

И. Г. КОЛЧИНСКИЙ, А. В. АРХАНГЕЛЬСКИЙ, В. В. КИРИЧУК

**ПОСТРОЕНИЕ ВЕРОЯТНЕЙШЕЙ ФИГУРЫ
ВИДИМОГО ДИСКА СОЛНЦА
ПО ЕГО ФОТОИЗОБРАЖЕНИЮ**

Применение фотоизображений Солнца для определения астрономической рефракции [8] и ее аномалий [1] требует в первую очередь решения двух вопросов: выбора кривой, наи-

лучшим образом отвечающей видимой форме фотоизображения солнечного диска; ориентирования фотоизображения Солнца на измерительном приборе относительно его координатных осей.

Искажение видимого диска Солнца вблизи горизонта обусловлено разным влиянием рефракции на каждую точку диска. В литературе [2, 4] высказывается мнение, что Солнце вблизи горизонта под влиянием рефракции принимает форму эллипса. Это утверждение не совсем справедливо.

Представим рефракцию упрощенной формулой

$$r_0 = k \operatorname{tg} \zeta, \quad (1)$$

где k — постоянная рефракции.

Обозначим радиус Солнца через R . Тогда рефракция смешает центр Солнца на величину $k \operatorname{tg} \zeta$, его верхний край на $k \operatorname{tg}(\zeta - R)$, а нижний — на $k \operatorname{tg}(\zeta + R)$. В результате этого сокращение «верхнего» полудиаметра Солнца равно

$$R - R' = k \operatorname{tg} \zeta - k \operatorname{tg}(\zeta - R), \quad (2)$$

а «нижнего» —

$$R - R'' = k \operatorname{tg}(\zeta + R) - k \operatorname{tg} \zeta, \quad (3)$$

где R' — «верхний» полудиаметр фотоизображения Солнца, а R'' — «нижний».

Вычитая из уравнения (3) уравнение (2), получаем

$$R' - R'' = k [\operatorname{tg}(\zeta + R) + \operatorname{tg}(\zeta - R) - 2 \operatorname{tg} \zeta]. \quad (4)$$

После простых преобразований разность между видимыми «верхним» и «нижним» полудиаметрами Солнца составит

$$R' - R'' = \frac{2 \operatorname{tg} \zeta \operatorname{tg}^2 R}{1 - \sin^2 \zeta \operatorname{tg}^2 R} \cdot k. \quad (5)$$

Разность видимых полудиаметров Солнца можно получить и другим способом, допуская дополнительные упрощения.

Представим форму искаженного диска в первом приближении эллипсом, уравнение которого имеет вид [2]:

$$\frac{x^2}{R^2(1-k)^2} + \frac{y^2}{R^2(1-k \sec^2 \zeta_0)^2} = 1, \quad (6)$$

где x, y — прямоугольные координаты с началом в центре искаженного диска; R — угловой радиус неискаженного рефракцией диска Солнца; ζ — видимое зенитное расстояние центра диска.

Постоянная рефракции k приблизительно равна $n - 1$, где n — показатель преломления воздуха в пункте наблюдения. При длине волны 550 нм, температуре 15°C и атмосферном давлении 760 мм рт. ст. $k = 278 \times 10^{-6}$.

Однако в формуле (6) не учтено, что в действительности вместо ζ_0 должно быть взято $\zeta_0 - \Delta\zeta$ для верхнего края диска и $\zeta_0 + \Delta\zeta$ для нижнего.

При этом под $\Delta\zeta$ нужно понимать разность между видимыми зенитными расстояниями точек B и A , (рис. 1), то есть угловую величину соответствующей хорды. Эта величина и является неизвестной, но задачу можно решить, идя последовательными приближениями. В первом приближении, очевидно, можно взять $\Delta\zeta = R$.

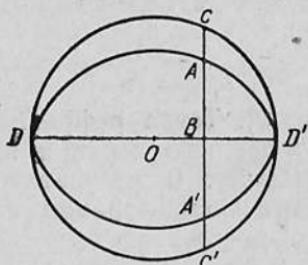


Рис. 1. Рефракционная деформация видимого диска Солнца.

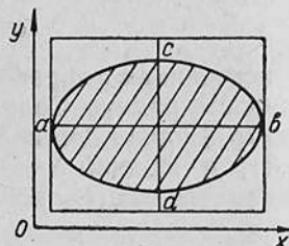


Рис. 2. Ориентированное положение фотоизображения Солнца.

Уравнение эллипса с учетом этого обстоятельства приведено, например, в работе [7]:

$$\frac{x^2}{R^2(1-k)^2} + \frac{y^2}{R^2[1-R \cdot k \cdot \sec \zeta_0 \sec (\zeta_0 \pm \Delta\zeta)]^2} = 1, \quad (7)$$

где знак минус берется для верхнего, а плюс для нижнего края Солнца.

Таким образом, вертикальная полуось эллипса в первом приближении для верхней половины диска равна

$$R' = R[1 - k \cdot \sec \zeta_0 \cdot \sec (\zeta_0 - R)], \quad (8)$$

а для нижней

$$R'' = R[1 - k \cdot \sec \zeta_0 \cdot \sec (\zeta_0 + R)]. \quad (9)$$

Разность этих величин составляет

$$R' - R'' = R \cdot k \cdot \sec \zeta_0 [\sec (\zeta_0 + R) - \sec (\zeta_0 - R)], \quad (10)$$

или приближенно, учитывая, что $R \ll \zeta_0$,

$$R' - R'' = 2R^2 \cdot k \cdot \sec^3 \zeta_0 \cdot \sin 1''. \quad (11)$$

Оценим численную величину разности полудиаметров фотоизображения Солнца на разных зенитных расстояниях по формуле (5) и по формуле (11). Для $\zeta > 85^\circ$ оценку выполним с помощью таблиц рефракции ПАО [6], выбирая из них значе-

ния рефракций, соответствующие зенитным расстояниям краев и центра Солнца, так что

$$R' - R'' = r'' - r', \quad (12)$$

где r' и r'' — соответственно значения средней рефракции на зенитных расстояниях верхнего и нижнего краев Солнца. Анализируя данные, приведенные в таблице, можно сделать следующие выводы:

1. Фигуру, полученную при фотографировании солнечного диска, только условно можно назвать эллипсом, так как она представляет собой две разные кривые, плавно переходящие одна в другую.

Разность полудиаметров Солнца на различных зенитных расстояниях

S_0	$(R' - R'')''$ по формуле (5)	$(R' - R'')''$ по формуле (11)	$(R' - R'')''$, мкм по формуле (5)
80°	0,5	0,5	2,4
81°	1,1	0,7	4,9
82°	1,1	0,9	4,9
83°	1,1	1,4	4,9
84°	2,1	2,2	10,2
85°	2,1	3,7	10,2
86°	3,2		15,6
87°	5,2		25,3
88°	9,0		43,7
89°	16,5		80,1
90°	26,5		128,8

2. Разностью полудиаметров фотоизображения Солнца при измерениях нельзя пренебрегать, начиная с зенитного расстояния $\zeta = 80^\circ$, так как ее величина вполне ощутима для соответствующих измерительных приборов (КИМ, «Aska Record» и др.).

3. В качестве кривой, наилучшим образом аппроксимирующей действительную форму фотоизображения Солнца для зенитных расстояний $\zeta \leq 80^\circ$, при обработке снимков на приборах КИМ и «Aska Record», можно брать эллипс

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (13)$$

где a и b — соответственно горизонтальная и вертикальная полуоси, полученные непосредственно по измерениям фотоизображения солнечного диска.

4. При зенитных расстояниях $\zeta > 80^\circ$ применение эллипса для аппроксимации фигуры фотоизображения Солнца будет

приводить к тем большим погрешностям, чем ближе к горизонту фотографировалось Солнце. Поэтому в зоне $\zeta > 80^\circ$ необходимо прибегнуть к одному из известных способов аппроксимации функции (точечное квадратичное аппроксимирование, аппроксимирование с помощью полиномов Чебышева, Лежандра и т. п.) [3], причем исходными данными послужат результаты непосредственных измерений фотоизображения Солнца:

$$\begin{array}{ccccccc} y & y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_n \\ x & x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_n \end{array}$$

Здесь y_i — отсчеты по шкале y при наведении на i -ю точку на краю диска, x_i — соответственно абсциссы i -х точек. Переидем

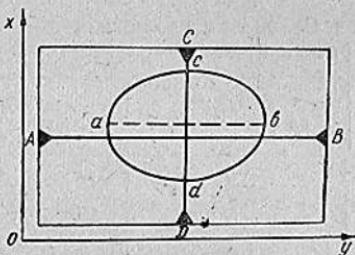


Рис. 3. Ориентирование фотоизображения Солнца по координатным меткам: ab соответствует оси x ; cd — оси y .

теперь к вопросу ориентирования фотоизображения диска Солнца. Ориентированным изображением Солнца будем называть такое фотоизображение, когда его главные оси занимают положение, параллельное осям измерительного прибора (рис. 2), то есть оси ab и cd параллельны соответственно осям Ox и Oy . На наш взгляд, существует два пути решения вопроса об ориентировании фотоизображения Солнца, которые, до некоторой степени условно, можно назвать способом координатных меток и инструментальным.

Способ координатных меток широко известен в фотограмметрии. Он состоит в том, что на фотопластинке в момент экспозиции одновременно с объектом фотографирования фиксируется положение так называемых координатных меток фотографирующего устройства (рис. 3).

Наличие таких меток на фотопластинке сводит процесс ее ориентирования к простому совмещению одной из пар меток с соответствующей осью измерительного прибора. Вполне естественно при этом, что перпендикулярность линий, соединяющих соответствующие пары меток, должна обеспечиваться с высокой точностью (соответствующей точности измерительного бризора). Кроме того, необходимо выполнять условия вертикальности или горизонтальности одной из линий, соединяющих соответствующие пары меток. Это условие в ряде фотографических приборов, продукция которых используется в фотограмметрии, обеспечивается заводами-изготовителями.

К сожалению, в устройствах, применяемых для фотографирования Солнца, даже в таких стационарных установках, как

фотогелиограф, хромосферный телескоп, горизонтальный лунный телескоп и других, фиксация точных координатных меток на фотопластинке не предусмотрена, не говоря уже о малогабаритных мобильных приборах*, приспособленных для получения фотоизображений Солнца в полевых условиях. Поэтому предлагается ориентировать фотоизображение Солнца непосредственно с помощью того измерительного прибора (инструмента **), на котором в дальнейшем будут выполняться рабочие измерения диска Солнца.

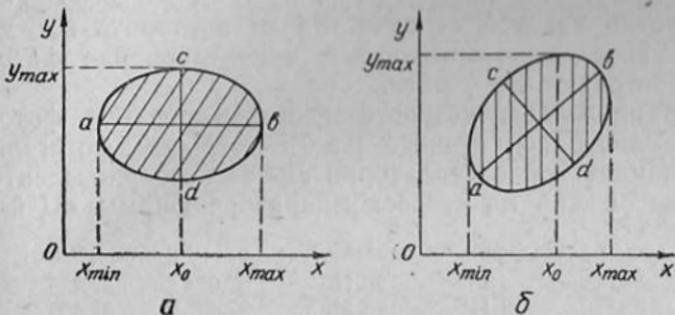


Рис. 4. Ориентирование фотоизображения Солнца инструментальным способом:

а — ориентированное фотоизображение; *б* — произвольное положение; y_{\max} — отсчет по оси измерительного прибора, соответствующий самой верхней точке диска; x_0 — отсчет по оси x измерительного прибора, соответствующий значению y_{\max} . x_{\min} и x_{\max} — отсчеты по оси x измерительного прибора, соответствующие левой и правой крайним точкам диска.

Как показано на рис. 4, *а*, при ориентированном фотоизображении Солнца отсчеты x_{\min} , x_{\max} соответствуют наведению на левый и правый концы горизонтальной оси фотоизображения Солнца *ab*, а отсчеты y_{\max} , x_0 соответствуют положению вертикальной оси фотоизображения *cd*, при этом справедливо

$$x_0 - x_{\min} = x_{\max} - x_0. \quad (14)$$

Это равенство нарушается при произвольном (неориентированном) положении фотоизображения Солнца (рис. 4, *б*). Ориентировать его можно, повернув фотопластинку в направлении, указанном стрелкой, так, чтобы отсчеты, взятые при новом положении фотоизображения, удовлетворяли равенство (14). Таким образом, последовательность действий по ориентированию фотоизображения Солнца инструментальным способом следующая:

1. Фотопластинку помещаем на предметное стекло измерительного прибора.

* Малогабаритные приборы еще не созданы.

** Отсюда и предлагаемое нами для этого способа ориентирования название — «инструментальный».

2. Вращением штурвала по оси x фиксируем крайние точки (левая и правая) диска и берем отсчеты по шкале x .

3. Вращением штурвала по оси y фиксируем верхнюю точку, соответствующую y_{\max} , и в этом положении по шкале x берем отсчет x_0 .

4. Получаем разности $x_0 - x_{\min}$, $x_{\max} - x_0$ и сравниваем их.

5. Если при этом выполняется равенство (14), то фотоизображение является ориентированным и можно приступить к рабочим измерениям. Если $x_0 - x_{\min} > x_{\max} - x_0$ снимок необходимо повернуть по часовой стрелке, если же $x_0 - x_{\min} < x_{\max} - x_0$ — против часовой стрелки. Затем повторить все действия сначала. Имея некоторый опыт, ориентирование фотоизображения повторяют 3–4 раза.

Ниже приведены результаты ориентирования фотоизображения Солнца, полученного на 7,5-метровом фотогелиографе в Астрономической обсерватории Львовского университета при обработке снимка на стереокомпараторе фирмы «Цейсс»:

x_0	x_{\min}	x_{\max}	$x_{\max} - x_0$	$x_0 - x_{\min}$
39,012	1,187	76,116	37,074	37,855
38,710	1,175	76,145	37,435	37,535
38,685	1,165	76,185	37,520	37,500

Конечно, предлагаемый инструментальный метод ориентирования фотоизображения Солнца сложнее способа координатных меток. Но его можно рекомендовать для тех случаев, когда применение способа координатных меток невозможно по тем или иным причинам, или в качестве контроля ориентирования этим способом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский А. В., Киричук В. В. Об определении аномалий астрономической рефракции по фотографическим наблюдениям Солнца. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1976, вып. 23.
2. Блажко С. Н. Курс сферической астрономии. М.—Л., ГИТТЛ, 1948, с. 287.
3. Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. Численные методы анализа. М., ГИФМЛ, 1962, с. 368.
4. Загребин Д. В. Введение в астрометрию. М. «Наука», 1966, с. 428.
5. Казаков С. А. Курс сферической астрономии. М.—Л., ГИТТЛ, 1940, с. 292.
6. Таблицы рефракции ПАО. Изд. 4-ое, М.—Л., Изд-во АН СССР, 1956.
7. Фогель Р. Курс сферической астрономии. Киев, 1910, с. 314.
8. Nadolshi V. Determinarea coeficientilor refractici din observatii Solare fotografice. — «Ann. Stiint. Univer.», Jaci, 1959, 211—212.

Работа поступила в редакцию 9 июня 1975 года. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.