

ПРО ВИЗНАЧЕННЯ СТИСНЕННЯ ГЛОБАЛЬНОГО АБО РЕГІОНАЛЬНОГО РЕФЕРЕНЦ-ЕЛПСОЇДА ТА УМОВ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНОГО ПРОЦЕСУ.

Г. Білоган

(Державний університет "Львівська політехніка")

Метою роботи є визначення полярного стиснення для локального регіону при фіксованому значенні великої півосі та, паралельно, – раді-

усу збіжності стандартного ітераційного процесу. Розвинуто ряд досить відомих досліджень по вибору найбільш вигідного алгоритму з точки зору

як точності отриманих результатів, так і стійкості, який вирішує задачу визначення параметрів земного референц-еліпсоїда.

Для знаходження параметрів невідомого еліпсоїда E використовується деяке його наближення. Тому обчислюється поправка – різниця стиснень відомого та невідомого еліпсоїдів, а не саме значення стиснення. Як відомий використаємо загальний земний еліпсоїд GRS-80 із визначеними параметрами [3].

Запишемо формулу для значення нормальної сили ваги, яка дає зв'язок між силою ваги і полярним стисненням. Воно виражається строгою формулою Сомільяна нормального розподілу сили ваги на поверхні рівневого еліпсоїда [2]:

$$\gamma = \frac{a \cdot \gamma_e \cdot \cos^2 B + b \cdot \gamma_p \cdot \sin^2 B}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}} \quad (1)$$

де a - велика піввісь еліпсоїда, b - його мала піввісь, γ_e, γ_p - значення сили ваги на екваторі та на полюсі, B - геодезична широта. Формулу (1) запишемо у формі [3]:

$$\gamma = \frac{1 + k \cdot \sin^2 B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}} \quad (2)$$

де e^2 - перший ексцентриситет, а k обчислюється за формулою:

$$k = \frac{b \cdot \gamma_p}{a \cdot \gamma_e} - 1, \quad (3)$$

що є більш зручним для практичного обчислення.

Як видно, формула (2) представляє залежність нормального розподілу сили ваги γ на еліпсоїді від наступних параметрів: великої та малої півосей еліпсоїда, значення сили ваги на екваторі, значення сили ваги на полюсі, ексцентриситету. В свою чергу ці параметри зв'язані із значенням геометричного стиснення Землі α співвідношеннями, які будуть приведені нижче. Зазначені співвідношення були прийняті на XVII Генеральній Асамблеї Міжнародного Союзу Геодезії та Геофізики і, незважаючи на деякі корекції, на теперішній час є загальноприйнятими.

Для подальшого запишемо нормальне значення сили ваги на екваторі та нормальне значення сили ваги на полюсі [3]:

$$\gamma_e = \frac{GM}{a \cdot b} \left(1 - m - \frac{m e' q'_0}{6 q_0} \right), \quad (4)$$

$$\gamma_p = \frac{GM}{a^2} \left(1 + \frac{m e' q'_0}{3 q_0} \right), \quad (5)$$

де e' - другий ексцентриситет:

$$e' = \frac{\sqrt{\alpha(2-\alpha)}}{(1-\alpha)}; \quad (6)$$

q_0 та q'_0 коефіцієнти, які обчислюються за формулами:

$$2q_0 = \left(1 + \frac{3}{e'^2} \right) \arctg e' - \frac{3}{e'}, \quad (7)$$

$$q'_0 = 3 \left(1 + \frac{1}{e'^2} \right) \left(1 - \frac{1}{e'} \arctg e' \right) - 1, \quad (8)$$

m визначається співвідношенням

$$m = \frac{\omega^2 \cdot a^2 \cdot b}{GM}, \quad (9)$$

GM - геоцентрична гравітаційна стала Землі = $3986\ 005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$, ω - кутова швидкість Землі = $7292\ 115 \cdot 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$. Отже, підставивши спочатку формулу (3), а потім (4) - (9) у формулу (2), отримаємо формулу залежності значення нормальної сили ваги тільки від полярного стиснення, яка власне і використовується у подальших обчисленнях:

$$\gamma = \gamma(\alpha). \quad (10)$$

В якості вихідної пропонується дискретна гравіметрична інформація. Для розрахунків використовувались аномалії сили ваги як різниці між вимірними та нормальними значеннями сили ваги [2]:

$$\Delta g = g - \gamma. \quad (11)$$

За наведеними вище формулами складений алгоритм знаходження полярного стиснення для певної території. Поправка $\Delta \alpha$ обчислювалась за методом найменших квадратів [1]. Складаються параметричні рівняння для кожного окремого визначення сили ваги. Отже, отримана система параметричних рівнянь розв'язується під умовою мінімуму суми квадратів залишкових аномалій сили ваги δg , тобто $\sum \delta g^2 = \min$.

Алгоритм реалізує ітераційне уточнення α . Саме тому попередньо були виконані дослідження для знаходження інтервалу збіжності такого ітераційного процесу. При цьому, як можливі теоретичні граничні значення α використовувались $\alpha=0$ (в цьому випадку фігурою Землі є сфера) та $\alpha=1$ (Земля у формі плоского диску). Для цих

теоретичних значень знайдено таке число ε , при якому на проміжку від

$$\alpha = 0 + \varepsilon \text{ до } \alpha = 1 - \varepsilon \quad (12)$$

ітераційний процес збігається.

В результаті отримано ряд замкнених виразів, які дозволяють вирішити цю задачу методологічно строго. Обчислення проводились для регіону України. Отримане значення полярного стиснення дорівнює $\alpha = 1/298.30700807$, а значення $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$, що приводить до стійкого розв'язку задачі. Потрібно зауважити, що значення ε може залежати від вихідного набору даних та, зокрема, від

особливостей комп'ютера (конкретного значення машинного нуля).

Література.

1. Большаков В.Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1977.
2. Грушинский Н.П. Теория фигуры Земли. – М.: Физматгиз, 1976.
3. Moritz H. Geodetic Reference System 1980. Bulletin Geodisigue. The Geodesist's Handbook 1992.

G. Bilogan.

ON THE DETERMINATION OF THE REFERENCE-ELLIPSOID FLATTENING AND THE CONDITIONS FOR THE CORRESPONDING ITERATIVE PROCESS

Summary.

The iterative process for the determination of the flattening in regional scale was developed. The main conditions for the approximation were obtained. The proposed theory was tested in the regional scale. It may be used for the construction of the global reference system as well.

Г. Билоган

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СЖАТИЯ ГЛОБАЛЬНОГО ИЛИ РЕГИОНАЛЬНОГО РЕФЕРЕНЦ-ЭЛЛИПСОИДА И УСЛОВИЙ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИОННОГО ПРОЦЕССА.

Резюме.

Был разработан итерационный процесс для определения сжатия в региональном масштабе. Получены основные условия для аппроксимации. Предложенная теория была протестирована в региональном масштабе, но может быть использована и для построения глобальной референцной системы.