

# ON THE APPROXIMATION OF LAND SURFACE IN THE COMPUTERISED METHODS OF WORKING OUT CONTOUR LINES

Jerzy Wysocki

(Warsaw Agricultural University - SGGW, Warsaw)

## Abstract

The relief is one of the main elements of maps needed for engineering design purposes. Photogrammetric and computer methods allow to elaborate such maps quickly. In recent years an intensive development of automatization in elaboration of contour lines occurred. The computer methods of elaboration contour maps are presented. It follows from the investigations that the methods which take into consideration correlation between terrain points are more universal. The digital terrain model (DTM) methods enables to include quickly the needed data into the engineering designing. The application of photogrammetric methods, besides of automatization the proces of map elaboration, make possible quick supply to the designer of detailed and timely information on the terrain in the form of photographic picture.

## APROKSYMACJA POWIERZCHNI TERENU W OPRACOWANIACH WARSTWICOWYCH METODAMI KOMPUTEROWYMI

### 1. Wprowadzenie

Rzeźba terenu jest jednym z głównych elementów map szczegółowych niezbędnych dla potrzeb projektów inżynierskich. Przy realizacji prac np. w zakresie budowy autostrad, dróg, zbiorników retencyjnych, sieci melioracyjnych, wodociągów wiejskich, obiektów budowlanych itp. koniecznym jest dostarczenie projektantowi informacji o ukształtowaniu terenu. Podstawową formą dostarczania informacji o terenie jest w dalszym ciągu wielkoskalowa mapa sytuacyjno-wysokościowa, główną zaś metodą przedstawiania rzeźby terenu jest metoda warstwicowa, łącząca łatwość percepcji ukształtowania terenu z prostotą oceny jego cech ilościowych, takich jak np. określanie wysokości, spadków itp.

Do niedawna mapy warstwicowe były opracowane głównie metodami analogowymi - metodą tachimetryczną, opartą na manualnym sposobie interpolacji warstwic, jak również bardziej zautomatyzowaną metodą fotogrametryczną [10], [15].

Coraz częściej jednak wykorzystywane są interaktywne metody projektowania, polegające na ciągłej współpracy człowieka z komputerem w procesie opracowywania projektu. Wymaga to, oprócz łatwej do percepcji informacji w formie graficznej (analogowej), również informacji w formie numerycznej, w postaci numerycznego modelu terenu (NMT) wprowadzanego do pamięci komputera [5]. Współrzędne punktów modelu można otrzymać z geodezyjnych pomiarów klasycznych lub fotogrametrycznych. Zarejestrowany zbiór punktów

aproxymujących powierzchnię terenu może być wykorzystany do automatycznego opracowania wielkoskalowej mapy warstwicznej niezbędnej dla potrzeb projektu technicznego, jak również w całym procesie projektowania szczegółowego np. poprzez automatyczne opracowanie niwelet, projektowanie i obliczanie robót ziemnych itp.

Przy automatycznym opracowaniu warstwic metodami komputerowymi podstawowe znaczenie ma zagadnienie numerycznej aproksymacji powierzchni terenu.

## 2. O numerycznej aproksymacji powierzchni terenu w automatycznym opracowaniu warstwic metodami komputerowymi

Rzeczywista powierzchnia topograficzna jest reprezentowana w NMT pomierzonym zbiorem punktów terenowych o wyznaczonych współrzędnych  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , nazywanych punktami modelu (również punktami odniesienia, oparcia). Na podstawie danych punktów modelu dokonywana jest aproksymacja powierzchni terenu np. za pomocą zbioru płaszczyzn przylegających jak najlepiej do danej powierzchni lub za pomocą zbioru (kombinacji) powierzchni odpowiedniego stopnia [5],[11],[18]. Warstwice można otrzymać drogą analityczno-numeryczną (z równań zbioru powierzchni aproksymujących) lub drogą numeryczną np. obliczając współrzędne  $x$ ,  $y$  przecięć boków siatki utworzonej przez punkty modelu z liniami wyznaczonych warstwic.

Można przeprowadzić różne podziały proponowanych metod numerycznej aproksymacji powierzchni terenu. Najprostszy podział może wyróżnić metody bazujące na interpolacji liniowej i nieliniowej [11], [18], [20].

Na przykład oparta na interpolacji liniowej metoda komputerowa opracowana w SGGW [20], [23], [24] wykorzystuje do opracowania map warstwicznych dwie procedury:

- z zadaną topologią, gdzie oprócz wartości  $x$ ,  $y$ ,  $z$  punktów NMT jest podawany również schemat połączenia tych punktów tak, aby powstała w ten sposób nieregularna siatka trójkątów aproksymujących powierzchnię terenu, pokryła opracowywany obszar. W tym rozwiązaniu wybór trójkątów i odcinków interpolacji jest dokonywany i kodowany przez opracowującego.

- topologia jest generowana automatycznie przez komputer na podstawie punktów NMT. W tej procedurze, gdzie podział na trójkąty jest generowany programowo, trójkąty tworzą regularną siatkę pokrywając cały opracowywany obszar.

Jedną z podstawowych metod opartych na interpolacji powierzchniowej jest metoda zaproponowana przez Kraus'a [8]. Przy obliczaniu interpolacji rozdziela on wielkości na trzy części:

- trend - w formie funkcji wielomianowej,
- część korelowaną - w której wyszczególnia wariancje i kowariancje (korelacje między sąsiednimi punktami terenu),
- odchyłki (poprawki).

Wartość interpolacji  $u$  jest wyznaczana empirycznie:

$$u = c \cdot C^{-1} \cdot I_1 \quad (2.1)$$

gdzie:  $I_1$  - wysokość w  $n$  punktach  $n_i$

$c$  - wektor w którym zebrane są statystyczne zależności (konwariancje)

$C$  - macierz zawierająca konwariancje między punktami oparcia  $P_i$  oraz wariancje  $v$ .

Postępowanie interpolacyjne służy do obliczania wysokości punktów stanowiących węzły dostatecznie gęstej siatki kwadratów. Dalszy proces rachunkowy polega na wyznaczeniu przebiegu warstwic przez obliczenie współrzędnych  $x$ ,  $y$  punktów przecięć warstwic z bokami obliczonej siatki.

Innego podziału metodą modelowania powierzchni terenu funkcją interpolacyjną dokonał Schut [13]. Podzielił on je na sześć grup, przy czym najistotniejsza wydaje się grupa pierwsza i druga.

Pierwszą grupę nazwał metodami ruchomych powierzchni (moving surface). Wysokości punktów stanowiących węzły regularnej siatki są obliczane z powierzchni aproksymujących, tworzonych każdorazowo dla obliczanego punktu w oparciu o leżące w sąsiedztwie pomierzone punkty odniesienia. Kształt powierzchni może być określony pełnym równaniem wielomianowym np. stopnia drugiego:

$$h = a_0 + a_1x + a_2y + b_1x^2 + b_2xy + b_3y^2 \quad (2.2)$$

lub równaniem zredukowanym w postaci płaszczyzny pochylonej, czy też poziomej. Wysokościom punktów odniesienia przyporządkowane są odpowiednie wagi (funkcje wagowe).

W drugiej grupie metod (sumation of surface - sumowania powierzchni) zostało zastosowane rozwiązanie znane w matematyce w teorii korelacji. Wysokość punktu interpolowanego określana jest wzorem:

$$h = b^T \cdot B^{-1} \cdot z \quad (2.3)$$

Dla każdego interpolowanego punktu  $i$ -ty składnik wektora  $b$  jest funkcją odległości od punktu szukanego do  $i$ -tego punktu odniesienia, zaś  $z$  jest wektorem, którego składniki są wysokościami punktów odniesienia. Elementy macierzy  $B$  wynikają z funkcji odległości zwanej również funkcją korelacji.

Inną jeszcze, w stosunku do poprzednich, systematykę podziału metod aproksymacji zaproponowali Sierbieniuk i inni [14]. Na przykład do drugiej, z wyróżnionych czterech grup, zostały zaliczone metody interpolacji, dla których wykorzystane równanie powierzchni ma postać:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] x \cdot \ln [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] + ax + bx + c \quad (2.4)$$

Na podstawie przeglądu powyższych i innych przedstawionych w literaturze metod można sądzić, że lepsze rezultaty mogą dać metody zakładające statystyczny charakter informacji o wzajemnej zależności wysokości punktów terenu położonych blisko siebie, to jest uwzględniające korelacje pomiędzy punktami.

Do grupy metod zakładających statystyczny charakter zbioru wysokości punktów odniesienia, oprócz przedstawionych (np. [8], [13] - metoda druga), można zaliczyć pakiet SURFER opracowany przez firmę Golden Software, a w nim metodę tworzenia siatki z rozproszonych punktów modelu (w opcji RANDOM - wz. 2.3) występującą pod nazwą kriging. W Katedrze Geodezji i Fotogrametrii SGGW przeprowadzono badania eksperymentalne map warstwicowych opracowanych powyższą metodą [25]. Badania przeprowadzono w terenie falistym. Wstępne analizy pozwoliły na wykonanie wyboru czterech podstawowych wariantów opracowań, które poddano bardziej szczegółowym badaniom:

1. siatka interpolowanych punktów modelu co 50 m, liczba punktów odniesienia 10 na 1 ha,
2. siatka co 25 m, liczba punktów odniesienia 10 na 1 ha,
3. siatka co 25 m, liczba punktów odniesienia 5 na 1 ha,
4. siatka co 12,5 m, liczba punktów odniesienia 10 na 1 ha.

We wszystkich wariantach wybrano współczynnik potęgi 2. Na podstawie wykonanych w terenie pomiarów kontrolnych przeprowadzono analizy opracowanych map warstwicznych. Zastosowanie siatek o gęstości co 25 m i 50 m dało (w terenie niezbyt pofalowanym) praktycznie tę samą dokładność, określoną błędem średnim  $m_h = 0,24$  m - przy skali mapy 1:2000 i cięciu warstwicznym co 1 m. W miejscach, gdzie spadki terenu były na obiekcie doświadczalnym istotnie większe od przeciętnych, siatka o większej gęstości dała trochę lepszy obraz warstwic, jednak przy znacznie zwiększonej pracochłonności opracowania. Trzeba dodać, że podobną dokładność uzyskano na tym samym obiekcie dla map warstwicznych opracowanych innymi metodami komputerowymi, klasyczną metodą tachimetryczną, jak również bezpośrednią metodą fotogrametryczną o podwyższonej dokładności [20], [23]. Do opracowań fotogrametrycznych wykorzystano zdjęcia lotnicze w skali 1:10 000, wykonane kamerą 15/23x23.

Rozwiązanie o charakterze statystycznym zostało również zastosowane w programie SCOP [16]. Program ten reaguje na grube błędy danych przy czym stopień wrażliwości jest zależny od wielkości deklarowanego stopnia filtracji danych (dokładności danych-błędu pomiaru). Badania przeprowadzone w warunkach krajowych [3] wykazały dużą uniwersalność tego programu, ponieważ uwzględnia on w opracowaniach warstwicznych formy terenu o charakterze linii nieciągłości.

### 3. O dokładności numerycznej aproksymacji powierzchni terenu

Często w systemach informacji przestrzennej (SIP) jako NMT jest określany cyfrowy model terenu (CMT) w postaci dyskretnej ze znanym algorytmem interpolacyjnym. Taki uniwersalny model cyfrowy budowany jest najczęściej w postaci regularnej siatki powierzchniowej utworzonej na podstawie punktów NMT. Model ten razem z danymi NMT stanowi w SIP najczęściej oddzielną warstwę, która jest wykorzystywana do analiz i prezentacji graficznych przez tworzenie: rysunku warstwicznego, profili terenu, rysunków perspektywicznych itp. CMT jest modelem wtórnym w stosunku do NMT i jego dokładność jest niższa niż dokładność wyznaczenia punktów NMT. W zagadnieniach projektowania technicznego dokładność aproksymacji powierzchni terenu przy pomocy CMT ma zasadnicze znaczenie. Cechą charakterystyczną np. metody Kraus'a jest potraktowanie aproksymacji jako procesu stochastycznego o charakterze stacjonarnym tzn. kowariancja zmiennych zależy jedynie od ich odległości.

Jeżeli mamy  $n$  punktów odniesienia, to do aproksymacji z wyrównaniem metodą najmniejszych kwadratów można użyć  $n$  równań błędów, co w zapisie macierzowym można wyrazić jako:

$$Z = H + h = BX + h \quad (3.1)$$

gdzie:

$Z_i$  - wysokości punktów odniesienia modelu,

$H_i$  - składowe decydujące opisane wielomianem  $(BX)$  określające charakterystyczne formy terenu,

$h_i$  - różnice wysokości pomiędzy pomierzonymi wysokościami punktów modelu ( $Z_i$ ) a wyznaczonymi na podstawie wielomianu ( $H_i$ ).

W każdym punkcie odniesienia  $i$ , wartość  $h_i$  będąca funkcją obserwacji, jest podzielona na składowe:

$$h_i = s_i + r_i \quad (3.2)$$

gdzie:

- $s_i$  - składowe współzależne tj. formy terenowe, które z powodu swej różnorodności nie mogą być opisane funkcją (wielomianami) i dlatego wyznaczane są metodami statystycznymi z użyciem wariancji i kowariancji,
- $r_i$  - reprezentuje błąd pomiaru - „szum”, czyli błędy przypadkowe pomiaru oraz wielkości związane z rodzajem terenu.

Dokładność pomiaru tachimetrami elektronicznymi jest na tyle wysoka, że można praktycznie jej wpływ przy pomiarze punktów modelu zaniedbać. Natomiast niższa jest dokładność wysokościowych pomiarów fotogrametrycznych [21], [12], [7]. Kiedy dokładność ta będzie miała istotny wpływ na wartość „szumu”? Rozpatrzmy to zagadnienie w podejściu „klasycznym”.

Można wydzielić trzy grupy błędów mających istotny wpływ na dokładność przedstawienia rzeźby terenu [19].

- Błędy spowodowane szorstkością powierzchni terenu.

Wynika ona z bardzo drobnych form naturalnych, powstałych pod wpływem warunków atmosferycznych oraz działalności człowieka. Wielkość błędów nie zależy w zasadzie od odległości (gęstości) pomierzonych punktów terenu. Wartość błędu można na podstawie badań eksperymentalnych np. [1], [4], [26] oszacować średnio na około  $\pm 0,05$  m.

- Błędy spowodowane „chropowatością” rzeźby.

Jest ona zaczątkiem morfologii terenu i przejawia się małymi nierównościami (małymi formami) i niejednakowymi spadkami pomiędzy punktami terenu. Wartość błędu jest uzależniona od wzajemnej odległości (gęstości) pomierzonych punktów. Wartość tego błędu określoną na podstawie badań przeprowadzonych przez Langa [9] oraz autora [17] można oszacować przy średniej odległości punktów ok. 35 m (w terenie o niezbyt skomplikowanej rzeźbie) na co najmniej  $\pm 0,10$  m, a np. przy średniej odległości punktów ok. 50 m błąd wysokości wg badań Langa został oszacowany na  $\pm 0,18$  m.

- Błędy wynikające z kurczenia się gleby pod wpływem zmian wilgotności.

Wartość tego błędu można oszacować na około 0,05 m [6]. Błąd ten nie wywiera wprawdzie wpływu na dokładność aproksymacji powierzchni terenu, lecz może się uwidocznić dopiero podczas realizacji projektu.

Jak z powyższego wynika, błędy spowodowane szorstkością powierzchni terenu można zaliczyć do „szumu”. Błędy przypadkowe pomiaru mogą więc mieć wpływ jeżeli istotnie będą większe od tych błędów. Natomiast błędy spowodowane chropowatością wejda do składowej współzależnej. Zasadniczy wpływ na ich wielkość będzie miała gęstość i poprawność rozmieszczenia pomierzonych punktów NMT. Jak wynika z cytowanych badań przy odległości punktów ok. 50 m (czyli gęstości ok. 10 punktów na 1 hektar) można uzyskać dokładność aproksymacji powierzchni terenu ok.  $\pm 0,18$  m.

Należy zauważyć, że zwiększanie gęstości mierzonych punktów NMT dużo mniej wpływa na ekonomię pomiarów fotogrametrycznych niż geodezyjnych pomiarów terenowych.

#### 4. Podsumowanie

Z uwagi na łatwość percepcji terenu i prostotę oceny jego cech ilościowych, podstawową formą dostarczania projektantowi kartometrycznej informacji o terenie jest w dalszym ciągu wielkoskalowa mapa sytuacyjno-wysokościowa, główną zaś metodą przedstawiania rzeźby terenu jest metoda warstwicowa. Mapy potrzebne dla „ideowego” opracowania projektu technicznego coraz częściej są wzbogacane o zapisany na elektronicznych nośnikach NMT wykorzystywany w procesie projektowania szczegółowego.

W ostatnich latach następuje szybki postęp w automatyzacji procesu opracowania map zarówno z wykorzystaniem geodezji klasycznej jak i fotogrametrii. Wykorzystanie najnowszych metod fotogrametrycznych - oprócz zautomatyzowania opracowania mapy i

możliwości szybkiego włączenia danych do procesu przetwarzania informacji z zastosowaniem komputerów - umożliwia szybkie dostarczenie projektantowi szczegółowych i aktualnych informacji o terenie w postaci obrazu fotograficznego (fotoszki, fotomapy, ortofotomapy czy stereortofotomapy). W automatyzacji procesu opracowań geodezyjnych dla potrzeb projektowych znajdują szerokie zastosowanie metody komputerowe. W opracowaniach warstwicowych tymi metodami, dla numerycznej aproksymacji powierzchni terenu coraz szerzej są stosowane rozwiązania zakładające statystyczny charakter informacji o wzajemnej zależności wysokości punktów terenu położonych w pobliżu tj. uwzględniające korelacje pomiędzy punktami NMT. Wykorzystanie metod numerycznego modelu - oprócz zautomatyzowania opracowania map warstwicowych i możliwości zastosowania utworzonego NMT dla celów projektowania szczegółowego - pozwala również na szybkie włączenie danych do systemów informacji przestrzennej (SIT - GIS).

### Bibliografia

- [1] Aleksandrow N.N.: Raszety teczności topograficznych sjemok w rajonach oroszenija. Izdatelstwo geodeziczeskoj literatury. Moskwa, 1956.
- [2] Bakanowa B.B.: O wyborze wysoty sieczenia reliefu na topograficznych planach. Izw. Wys. Ucz. Zaw. Geod. i Fotos., nr 5, 1971.
- [3] Borowiec M., Pyka K.: Doświadczenia zakładu Fotogrametrii i Informatyki Teledetekcyjnej AGH w zakresie NMT. Konf. „NMT i jego wykorzystanie”. Rogów, 1994.
- [4] Clauss S.: Untersuchungen über Bodenrauhigkeit und Kleinstformen. Vermessungstechnik, 1963, t. 11, nr 10.
- [5] Gaździcki J.: Informatyka w geodezji i kartografii. PPWK, Warszawa 1975.
- [6] Drake J.: Genauigkeitsforderungen an die Hohenaufnahme für den landwirtschaftlichen Wasserbau. Vermessungstechnik, 1963, t. 11, nr 11 i nr 12.
- [7] Kosiński W., Zbucki A.: Zastosowanie metod fotogrametrii oraz numerycznego modelu terenu do automatyzacji sporządzania map sytuacyjno-wysokościowych terenu płaskiego oraz prac projektowych dla celów wodno-melioracyjnych. V sem. optym. pom. geodez. Warszawa 1985.
- [8] Kraus K.: Automatische Berechnung des digitale Höhenlinien. Z. Vermessungswes., nr 6, Karlsruhe 1971.
- [9] Lang H.: Die Höhengenaugigkeit tachymetrisch bestimer unvermarker Punkte in freier Feldlage für die Ableitung grossmasstablicher Höhenschichtlinienplane. Vermessungstechnik, 1970, nr 3.
- [10] Piasecki M.B.: Fotogrametria lotnicza i naziemna. PPWK, Warszawa, 1973.
- [11] Piasek Z., Milbert S., Pierzchała H.: Przegląd numerycznych modeli terenu. Zesz. Nauk. AGH-Geodez., z. 62, Kraków, 1981.
- [12] Preuss R.: Pomiar numerycznego modelu terenu (DTM) metodą fotogrametryczną. Mat. Konf. num. mod. ter. i jego wyk. Rogów 1994.
- [13] Schut G.H.: Review of interpolation methods for digital terrain models. XIIth Congress of the International Society for Photogrammetry, Helsinki, 1976.
- [14] Sierbieniuk C.H. i inni: Metody modelowania geoplitej po danych w nieregularno rozłożonych toczkach. Geodezja i Kartografia, nr 11, Moskwa, 1990.
- [15] Sitek Z.: Fotogrametria ogólna i inżynierska. PPWK, Warszawa - Wrocław 1991.
- [16] Stranger W.: The Stuttgart Contour program SCOP-further development and review of its application. Stuttgart, 1976.
- [17] Wysocki J.: Analiza dokładności opracowań warstwicowych do projektowania drenowania użytków rolnych. Zesz. Nauk. SGGW, Melioracje Rolne, 18, Warszawa, 1979.

[18] Wysocki J.: Comparative analysis of chosen methods of testing contour lines. Ann.Wars.Agricult.Univ. - SGGW, Land Reclam. 19, Warszawa, 1981.

[19] Wysocki J.: O dokładności map warstwicznych przy cięciu równym 0,25 m. Przegl. Geodez., nr 4-5, Warszawa, 1985.

[20] Wysocki J.: Problemy dokładności nowoczesnych technik opracowania wielkoskalowych map warstwicznych pod kątem potrzeb wodnomelioracyjnych. Wyd. SGGW, Warszawa, 1987.

[21] Wysocki J.: On the accuracy of the photogrammetric digital determination of elevations. Ann.Wars.Agricult.Univ. SGGW, Land Reclam., 23, 1987.

[22] Wysocki J.: Geodezja z fotogrametrią. Wyd. SGGW, wyd. IV, Warszawa, 1995.

[23] Wysocki J.: Porównanie dokładności wybranych metod komputerowych i analogowych wielkoskalowych opracowań warstwicznych. Przegl.Geodez. nr 5, Warszawa, 1995.

[24] Wysocki J.: Preparation of large scale contour maps using computer techniques. Ann.Wars.Agricult.Univ. - SGGW, Land Reclam. 28, Warszawa, 1997.

[25] Wsyoocki J.: On the approximation of the area surface in the computerised methods of working out contour lines. Ann.Wars.Agricult.Univ. - SGGW, Land Reclam. 28, Warszawa, 1997.

[26] Wznuzdaew C.B.: K woprosu o tocznosti izobrazenia reliefa gorizontaliami na planach masstaba 1:2000. Trudy Moskovskowo Instituta Inzenierow Zemleustroistwa. Geodeizdat. Moskwa, 1954. Wyp. 1.