УДК 528.3

Н. Д. ЙОСИПЧУК, М. М. ФЫС

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА ДЛЯ НЕКОТОРОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ

При определении уравнения световой кривой решение уравнения Эйлера представляется в виде ряда Тейлора. Однако, как правило, область его сходимости установить не удается. Поэтому предлагаем получить точное решение данного уравнения для некоторой модели атмосферы, принимая [1]

$$n = 1 + \frac{\alpha\mu}{R} \frac{P_0 + P_1 z}{T_0 + T_1 z}, \tag{1}$$

где α — коэффициент, зависящий от длины волны падающего излучения и равен 0,000 292 м³/г. Полагаем также, что плотность и, следовательно, показатель преломления зависят только от ординаты z. В этом случае уравнение Эйлера имеет вид

$$nz'' = n'_z (1 + z'^2), \tag{2}$$

где n определяется равенством (1).

Первый интеграл уравнения (2) запишем таким образом:

$$z' = \pm \sqrt{\frac{n^2(z)}{n_0^2 \cos^2 \beta} - 1}\,, \tag{3}$$

где n_0 — значение показателя преломления $n(z)$ в начале координат; β — угол наклона касательной к световой кривой в начале координат.

Учитывая (2), решение (3) представим в виде

$$x = \int\limits_0^z \frac{dz}{\sqrt{\frac{n^2(z)}{n_0^2 \cos^2 \beta} - 1}}\,. \tag{4}$$

С учетом (1), решение (4) запишем следующим образом:

$$x = a_1 \Big\{ 2\left(\sqrt{V_2 z^2 + 2V_1 z + V_0} - \sqrt{V_0}\right) + \frac{a_0}{\sqrt{V_2}} \Big[\ln\left(V_2 z + V_1 + \sqrt{V_2^2 z^2 + 2V_1 V_2 z + V_0 V_2}\right) - \ln\left(V_1 + \sqrt{V_1 V_2}\right)\Big] \Big\} \text{ при } V_2 > 0,$$

$$x = a_1 \Big\{ 2\left(\sqrt{V_2 z^2 + 2V_1 z + V_0} - \sqrt{V_0}\right) + \frac{a_0}{\sqrt{|V_2|}} \left[\arcsin \frac{V_1}{\sqrt{V_1^2 - V_0 V_2}} - \arcsin \frac{V_1 - V_2 z}{\sqrt{V_1^2 - V_0 V_2}}\right] \Big\} \text{ при } V_2 < 0,$$

$$x = d_1 \left(\sqrt{2 V_1 z + V_0} - \sqrt{V_0}\right) + d_2 \left[(2 V_1 z + V_0)^{3/2} - V_0^{3/2}\right] \text{ при } V_2 = 0. \tag{5}$$

В (5) введены обозначения

$$\mu = 28{,}296, \quad R = 8314{,}14, \quad l_0 = \frac{\alpha \mu}{R},$$

$$n_0 = 1 + \frac{l_0 P_0}{T_0}, \quad U_0 = T_0 + l_0 P_0, \quad R_0 = n_0 \cos \beta,$$

$$U_1 = t_1 + l_0 P_1, \quad V_0 = U_0^2 - (R_0 S_0)^2, \quad V_1 = U_0 U_1 - T_0 t_1 R_0^2,$$

$$V_2 = U_1^2 - (R_0 t_1)^2, \quad a_0 = \frac{2V_2 T_0}{t_1} - 2V_1,$$

$$a_1 = \frac{R_0 t_1}{2V_2}, \quad d_1 = \frac{R_0}{V_1}\left(T_0 - \frac{t_1 V_0}{2V_1}\right), \quad d_2 = \frac{t_1 R_0}{6V_1^2}.$$

Как видно из (5), в решении уравнения (2) абсцисса x выражается явно через ординату z. Обратная зависимость в явном виде не представляется возможной. Поэтому зависимость отыскиваем численными методами.

Статья поступила в редколлегию 16. 04. 88