

Формула обратного веса попечного сдвига [3] представляет собой многочлен пятой степени. В [4] выведена более простая формула обратного веса попечного сдвига, являющаяся многочленом третьей степени. При выводе этих формул сохранили прежний вид условных уравнений и их порядок в системе. Поэтому можем воспользоваться ими для упрощения формул попечного сдвига с учетом дирекционных углов.

В формулах, выведенных в [4], входным аргументом является  $k$  — номер точки или число сторон, отделяющих оцениваемую точку от края сети. Этими формулами можно воспользоваться и для оценки последней точки в ряде, т. е. для точки с номером  $k=N+1$ . Так как в [1] входным аргументом в формулы для оценки сдвигов является  $N$ , подставим в формулы из [4]  $k=N+1$ . Таким способом получим

$$\frac{1}{P_{\text{св.с}}(3)} = 0,0882N^3 + 1,8646N^2 + 2,865N + 1,79;$$

$$\frac{1}{P_{\text{св.с}}(5)} = 0,0254N^3 + 1,8724N^2 + 2,896N + 1,83;$$

$$\frac{1}{P_{\text{св.с}}(7)} = 0,0110N^3 + 1,8860N^2 + 2,969N + 1,69. \quad (2)$$

Цифра в скобках знаменателя обозначает число рядов треугольников в сети.

Последовательно подставляя в (1) значения обратных весов из (2) и значения  $A$ , выведенные в [1] для сети, состоящей из трех, пяти и семи рядов соответственно, получим выражения обратных весов попеченных сдвигов конечной точки ряда треугольников, имеющего на краях исходные дирекционные углы:

$$\frac{1}{P(3)} = 0,0215N^3 + 0,8854N^2 + 2,500N + 2,00;$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{P(5)} &= 0,0062N^3 + 0,9216N^2 + 2,553N + 2,05; \\ \frac{1}{P(7)} &= 0,0023N^3 + 0,9022N^2 + 2,598N + 1,69. \end{aligned} \quad (3)$$

В таблице приведены средние квадратические попеченные сдвиги крайнего пункта в сетях, состоящих из трех, пяти и семи рядов треугольников, вычисленные по весам, определенным из (3). Для сравнения даны эти веса, определенные точно путем решения схемы Гаусса. При вычислении средняя квадратическая погрешность единицы веса  $\mu$  равна 6 см. Из таблицы видно, что попеченные сдвиги, определенные с помощью (3), содержат погрешность не более 3%. Только при  $N=5$  в пятирядном ряде погрешность

сдвига составляет 8%. Поэтому при  $N$  больше числа рядов в сети формулы можно считать точными.

### Средние квадратические попеченные сдвиги

Число центральных систем в однорядной сети ( $N$ )	Число рядов треугольников					
	точно	по ф-ле	точно	по ф-ле	точно	по ф-ле
5	37,2	37,6	36,1	33,3	—	—
7	50,0	50,3	47,9	49,2	47,4	48,3
10	70,0	70,2	66,1	67,3	65,3	65,8
25	186,2	185,3	162,2	162,7	156,8	154,9

Примечание.  $\mu=6$  см.

**Список литературы:** 1. Костецкая Я. М. Учет исходных дирекционных углов при оценке точности сетей триilaterации. — В кн.: Тр. конференции «50 лет Ленинскому декрету об учреждении ВГУ». Львов, 1970. 2. Коггер Я. М. К вопросу оценки точности сплошных сетей триilaterации, картографии и аэрофотосъемки, 1967, вып. 6. 3. Костецкая Я. М. Определение попеченного сдвига лагонгала ряда треугольников, находящегося в сети сплошной триilaterации. — Теодезия, картография и аэрофотосъемка, 1969, вып. 8. 4. Костецкая Я. М. Попеченный сдвиг пунктов в сетях триilaterации. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978, вып. 28.

Статья поступила в редакцию 10.05.83

УДК 629.783:528.2

### О ТОЧНОСТИ ОТСЛЕЖИВАНИЯ ЗВЕЗД ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ПЛАТФОРМОЙ КАМЕРЫ АФУ-75

В настоящее время при оценке точности фотографических наблюдений ИСЗ камерой АФУ-75 основными источниками ошибок считаются недостатки астрометрических качеств объектива «Уран-16» и применяемых фотоматериалов [4]. Объективы используемые фотоплёнки на триплектной основе подвержены большим нерегулярным деформациям.

Во всех исследованиях считают, что в камере АФУ-75 изображения звезд на снимке сдвигаются равномерно [4], так как она отслеживает звезды с помощью экваториальной платформы (ЭП), which предполагают, что за время экспозиции (до 30<sup>s</sup>) ошибки за точность слежения в среднем будут малы [1].

Точность отслеживания звезд ЭП зависит от продолжительности съемки и определяется смешением изображения звезды в точке севера  $N$ , которое вызывается перемещением северного подшипника ЭП по плоской горизонтальной направляющей, а не по суперточной параллели в этой точке [3]. Так как продолжительность экспозиции звезды  $\Delta t$  при фотографировании активных и ярких спутников камерой АФУ-75 не превышает  $30^\circ$ , то, согласно формуле К. Лапушки [3] (для широты  $\varphi = 52^\circ$ )

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot (1 - \cos \Delta t)}{\cos \Delta t \cdot \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}, \quad (1)$$

максимальное смешение  $\varepsilon$  изображения звезды на снимке равно  $0,24''$ , что в масштабе снимка камеры ( $1 \text{ мкм} = 0,28''$ ) и диаметре изображения звезды  $30 \dots 40 \text{ мкм}$  не влияет на симметричность звезд.

Но неравномерность отслеживания звезд ЭП камеры АФУ-75 имеет место и ее необходимо исследовать. Вследствие аберраций объектива, недостаточной резкости края изображения на применяемых фотопленках, неустойчивости камеры и турбулентных явлений в атмосфере изображение звезды на снимке представляется некоторым кружком, не обладающим подчас необходимой круговой симметрией как по форме, так и по яркости изображения.

Поэтому при правильно отьюстированной и установленной на полюс мира ЭП по изображениям звезд на снимках трудно судить о неточностях отслеживания звезд (приблизительно  $1 \dots 3''$ ).

Для выявления таких неточностей отслеживания на левой стойке камеры мы установили уровень с ценой деления  $\tau = 2''$ . Исследования проводили в плоскостях меридиана и первого вертикала. Для ориентировки уровня в этих плоскостях был разработан специальный способ установки оси уровня в плоскости меридiana с помощью ЭП [2].

Согласно [2], неточность оси уровня, вызываемая наклоном ЭП на угол  $i = 15 \cdot \Delta t \cdot \cos \varphi$  и несовпадением оси уровня с направлением ОН ЭП (на угол  $\psi$ ), составляет

$$l_1 = \frac{15 \cdot \Delta t \cdot \cos \varphi \cdot \psi''}{\rho''}, \quad (2)$$

а наклонность оси уровня, вызываемая наклоном направляющей в точке севера  $N$  на угол  $i_1$ ,

$$l_2 = \frac{15 \cdot \Delta t \cdot \sin \varphi \cdot i_1''}{\rho''}. \quad (3)$$

Пусть за время работы ЭП  $\Delta t$  наклонности  $l_1$  и  $l_2$  оказались равными и противоположно направленными, т. е.,

$$l_1 - l_2 = 0, \text{ или } l_1 = l_2. \quad (4)$$

Тогда из (2), (3) и (4) получим

$$\psi = i_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi. \quad (5)$$

Но так как  $i_1 \leqslant 50''$  [3], то для широт до  $67^\circ$  угол  $\psi \leqslant 2'$ , а угол  $l_2 \leqslant 0,6''$ .

Из (5) следует, что, изменения угол  $\psi$  (при постоянных величинах  $i_1$  и  $\varphi$ ), можно найти такое положение уровня, при котором на всем протяжении работы ЭП его ось будет горизонтальной. Если же практической установкой уровня удастся найти такое положение, то это будет говорить о хорошем качестве изготавливания подшипника и направляющей в точке севера  $N$ .

Исследования проводили на камерах АФУ-75 № 008 и № 116. При практической установке уровня в плоскости мерилиана наименьшее перемещение пузырька для камеры № 008 составляет  $1,6 \dots 3''$ , а для камеры № 116 —  $0,2 \dots 0,4''$ .

Каждый раз после включения ЭП камеры № 008 с положения « $1/2$ » приблизительно за первые  $30^\circ$  времени пузырек уходит на  $1,6 \dots 3''$  к югу, а оставшиеся  $60^\circ$  времени остается неподвижным. При возвращении ЭП из конечного положения в начальное пузырек снова за  $20 \dots 30^\circ$  уходит на  $1,6 \dots 3''$  к северу, а потом остается неподвижным. Аналогичное явление наблюдается при включении ЭП с положения « $1$ ».

Для остановки ЭП в нужный момент (без возвращения ее в начальное положение) в электрическую цепь муфты «Назад» намы байл введен выключатель. Если теперь после ухода пузырька ЭП включить в интервале с  $30^\circ$  по  $60^\circ$ , а затем снова включить, то пузырек останется неподвижным. Аналогичное явление наблюдается и в процессе остановки и включения ЭП во время ее возвращения в начальное положение.

Из сказанного следует, что наклон направления ОН происходит только в случае изменения направления движения ЭП на обратное. А именно так и работает ЭП. Поэтому для устранения этого наклона при наблюдении активных и ярких спутников ЭП камеры № 008 должна включаться за  $30^\circ$  до начала съемки.

Для исследования направляющей в точке востока  $E$  камера поворачивается вокруг вертикальной оси на  $90^\circ$ . Достаточная точность установки оси уровня в первом вертикале составляет  $\pm 10'$  [2].

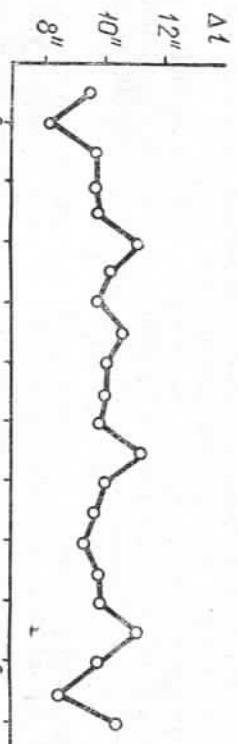
Угол наклона ЭП в первом вертикале  $i = 15 \cdot \Delta t \cdot \cos \varphi$  задается рукояткой указателя направления движения ЭП. Каждый раз, поворачивая рукоятку ровно на один оборот или часть оборота и фиксируя показания уровня, по разностям наклонностей можно судить о точности отслеживания звезд в точке востока  $E$  и качестве изготовления направляющих и микрометренного винта привода ЭП. Один оборот рукоятки соответствует углу поворота ЭП в плоскости небесного экватора приблизительно  $0,6 = 9'$ .

Достаточная точность установки рукоятки составляет  $\pm 3^\circ$ .

Для вращения рукоятки, причем только в направлении отслеживания звезд, необходимо устраниć свободный ход.

Максимальные разности наклонностей уровня в первом вертикале для камеры № 008 составляют  $2,9''$  (см. рисунок), а для камеры № 116 —  $2,0''$ .

Неточность отслеживания, вызываемая вытянутостью изображений звезд (до 10 мкм), почти не обнаруживается на снимках из-за нечеткости и размытости краев изображений. Если бы время экспозиции звезд и спутника совпадало, то неточности отслеживания звезд не влияли бы на результат определения положения спутника.



Ошибки отслеживания звезд экваториальной платформой в первом вертикале.

В режимах наблюдений «П», «А», «Я» время экспозиции отдельной точки спутника — сотые и тысячные доли секунды, а звезд — около  $30''$ . Поэтому из-за неточностей отслеживания звезд ЭП отдельные изображения спутника будут смещены относительно осредненных положений звезд приблизительно на  $1,5''$ .

В компенсационном режиме наблюдений при экспозиции звезд в  $1''$  и спутника в  $0,5$ — $1,5''$  неточности отслеживания звезд мало влияют на результаты определения положения спутника.

Положения изображений активных, ярких и слабых спутников для каждого снимка представим временными интерполяционными полиномами вида [4]

$$\alpha = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3, \\ \delta = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3. \quad (6)$$

Полученные по результатам уравнивания на основе (6) средние квадратические погрешности изображений активных и ярких спутников равны  $\pm 1,1''$ , а слабых —  $\pm 0,7''$  (при обработке снимков отличного качества) [4]. Лучшая точность работы камеры в компенсационном режиме, по нашему мнению, объясняется именно меньшим влиянием ошибок отслеживания звезд ЭП на положения спутников в этом режиме.

Такие исследования проведены нами лишь на двух камерах АФУ-75. Результаты исследований для других камер могут отличаться от приведенных, поэтому желательно выполнять их на разных камерах. Даже если на других камерах ошибки будут не-

значительны, применение дополнительного уровня обеспечивает хороший контроль изготовления и юстировки экваториальной платформы.

**Список литературы:** 1. Изотов А. А. Основы спутниковой геодезии. — М.: Недра, 1974. 2. Куроцкий И. И. Установка оси уровня камеры АФУ-75 в плоскости меридiana при помощи экваториальной платформы. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, Львов, 1982, № 36. 3. Лапуцка К. К. Спутниковая АН СССР, 1971. 4. Лапуцка К. К., Лапуцникс Й., Балодис Я. Некоторые оценки эффективности применения камер АФУ-75 в фотографической спутниковой оценке и спутниковой геодезии. — Научные информации астрономии астрономии АН СССР, 1977, № 35.

Статья поступила в редакцию 6.05.83

УДК 528.063

## ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ КРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ МНОГОМЕРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕКТОРОВ НЕВЯЗОК И СМЕШЕНИЙ ТОЧЕК

Результаты геодезических измерений можно в большинстве случаев интерпретировать как нормально распределенные многомерные векторы, преобразуемые линейными (или линеаризованными) операторами в выходные многомерные векторы так, что распределение последних остается нормальным, а ковариационная матрица этих выходных векторов вычисляется по формуле

$$K_{xx} = A \cdot K_{ll} \cdot A^T, \quad (1)$$

где  $A$  — матрица производных выходных величин  $x$  по измеренным значениям  $l$ ;  $K_{ll}$  — ковариационная матрица измеренных значений.

В случае параметрического метода оценивания используют аналогичную формулу

$$K_{xx} = (B^T \cdot K_{ll}^{-1} \cdot B)^{-1}, \quad (2)$$

где  $B$  — матрица производных измеренных (входных) значений  $l$  по выходным величинам  $x$ .

С точки зрения контроля измерений и оценок устойчивости во времени и пространстве важен случай, когда математические ожидания равны нулю

$$M[x] = 0. \quad (3)$$

Невыполнение (3) можно использовать в качестве признака наличия грубых или систематических ошибок в измерениях или как признак неустойчивости положения точек.