

В. В. КИРИЧУК

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ
И ЕЕ АНОМАЛИЙ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ДВУХ СВЕТИЛ
В ОБЩЕМ ВЕРТИКАЛЕ**

В связи с развитием космической техники повысились требования к точности учета астрономической рефракции на всем диапазоне зенитных расстояний от 0 до 90° . Этим можно объяснить большой интерес астрономов к детальному изучению астрономической рефракции и ее

аномалий на больших зенитных расстояниях, где погрешности учета рефракции особенно велики. Для получения обоснованных результатов необходимо провести очень много непосредственных наблюдений рефракции в различных точках земной поверхности и при различных метеорологических условиях.

Наиболее точным и распространенным способом определения рефракции по наблюдениям является способ, основанный на сравнении истинных и измеренных зенитных расстояний светил [1]*. Однако для его применения необходимо знать координаты пункта наблюдений с ошибками, не превышающими по широте $\pm 0''{,}3$, а по долготе $\pm 0''{,}45$. На результаты определения рефракции этим методом влияют, во-первых, ошибки вычисления истинных зенитных расстояний, во-вторых, ошибки измеренных зенитных расстояний, большая часть которых носит инструментальный характер [2].

Мы предлагаем иной способ определения астрономической рефракции и ее аномалий; по точности он не уступает классическому и не требует знания координат места наблюдений, вычисления часовых углов светил и их истинных зенитных расстояний, а также позволяет в значительной мере исключить и ослабить влияние систематических инструментальных погрешностей измеренных зенитных расстояний светил.

Сущность нашего метода заключается в последовательном или почти одновременном** наблюдении двух светил в общем вертикале — одного светила в зоне $z \leq 75^\circ$, а другого — в зоне $z \geq 80^\circ$. В моменты прохождения светил через общий вертикал следует отметить время и измерить зенитные расстояния. Тогда, как видно из рисунка, получаем:

$$\cos \Delta z_0 = \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cos \Delta t; \quad (1)$$

$$\Delta t = (T_2 - T_1) - (z_2 - z_1) - \omega_{10}^m (T_2 - T_1)^{10m}, \quad (2)$$

где Δz_0 — разность истинных зенитных расстояний; Δt — разность часовых углов; T_1 и T_2 — моменты прохождения светил через общий вертикал; α_1 , α_2 , δ_1 , δ_2 — экваториальные координаты светил; $\omega_{10}^m (T_2 - T_1)^{10m}$ — поправка в разность моментов наблюдений $(T_2 - T_1)$ за ход хронометра.

Записываем следующее очевидное соотношение

$$\Delta z_0 = z_{02} - z_{01} = (z_2 + \rho_{02}) - (z_1 + \rho_{01}) = (z_2 - z_1) + (\rho_{02} - \rho_{01})$$

или

$$\Delta \rho_0 = \Delta z_0 - \Delta z. \quad (3)$$

Здесь $\Delta z = z_2 - z_1$ — разность измеренных зенитных расстояний светил, а $\Delta \rho_0 = \rho_{02} - \rho_{01}$ — разность истинных значений рефракции на зенитных расстояниях z_2 и z_1 .

Очевидно, величина $\Delta \rho_0$ будет тем больше, чем больше разность зенитных расстояний выбранных светил. Если же в моменты наблюдений светил σ_1 и σ_2 на высоте инструмента измерить температуру и давление воздуха, то из таблиц рефракции (например, [5]) можно найти табличные значения рефракции ρ_1 и ρ_2 соответственно для зенитных расстояний z_1 и z_2 . Обозначаем через $\Delta \rho$ разность табличных значений ре-

* В дальнейшем этот способ будем называть классическим.

** Это зависит только от подбора звезд.

фракции, тогда при отсутствии аномалий рефракции на обоих зенитных расстояниях было бы справедливо соотношение

$$\Delta\rho_0 = \Delta\rho = 0.$$

Но так как

$$\left. \begin{aligned} \rho_{01} &= \rho_1 + \delta\rho_1 \\ \rho_{02} &= \rho_2 + \delta\rho_2 \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где $\delta\rho_1$ и $\delta\rho_2$ — аномалии рефракции соответственно на зенитных расстояниях z_1 и z_2 , то

$$\Delta\rho_0 - \Delta\rho = \delta\rho_2 - \delta\rho_1. \quad (5)$$

Из этого

$$\Delta\rho_0 = \Delta\rho + (\delta\rho_2 - \delta\rho_1). \quad (6)$$

Тогда уравнение (3) принимает вид

$$\Delta z_0 - \Delta z - \Delta\rho = \delta\rho_2 - \delta\rho_1. \quad (7)$$

Как известно [1], аномалии астрономической рефракции в зоне $z \leq 75^\circ$ не превышает величины $0'', 1-1''$. Поэтому с погрешностью $\pm 1''$ можно на основании уравнения (7) принять, что

$$\delta\rho_2 = \Delta z_0 - \Delta z - \Delta\rho. \quad (8)$$

Итак, наблюдение двух светил в общем вертикале на зенитных расстояниях $z_1 \leq 75^\circ$ и $z_2 > 80^\circ$ позволяет определить аномалию рефракции вблизи горизонта.

Совершенно очевидна справедливость и следующего соотношения

$$\rho_{02} = \Delta z_0 - \Delta z + \rho_1, \quad (9)$$

позволяющего с такой же погрешностью определять истинное значение астрономической рефракции вблизи горизонта.

Исследуем точность определения рефракции и ее аномалий предлагаемым способом.

После дифференцирования формул (8) и (9), выполнения простых преобразований и перехода к средним квадратическим ошибкам получаем:

$$\left. \begin{aligned} m_{\delta\rho_1}^2 &= m_{\Delta z_0}^2 + m_{z_1}^2 + m_{z_2}^2 + m_{\rho_1}^2 + m_{\rho_2}^2 + m_{\delta\rho_1}^2 \\ m_{\rho_2}^2 &= m_{\Delta z_0}^2 + m_{z_1}^2 + m_{z_2}^2 + m_{\rho_1}^2 + m_{\delta\rho_1}^2 \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Здесь $m_{\Delta z_0}$ — ошибка вычисления разности истинных зенитных расстояний; m_{z_1} и m_{z_2} — ошибки измеренных зенитных расстояний; m_{ρ_1} и m_{ρ_2} — ошибки табличных значений астрономической рефракции; $m_{\delta\rho_1}$ — ошибка за неучет аномалии рефракции на зенитном расстоянии $z_1 \leq 75^\circ$.

Для нахождения ошибки $m_{\Delta z_0}$ продифференцируем формулу (1), считая склонения светил δ_1 и δ_2 безошибочными по сравнению с погрешностями измерений z :

$$d(\Delta z_0) = \cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cdot \frac{\sin \Delta t}{\sin \Delta z_0} \cdot d(\Delta t).$$

Учитывая, что $\frac{\sin \Delta t}{\sin \Delta z_0} = \frac{\sin q_2}{\cos \delta_1}$, $a \cos \delta_2 \cdot \sin q_2 = \sin a \cos \varphi$, и переходя к средним квадратическим ошибкам, получаем

$$m_{\Delta z_0}^2 = \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi m_{\Delta t}^2, \quad (11)$$

где

$$m_{\Delta t}^2 = 2m_T + 2m_X^2 \cdot \frac{[(T_2 - T_1)^m]^2}{(10^m)^2}, \quad (12)$$

здесь m_T — ошибка фиксации времени; m_X — ошибка приема сигналов времени на хронометр; $2m_X^2 \cdot \frac{[(T_2 - T_1)^m]^2}{(10^m)^2}$ — ошибка вычисления поправки в разность моментов наблюдений $(T_2 - T_1)$ за ход хронометра.

Известно [3, 4], что

$$\left. \begin{aligned} m_i^2 &= d^2 + \left(\frac{b}{\Gamma}\right)^2 \cdot \sec^2 \varphi \cdot \operatorname{cosec}^2 a \\ m_p^2 &= \rho^2 \left[\frac{A^2}{P^2} \cdot m_p^2 + \frac{\lambda^2 \beta^2}{(1 + \beta t)^2} \cdot m_i^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Учитывая это, уравнение (10) переписываем в виде

$$\left. \begin{aligned} m_{\rho_{p_1}}^2 &= 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot d^2 + 2 \left(\frac{b}{\Gamma}\right)^2 + 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot \frac{[(T_2 - T_1)^m]^2}{(10^m)^2} \cdot m_X^2 + \\ &+ m_{z_1}^2 + m_{z_2}^2 + \rho_1^2 \left[\frac{A_1^2}{P_1^2} \cdot m_p^2 + \frac{\lambda_1^2 \beta^2}{(1 + \beta t_1)^2} \cdot m_i^2 \right] + \\ &+ \rho_2^2 \left[\frac{A_2^2}{P_2^2} \cdot m_p^2 + \frac{\lambda_2^2 \beta^2}{(1 + \beta t_2)^2} \cdot m_i^2 \right] + m_{\rho_{p_1}}^2; \\ m_{\rho_{p_2}}^2 &= 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot d^2 + 2 \left(\frac{b}{\Gamma}\right)^2 + 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot \frac{[(T_2 - T_1)^m]^2}{(10^m)^2} \cdot m_X^2 + \\ &+ m_{z_1}^2 + m_{z_2}^2 + \rho_1^2 \left[\frac{A_1^2}{P_1^2} \cdot m_p^2 + \frac{\lambda_1^2 \beta^2}{(1 + \beta t_1)^2} \cdot m_i^2 \right] + m_{\rho_{p_1}}^2. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Ошибки измеренных зенитных расстояний m_{z_1} и m_{z_2} обуславливаются главным образом инструментальными погрешностями. Поскольку в предлагаемом способе для определения рефракции используется разность измеренных зенитных расстояний, а не их абсолютные значения, то влияние систематических ошибок будет в значительной степени исключено (например, ошибка места зенита и др.) или ослаблено (ошибка учета гнущих трубы). Поэтому, полагая $m_{z_1} = m_{z_2} = m_z$ и выполняя простые преобразования, формулы (14) окончательно записываем в виде

$$\left. \begin{aligned} m_{\rho_{p_1}}^2 &= 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot d^2 + 2 \left(\frac{b}{\Gamma}\right)^2 + 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot \frac{[(T_2 - T_1)^m]^2}{(10^m)^2} \cdot m_X^2 + \\ &+ 2m_z^2 + m_p^2 \left(\rho_1^2 \cdot \frac{A_1^2}{P_1^2} + \rho_2^2 \cdot \frac{A_2^2}{P_2^2} \right) + \\ &+ m_i^2 \cdot \beta^2 \left[\frac{\rho_1^2 \cdot \lambda_1^2}{(1 + \beta t_1)^2} + \frac{\rho_2^2 \cdot \lambda_2^2}{(1 + \beta t_2)^2} \right] + m_{\rho_{p_1}}^2; \\ m_{\rho_{p_2}}^2 &= 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot d^2 + 2 \left(\frac{b}{\Gamma}\right)^2 + 2 \sin^2 a \cdot \cos^2 \varphi \cdot \frac{[(T_2 - T_1)^m]^2}{(10^m)^2} \cdot m_X^2 + \\ &+ 2m_z^2 + \rho_1^2 \left[\frac{A_1^2}{P_1^2} \cdot m_p^2 + \frac{\lambda_1^2 \beta^2}{(1 + \beta t_1)^2} \cdot m_i^2 \right] + m_{\rho_{p_1}}^2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Подставляя в формулу (15) следующие значения ошибок и постоянных: $a = 90^\circ$; $d = \pm 1''.5$; $b = \pm 45''$; $\Gamma = 70$; $m_X = \pm 0''.15$; $m_z = -1''.0$; $A_1 = 1.0$; $A_2 = 1.086$; $\lambda_1 = 1.02$; $\lambda_2 = 1.71$; $t = 20^\circ \text{C}$; $P = 740 \text{ мм}$; $m_{\rho_{p_1}} = \pm 1''$;

$m_p = 0,1 \text{ мм}$; $m_t = \pm 0,3^\circ \text{ С}$; $\rho_1 = 215''$; $\rho_2 = 1900''$; $T_2 - T_1 = 20^m$; $\beta = 0,00367$,
получаем для $\varphi = 50^\circ$ и зенитных расстояний $z_1 = 75^\circ$ и $z_2 = 90^\circ$

$$m_{\delta\rho_2} = \pm 2'',7; m_{\rho_{02}} = \pm 2'',3.$$

Для сравнения приводим ошибки определения рефракции и ее аномалий в горизонте ($z = 90^\circ$) классическим методом по данным наблюдений [3] и предвычислений [2]

$$(m_{\delta\rho})_{\text{набл}} = \pm 8'',5; (m_{\rho_0})_{\text{набл}} = \pm 7'',5; (m_{\rho_0})_{\text{предв}} = \pm 6'',2.$$

Таким образом, предлагаемый метод определения рефракции превосходит по точности классический метод или по крайней мере не уступает ему*.

Преимуществом этого метода по сравнению с классическим является простота обработки наблюдений и вычислений рефракции и отсутствие необходимости в знании точных координат места наблюдений. Недостатком является некоторое увеличение объема наблюдений, выполняемых в двух ярусах — $z_1 \leq 75^\circ$ и $z_2 > 80^\circ$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Василенко Н. А. Наблюдения астрономической рефракции в Голосееве на больших зенитных расстояниях. — «Астрометрия и астрофизика», 1969, вып. 5.
2. Василенко Н. А. Определение астрономической рефракции у горизонта в различные периоды года. — «Астрометрия и астрофизика», 1972, вып. 17.
3. Киричук В. В. Об аномалиях астрономической рефракции вблизи горизонта. — «Геодезия и аэрофотосъемка», 1971, вып. 3.
4. Кузнецов А. Н. Геодезическая астрономия. М., «Недра», 1966.
5. Таблицы рефракции ГАО. М.—Л., 1956.

Работа поступила в редколлегию 7 марта 1973 г. Рекомендована кафедрой теории математической обработки геодезических измерений Львовского политехнического института.