

Л. С. ХИЖАК, А. Е. ФЕДОРИЩЕВ

ПОПРАВКА ЗА ВЕРТИКАЛЬНУЮ РЕФРАКЦИЮ ПРИ НАБЛЮДЕНИИ ВЫСОКИХ ОБЪЕКТОВ НА БОЛЬШИХ ЗЕНИТНЫХ РАССТОЯНИЯХ

Рассмотрим вопрос об учете влияния рельефа местности на значение рефракции при наблюдении высоких объектов.

Как известно из метеорологии, изотермические поверхности имеют тенденцию следовать рельефу местности. Это, в свою очередь, вызывает некоторую зависимость показателя преломления от рельефа местности и, естественно, оказывает влияние на рефракцию высоких объектов.

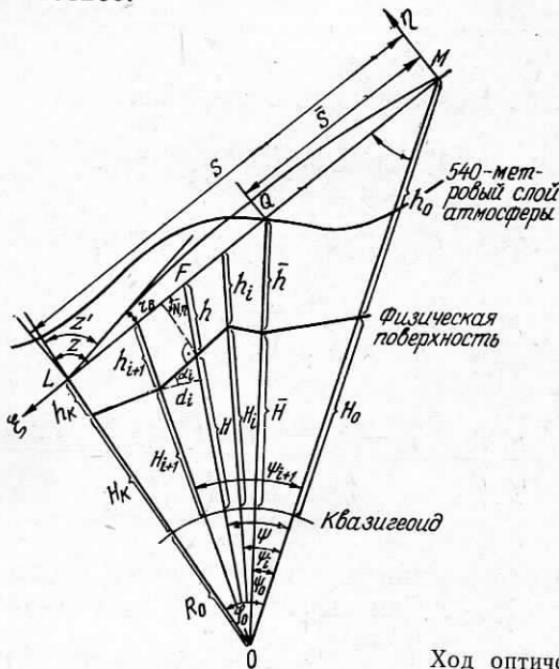
Попытаемся хотя бы в первом приближении учесть это влияние.

Пусть на рисунке в точке M расположен объект, наблюдаемый из точки L . Хорда LM пересекает слой атмосферы в точке

Значение рефракции в точке L можно вычислить по формуле Г. Морица [7]

$$r''_B = \frac{\rho}{S} \int_0^S \frac{1}{n} \frac{dn}{d\eta} \xi d\xi, \quad (1)$$

где n — показатель преломления воздуха; S — длина трассы по хорде; ось ξ направлена по хорде траектории светового луча; ось η расположена в вертикальной плоскости перпендикулярно к оси ξ ; $\rho'' = 206265$.



Ход оптического луча и
принятые к выводу фор-
мул обозначения.

Для интервалов LQ и QM хорды LM интеграл (1) перепи-
шем в виде

$$r''_B = \frac{\rho}{S} \int_0^{\bar{S}} \frac{1}{n} \frac{dn}{d\eta} \xi d\xi + \frac{\rho}{S} \int_{\bar{S}}^S \frac{1}{n} \frac{dn}{d\eta} \xi d\xi. \quad (2)$$

Участок хорды LQ разделим на k отрезков, концы которых соответствуют точкам перегиба профиля наблюдаемого направления. Тогда выражение (2) можно представить уравнением

$$r''_B = \frac{\rho}{S} \int_0^{\bar{S}} \frac{1}{n} \frac{dn}{d\eta} \xi d\xi + \frac{\rho}{S} \sum_{i=1}^k \int_{S_i}^{S_{i+1}} \frac{1}{n} \frac{dn}{d\eta} d\xi. \quad (3)$$

Здесь $i = 0, 1, 2, 3, \dots, k$; $S_0 = S$.

Перейдем от прямоугольной системы координат ξ , M , η к полярной с координатами $(R_0 + H_0 + h_0)$, ψ и полюсом в точке O . Для этого найдем зависимость между координатами обеих систем. Непосредственно из треугольника OFM получим

$$\xi = \frac{(R_0 + H_0 + h_0) \sin \psi}{\sin(z - \varphi_0 + \psi)}. \quad (4)$$

Дифференциал от (4) запишется выражением

$$d\xi = \frac{(R_0 + H_0 + h_0)[\sin(z - \varphi_0 + \psi) \cos \psi - \sin \psi \cos(z - \varphi_0 + \psi)]}{\sin^2(z - \varphi_0 + \psi)} d\psi. \quad (5)$$

После некоторых преобразований будем иметь

$$d\xi = \frac{(R_0 + H_0 + h_0) \cdot \sin(z - \varphi_0)}{\sin^2(z - \varphi_0 + \psi)} d\psi. \quad (6)$$

Подставив вместо ξ и $d\xi$ их значение из формулы (3), получим

$$r_r'' = \frac{\rho}{S} \int_0^s \frac{1}{n} \frac{dn}{d\eta} \xi d\xi + \\ + \frac{\rho}{n} \sum_{i=1}^k \int_{\psi_i}^{\psi_{i+1}} \frac{1}{n} \frac{dn}{d\eta} \frac{(R_0 + H_0 + h_0)^2 \sin(z - \varphi_0) \sin \psi}{\sin^3(z - \varphi_0 + \psi)} d\psi, \quad (7)$$

где $\psi_k = \varphi_0$.

Значение первого интеграла уравнения (7) можно получить, как в работах [2, 3]. Для вычисления второго интеграла подставим величины n и $\frac{dn}{d\eta}$ в функции полярных координат $(R_0 + H_0 + h_0)$, ψ и найдем пределы интегрирования ψ_i и угол φ_0 . Значение последнего, как следует из рисунка,

$$\varphi_0 = z - \arcsin \left[\frac{(R_0 + H_x + k_0)}{(R_0 + H_0 + h_0)} \sin z \right]. \quad (8)$$

Величины ψ_i с достаточной точностью получим из измеренных горизонтальных проложений d_i на карте по следующей формуле:

$$\psi_i = \sum_{i=0}^k \beta_i, \quad (9)$$

$$\text{где } \beta_i = \frac{d_i \cdot \rho''}{R_0 + H_{i_{cp}}}.$$

Здесь $H_{i_{cp}}$ — средняя высота точек подстилающей поверхности над уровнем моря в i -м отрезке; R_0 — средний радиус Земли; $\rho'' = 206265$.

Градиент показателя преломления найдем, дифференцируя по h зависимость [1]:

$$\frac{dn}{dh} = \left(-109,2 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T^2} - 15,02 \frac{e}{T^2} 10^{-6} \right) \frac{dT}{dh} + 109,2 \frac{1}{T} \frac{dP}{dh} \cdot 10^{-6}. \quad (10)$$

Величины T и P выражения (10) можно представить, как показано в работах [4, 5], зависимостями вида

$$t = t_0 + [(f_1 + k_1 \tau) h + (f_2 + k_2 \tau) h^2 + (f_3 + k_3 \tau) h^3 + \\ + (f_4 + k_4 \tau) h^4 + (f_5 + k_5 \tau) h^5] + [(l_1 + m_1 t_0) h + (l_2 + m_2 t_0) h^2 + \\ + (l_3 + m_3 t_0) h^3 + (l_4 + m_4 t_0) h^4]_j. \quad (11)$$

$$P = P_0 \exp(ah), \quad (12)$$

где f_i , k_i , m_i , l_i , a — коэффициенты, определенные экспериментально; h — высота текущей точки над подстилающей поверхностью, выраженная в формуле (1) в сотнях метров, а в формуле (12) — в метрах; t_0 , P_0 — температура и давление воздуха на пункте наблюдения; ($j = 1, 2, 3$) — интервалы температуры t_0 , измеренной на высоте 2 м; τ — вертикальная разность температур, измеренных на высоте 25 и 2 м.

Дифференцируя уравнения (11) и (12) по h , имеем

$$\left(\frac{dt}{dh} \right)_j = t_0 + [(f_1 + k_1 \tau) + 2(f_2 + k_2 \tau) h + 3(f_3 + k_3 \tau) h^2 + \\ + 4(f_4 + k_4 \tau) h^3 + 5(f_5 + k_5 \tau) h^4] + [(l_1 + m_1 t_0) + \\ + 2(l_2 + m_2 t_0) h + 3(l_3 + m_3 t_0) h^2 + 4(l_4 + m_4 t_0) h^3]_j, \quad (13)$$

$$\frac{dP}{dh} = -aP_0 \exp(ah). \quad (14)$$

С другой стороны,

$$\frac{dt}{dh} = \frac{dt}{d\bar{N}} \cos(\bar{N}, h), \quad (15)$$

где \bar{N} — нормаль к изотермическим поверхностям. Тогда

$$\frac{dt}{d\bar{N}} = \frac{dt}{dh} \frac{1}{\cos(\bar{N}, h)}, \quad (16) \quad \text{а} \quad \frac{dt}{d\eta} = \frac{dt}{d\bar{N}} \cos(\bar{N}, h). \quad (17)$$

В соответствии с рисунком

$$\cos(\bar{N}, h) = \cos \alpha_i \quad (18) \quad \text{и} \quad \cos(\bar{N}, \eta) = \sin(z + \alpha_i - \varphi_0 + \psi). \quad (19)$$

С учетом формул (18) и (19) окончательно получим

$$\frac{dt}{d\eta} = \frac{dt}{dh} \cdot \frac{\sin(z + \alpha_i - \varphi_0 + \psi)}{\cos \alpha_i}, \quad (20)$$

где $\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{H_{i+1} - H_i}{d_i}$, H — высоты точек перегиба профиля местности, определяемые по карте. Поскольку нормаль к изобарическим поверхностям совпадает с направлением h , можно принять

$$\frac{dP}{d\eta} = \frac{dP}{dh} \cos(\eta, h), \quad (21)$$

или, учитывая уравнения (18) и (19),

$$\frac{dP}{d\eta} = \frac{dP}{dh} \cos \alpha_i. \quad (22)$$

Найдем полярную координату h . На основании рисунка

$$h = \frac{(R_0 + H_0 + h_0) \sin(z - \varphi_0)}{\sin(z - \varphi_0 + \psi)} - (R_0 + H) \quad (23)$$

$$H = \frac{(H_i + R_0) \cos \alpha_i}{\cos \alpha_i (\psi - \psi_i - \alpha_i)} - R_0. \quad (24)$$

Подставляя формулу (24) в (23), значение h окончательно получаем по формуле

$$h = \frac{(R_0 + H_0 + h_0) \sin(z - \varphi_0)}{\sin(z - \varphi_0 + \psi)} - \frac{(H_i + R_0) \cos \alpha_i}{\cos(\psi - \psi_i - \alpha_i)}. \quad (25)$$

Таким образом, мы имеем все необходимые данные для вычисления второго интеграла формулы (7).

Найдем, наконец, точки, в которых хорда наблюдаемого направления пересекает слой, где сохраняется тенденция следования изотермических поверхностей рельефу местности. В исследованиях [6] показано, что высота такого слоя равна примерно 540 м. Значения ψ , при которых наблюдаемое направление пересекает 540-метровый слой атмосферы, могут быть найдены из соотношения

$$\frac{(R_0 + H_0 + h_0) \sin(z - \varphi_0)}{\sin(z - \varphi_0 + \psi)} - \frac{(H_i + R_0) \cos \alpha_i}{\cos(\psi - \psi_i - \alpha_i)} = 540. \quad (26)$$

Следует отметить, что Z — теоретическое значение неизвестного зенитного расстояния. Поэтому вычисление r_B предложенным методом необходимо выполнять последовательными приближениями.

Список литературы: 1. Кондрашков А. В. Электрооптические и радиогеодезические измерения. — М.: Недра, 1972. 2. Маслич Д. И. Определение рефракции при распространении электромагнитных волн у поверхности Земли. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1972, вып. 15. 3. Хижак Л. С., Черняга Н. Г. Исследование закономерностей плотности атмосферы / Депон. в ВИНИТИ 26.12.1974, № 33-08-74. 4. Хижак Л. С., Федорищев А. Е. Исследование температурного поля с целью учета рефракционных искажений в пограничном слое атмосферы. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1975, вып. 21. 5. Федорищев А. Е. Исследование закономерности распределения атмосферного давления для учета рефракции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 28. 6. Федорищев А. Е. Методы определения температуры воздуха на различных высотах в пограничном слое атмосферы. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1975, вып. 21. 7. Moritz H. Zur Geometrie der Refraktion. — Österreich Vermessungswesen, 1962, 50, Nr. 1.

Работа поступила в редакцию 12 декабря 1978 года. Рекомендована кафедрой геодезии Львовского политехнического института.