

Х. В. БУРШТЫНСКАЯ, А. Н. НЕВИДОМСКИЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОРРЕЛЯЦИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ ВЗАИМНОГО ОРИЕНТИРОВАНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ОТКЛОНЕНИЯ ТОЧЕК ОТ СТАНДАРТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Элементы взаимного ориентирования (ЭВО) аэрофотоснимков определяются по измеренным поперечным параллаксам и координатам точек по определенной математической зависимости. Существует математическая зависимость между погрешностями элементов взаимного ориентирования и погрешностями измерения поперечных параллаксов. Можно установить зависимость между погрешностями элементов взаимного ориентирования. Анализ этих зависимостей удобно выполнить через коэффициенты корреляции.

Исследованием зависимостей между погрешностями элементов взаимного ориентирования занимались фотограмметристы И. Т. Антипов [1, 2], Ю. П. Тюфлин [5], В. И. Павлов [4].

Однако влияние отклонения точек от стандартного положения на изменение корреляционных коэффициентов погрешностей элементов взаимного ориентирования исследовано не полно. Для объективной оценки точности результатов различных процессов, а также для введения весов с целью ослабления влияния случайных погрешностей надо исследовать ковариационную матрицу погрешностей элементов взаимного ориентирования.

Для приближенных оценок такая матрица может быть получена умножением обратной матрицы нормальных уравнений на дисперсию единицы веса

$$K = \sigma_0^2 A^{-1}, \quad (1)$$

где K — ковариационная матрица погрешностей элементов взаимного ориентирования, σ_0^2 — дисперсия единицы веса и A^{-1} — обратная матрица нормальных уравнений.

Обратную матрицу A^{-1} рассматривают в качестве весовой, диагональные элементы которой являются квадратичными весовыми коэффициентами и служат обратными весами уравненных параметров

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} Q_{11}^2 & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & Q_{15} \\ & Q_{22}^2 & Q_{23} & Q_{24} & Q_{25} \\ & & Q_{33}^2 & Q_{34} & Q_{35} \\ & & & Q_{44}^2 & Q_{45} \\ & & & & Q_{55}^2 \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Значения весовых коэффициентов получают по формуле

$$Q_{ij} = \frac{A_{ij}}{D}, \quad (3)$$

где D — определитель, составленный из коэффициентов нормальных уравнений; A_{ij} — алгебраическое дополнение соответствующего коэффициента этого определителя.

По элементам ковариационной матрицы определяются элементы корреляционной матрицы

$$r_{ij} = \frac{Q_{ij}}{Q_{ii} \cdot Q_{jj}}. \quad (4)$$

Корреляционную матрицу можно представить в виде

$$R = \begin{vmatrix} 1 & r_{\alpha_n \alpha_n} & r_{\alpha_n \Delta\omega} & r_{\alpha_n x_n} & r_{\alpha_n x_n} \\ & 1 & r_{\alpha_n \Delta\omega} & r_{\alpha_n x_n} & r_{\alpha_n x_n} \\ & & 1 & r_{\Delta\omega x_n} & r_{\Delta\omega x_n} \\ & & & 1 & r_{x_n x_n} \\ & & & & 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Изменение коэффициента корреляции запишется

$$dr_{ij} = \frac{dQ_{ij}}{Q_{ii} Q_{jj}} - \frac{Q_{ij} \cdot dQ_{ii}}{Q_{jj} \cdot Q_{ii}^2} - \frac{Q_{ij} \cdot dQ_{jj}}{Q_{ii} \cdot Q_{jj}^2}. \quad (6)$$

В свою очередь, дифференциал весового коэффициента определяется по формуле

$$dQ_{ij} = \frac{dA_{ij}}{D} - \frac{A_{ij} dD}{D^2}. \quad (7)$$

Определитель D , составленный из коэффициентов нормальных уравнений, соответствующих базисной системе определения ЭВО, запишется в виде (8), а его дифференциал получится путем дифференцирования каждого члена по координатам точек.

Таков путь определения изменения коэффициентов корреляции погрешностей элементов взаимного ориентирования довольно сложный. Нами задача решалась на ЭВМ М-222 с использованием формул (1—5).

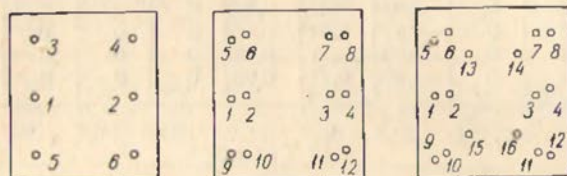
Для исследования коэффициентов корреляции использовались уравнения вида (9) при определении ЭВО в линейно-угловой системе

и уравнения (10) при определении ЭВО в угловой системе

$$p\tau + \frac{y\rho}{f}v + \frac{x_n y_\Delta}{f}\Delta\alpha + \left(f + \frac{y_n y_\Delta}{f}\right)\Delta\omega + x_n \Delta x - q = v, \quad (9)$$

$$\frac{x_\Delta y_\Delta}{f}\alpha_\Delta - \frac{x_n y_n}{f}\alpha_n - \left(f + \frac{y_n^2}{f}\right)\Delta\omega + x_\Delta x_\Delta - x_n x_n + q = v. \quad (10)$$

Обратная матрица получена для трех схем расположения точек (рис. 1), наиболее часто применяемых при определении элементов взаимного ориентирования.



Схемы расположения точек.

Вычисление коэффициентов корреляции выполнялось на ЭВМ М-222 по программе, составленной на языке алгол.

Величина σ_0^2 не оказывает влияния на элементы корреляционной матрицы (5), поэтому ее значение принималось равным 1.

В табл. 1 и 2 приведены значения коэффициентов корреляции, полученные для двух вариантов макетных снимков.

В первом варианте (табл. 1) задавались значениями координат левого снимка и паралаксов, значения координат правого снимка получены по формулам

$$x_n = x_\Delta - p, \quad y_n = y_\Delta.$$

Отклонения точек от стандартного положения допускались в границах $\Delta x = \Delta y = 5$ мм. Коэффициенты корреляции вычислены для четырех значений фокусных расстояний $f = 70$ мм, 100 мм, 140 мм и 200 мм.

Во втором варианте (табл. 2) координаты точек выбирались из макетов, приведенных в [3]. Использованы макеты трех стереопар 1—2, 2—3, 4—5.

Коэффициенты корреляции получены как для линейно-угловой, так и угловой систем определения элементов взаимного ориентирования.

Анализ данных табл. 1, 2 свидетельствует о весьма сильных корреляционных связях между погрешностями отдельных элементов взаимного ориентирования. В частности, в угловой системе ЭВО наблюдается прочная корреляционная связь между погрешностями $x_\Delta - x_n$, $x_\Delta - \Delta\omega$, $x_n - \Delta\omega$, а коэффициенты корреляции колеблются от 0,8 до 1,0.

В линейно-угловой системе сильная связь обнаруживается между погрешностями элементов $\tau - \Delta\omega$ и $v - \Delta\alpha$ (0,6—1,0). Ко-

эффицент корреляции погрешностей элементов $\tau-\Delta x$ изменяется в пределах 0,06—0,37.

Таблица 1

Коэффициенты корреляции погрешностей ЭВО для первого варианта

r	τv	$-\Delta a$	$-\Delta \omega$	$v \Delta a$	$\tau \Delta x$	$v \Delta \omega$	$v \Delta x$	$\Delta a \Delta \omega$	$\Delta a \Delta x$	$\Delta \omega \Delta x$
6 Точек										
70	0	0	-0,93	0,71	0,26	0	0	0	0	0
100	0	0	-0,97	0,71	0,17	0	0	0	0	0
140	0	0	-0,99	0,71	0,10	0	0	0	0	0
200	0	0	-1,00	0,71	0,09	0	0	0	0	0

12 Точек

70	0	-0,01	-0,92	0,75	0,30	0	0	0	-0,05	0
100	0	0,02	-0,96	0,75	0,20	0	0	0	-0,04	0
140	0	0,01	-0,99	0,75	0,12	0	0	0	-0,05	0
200	0	0	-1,00	0,75	0,07	0	0	0	-0,05	0

16 Точек

70	-0,01	-0,06	-0,93	0,77	0,31	0,01	-0,07	0,04	-0,15	-0,04
100	-0,02	0,07	-0,98	0,77	0,22	0,01	-0,03	-0,08	-0,14	-0,01
140	-0,01	0,05	-0,99	0,77	0,14	0,01	-0,07	0,04	-0,15	-0,01
200	-0,01	-0,04	-1,00	0,77	0,06	0,01	-0,07	0,04	-0,15	-0,04

r	$x_{л} x_{п}$	$x_{л} \alpha_{п}$	$x_{л} \omega_{п}$	$x_{л} \Delta \omega$	$x_{п} \alpha_{л}$	$x_{п} \omega_{п}$	$x_{п} \Delta \omega$	$\alpha_{л} \alpha_{п}$	$\alpha_{л} \Delta \omega$	$\alpha_{п} \Delta \omega$
-----	---------------	--------------------	--------------------	-----------------------	--------------------	--------------------	-----------------------	-------------------------	----------------------------	----------------------------

6 Точек

70	-0,86	0	0	-0,93	0	0	0,93	0	0	0
100	-0,94	0	0	-0,97	0	0	0,97	0	0	0
140	-0,98	0	0	-0,99	0	0	0,99	0	0	0
200	-0,99	0	0	-1,00	0	0	1,00	0	0	0

12 Точек

70	-0,82	-0,01	-0,02	-0,92	0	0,01	0,92	0,14	0	0,02
100	-0,92	-0,01	-0,02	-0,96	0	0,02	0,96	0,14	0	0,02
140	-0,97	0	0	-0,99	0	0,01	0,99	0,14	0	0
200	-0,99	0	0	-1,00	0	0	1,00	0,14	0	0

16 Точек

70	-0,77	-0,02	-0,09	-0,96	-0,01	-0,08	0,84	0,32	0,01	0,10
100	-0,88	-0,02	-0,09	-0,98	0	-0,09	0,91	0,32	0,01	0,10
140	-0,93	-0,01	0,07	-0,99	0,01	0,03	0,99	0,30	0,01	-0,05
200	-0,99	-0,01	0,06	-1,00	0	0,04	1,00	0,30	0,01	-0,05

Коэффициенты корреляции погрешностей ЭВО для второго варианта

r	$\tau_{\Delta a}$	$\tau_{\Delta \omega}$	$\tau_{\Delta x}$	$\nu_{\Delta a}$	$\nu_{\Delta \omega}$	$\nu_{\Delta x}$	$\Delta \sigma_{\Delta \omega}$	$\Delta \sigma_{\Delta x}$	$\Delta \sigma_{\Delta x}$	$\Delta \sigma_{\Delta x}$
Вариант	$\tau_{\Delta a}$	$\tau_{\Delta \omega}$	$\tau_{\Delta x}$	$\nu_{\Delta a}$	$\nu_{\Delta \omega}$	$\nu_{\Delta x}$	$\Delta \sigma_{\Delta \omega}$	$\Delta \sigma_{\Delta x}$	$\Delta \sigma_{\Delta x}$	$\Delta \sigma_{\Delta x}$
I/6	-0,04	-0,01	-0,93	0,29	0,72	0,07	0,05	0,03	0,10	0,07
I/12	-0,05	0,03	-0,90	0,32	0,71	0,13	0,10	0,02	0,17	-0,01
I/16	-0,05	0,03	-0,91	0,31	0,73	0,11	0,09	0,02	0,16	-0,01
II/6	-0,16	0,18	-0,93	0,18	0,71	0,24	0,09	-0,16	0,32	0,08
II/12	-0,20	0,15	-0,91	0,20	0,70	0,26	0,15	-0,10	0,33	0,06
II/16	-0,22	0,10	-0,90	0,25	0,68	0,37	0,27	0,05	0,34	0,04
III/6	0,03	0,12	-0,91	0,37	0,58	0,24	0,41	0,01	0,39	-0,06
III/12	0,04	0,32	-0,89	0,28	0,60	0,18	0,29	-0,22	0,42	0,03
III/16	0,05	0,36	-0,88	0,35	0,59	0,25	0,45	-0,12	0,44	0,10
r	$x_{\Delta x \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta a}$	$x_{\Delta \omega \Delta x}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta x}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$
Вариант	$x_{\Delta x \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta a}$	$x_{\Delta \omega \Delta x}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta x}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$	$x_{\Delta \omega \Delta \omega}$
I/6	-0,86	-0,10	-0,09	-0,93	-0,12	-0,02	0,93	0,03	0,13	0,10
I/12	-0,81	-0,11	-0,15	-0,90	-0,16	-0,03	0,89	0,05	0,19	0,17
I/16	-0,81	-0,11	-0,15	-0,91	-0,17	-0,04	0,91	0,01	0,18	0,16
II/6	-0,82	0,20	0,26	-0,90	0,06	0,10	0,92	0,06	0,27	0,16
II/12	-0,81	0,25	0,18	-0,92	0,20	0,15	0,91	0,02	0,24	0,30
II/16	-0,80	0,27	0,29	-0,94	0,40	-0,28	0,90	-0,18	0,42	-0,41
III/6	-0,79	-0,19	0,43	-0,90	0,23	-0,16	0,86	-0,16	0,41	-0,49
III/12	-0,78	-0,14	0,31	-0,88	0,26	-0,14	0,88	-0,10	0,48	-0,36
III/16	-0,87	-0,27	0,39	-0,94	0,30	-0,28	0,90	-0,16	0,40	-0,41

Остальные элементы табл. 1 или нули, или принимают значения, близкие к нулевым, что свидетельствует об отсутствии корреляционных связей между ними.

Однако анализ тех же элементов в табл. 2 указывает на существенные их колебания от нулевых значений, особенно это заметно для третьего варианта (снимки 4—5). Так, элемент $r_{\Delta a}$ принимает значения до 0,43, $r_{\Delta \omega}$ — 0,48.

Коэффициенты $r_{\nu_{\Delta \omega}}$ изменяются в границах от 0 до 0,37, $r_{\Delta a \Delta x}$ — до 0,42, $r_{\nu_{\Delta x}}$ — до 0,45.

Такое значительное изменение коэффициентов корреляции объясняется существенными отклонениями точек от стандартного положения. В первой стереопаре они составили 5—10 мм, во второй — 15—25 и в третьей — 25—35 мм. Количество точек практически не оказывает влияния на коэффициенты корреляции.

Более значительное влияние на коэффициент корреляции оказывает изменение фокусного расстояния снимков (табл. 1).

Увеличение f ведет к увеличению коэффициентов корреляции $r_{\tau\Delta\omega}$, $r_{\kappa\Delta\omega}$; не изменяется элемент $r_{\nu\Delta\alpha}$, коэффициент $r_{\tau\Delta\kappa}$ с увеличением фокусного расстояния уменьшается.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Погрешности элементов взаимного ориентирования являются зависимыми величинами.

2. Между ошибками элементов $\kappa_d - \kappa_n$, $\kappa_d - \Delta\omega$, $\kappa_n - \Delta\omega$, $\tau - \Delta\omega$, $\nu - \Delta\alpha$ степень корреляции очень высокая, а коэффициент корреляции близок к 1.

3. Отклонения точек от стандартного положения оказывают существенное влияние на изменение коэффициентов корреляции, последние изменяются от 0 до 0,5.

Список литературы: 1. Антипов И. Т. Выбор числа и размещения ориентировочных точек для аналитического способа взаимного ориентирования снимков. — Тр. НИИГАиК, 1965, т. 18. 2. Антипов И. Т. О точности маршрутных сетей пространственной аналитической фототриангуляции. — Геодезия и картография, 1974, № 5. 3. Лобанов А. М. и др. Аналитические модели местности и снимков. — М.: Недра, 1973. 4. Павлов В. И. Математическая обработка фотограмметрических измерений. — Л.: Недра, 1976. 5. Тюфлин Ю. П. О стохастической связи между элементами взаимного ориентирования снимков. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1970, № 6.

Статья поступила в редколлегию 29.01.81