution of recent global representati of Earth's gravity field. — Geophys. J. R. astr. Soc., 1976, N 46. 10. *Rapp* Comparison of the potential coefficient models of the standart Earth (II III) and the GEM5 and GEM6. — Bull. gend., 1975, N 117. 11. *Reas berg R. D., Shapiro I. I., White R. D.* The gravity field of Mars. — Geoph Res. Lett., 1975, v. 2, N 3. 12. *Sjogren W. L., Lorell J., Wong L., Downs* Mars gravity field based on a schort-arc technique. — J. Geophys. Res., 19 v. 80, N 20.

Работа поступила в редколлегию 23 варя 1979 года. Рекомендована кафед теории математической обработки гео зических измерений Львовского поли нического института.