

А. А. СОЛОМОНОВ, А. С. ЯРМОЛЕНКО

СООТНОШЕНИЕ ТОЧНОСТИ УГЛОВЫХ И ЛИНЕЙНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В КОМБИНИРОВАННЫХ ПОСТРОЕНИЯХ ТРИАНГУЛЯЦИИ, ТРИЛАТЕРАЦИИ И ПОЛИГОНОМЕТРИИ

При проектировании любой плановой опорной геодезической сети недостаточно обеспечить только ее соответствие главным техническим требованиям по густоте расположения пунктов, ошибкам в их взаимном положении, точности определения наиболее слабых сторон и точности определения координат относительно ближайших исходных пунктов. Необходимы также условия для максимального приспособления сети к местности, минимальных экономических затрат, организационных удобств работы и ее выполнения в определенные сроки. Поэтому нередко целесообразно создавать [4, 5] на одном и том же объекте равноточные комбинированные построения, состоящие из триангуляции, трилатерации и полигонометрии. В результате полигонометрия закрытой части объекта будет выгодно сочетаться с триангуляцией и трилатерацией открытой терри-

тории, обеспечивая там увеличение количества создаваемых пунктов при их площадном расположении.

На выборе методов создания плановой опоры для определенных частей объекта сказываются и погодные условия производства работ. При неблагоприятном их состоянии проще выполнять линейные светодальномерные измерения по сравнению с угловыми. Существенно также влияние климатических условий в сочетании с наличными приборами, их качеством и навы-

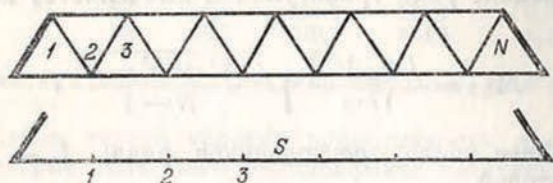


Рис. 1. Равносторонний ряд триангуляции (трилатерации) и заменяющий их полигонометрический ход.

ками специалистов. В результате, возможно, потребуется заменить часть уже запроектированной сети одного вида другим. Но при этом должна быть обеспечена равнозначность различных видов построений, входящих частями в единое целое объекта. Если плановая сеть создается для общегосударственных целей, то сравниваемую равнозначность можно отнести к абсолютным ошибкам взаимного положения смежных пунктов во взаимозаменяемых видах построений.

Наши исследования посвящены разработке методики определения рассматриваемой равнозначности. Выполнены они на примерах равносторонних вытянутых рядов триангуляции, трилатерации и заменяющих их по замыкающим полигонометрических ходов (рис. 1).

В процессе исследований установлена точность измерения углов и линий и ее соотношение для удовлетворения технических требований по абсолютным ошибкам положения пунктов.

Применительно к полигонометрии абсолютная средняя квадратическая ошибка [1] определения положения i -го пункта выражается формулой

$$M_{n_i} = \sqrt{\frac{S^2 (i+1)^2 i^2 m_\beta^2}{\rho^2} \left\{ \frac{2i+1}{6i(i+1)} - \frac{1}{4(n+2)} - \frac{(3n-2i+5)^2}{12(n+1)(n+2)(n+3)} \right\} + m_s^2 \left(i - \frac{i^2}{n+1} \right)}, \quad (1)$$

где m_β , m_s — средние квадратические ошибки угловых и линейных измерений; n — число определяемых пунктов. В общем случае значение M_{n_i} будет наибольшим для пункта, лежащего

в середине хода. В связи с этим перепишем (1), полагая $i = \frac{n}{2} = \bar{n}$:

$$M_{\bar{n}} = \sqrt{\frac{m_{\beta}^2 S^2 \bar{n} (\bar{n} + 1) (\bar{n}^2 + \bar{n} + 1)}{12 \rho^2 (2\bar{n} + 1)} + \frac{\bar{n}}{2} m_{\beta}^2}. \quad (2)$$

Здесь \bar{n} — число сторон до середины хода.

Средняя квадратическая ошибка определения положения пункта в середине ряда триангуляции вычисляется по формуле [6]:

$$M_{L/2} = \frac{L m_{\beta} \sqrt{2}}{17 \cdot \rho} \sqrt{\frac{N^2 + N + 75}{N - 1}}, \quad (3)$$

где N — общее число треугольников ряда; L — диагональ ряда, для которой

$$L = \frac{N + 1}{2} S. \quad (4)$$

Чтобы обеспечить равноточность ряда триангуляции при ее замене полигонометрией, требуется поставить условие

$$M_{\bar{n}}^2 = M_{L/2}^2, \quad (5)$$

или

$$\frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} S^2 A + m_{\beta}^2 B = \frac{S^2 m_{\beta}^2}{\rho^2} C. \quad (6)$$

Здесь

$$A = \frac{\bar{n} (\bar{n} + 1) (\bar{n}^2 + \bar{n} + 1)}{12 (2\bar{n} + 1)}; \quad (7)$$

$$B = \frac{\bar{n}}{2}; \quad (8)$$

$$C = \frac{2(N + 1)^2}{1156} \cdot \frac{(N^2 + N + 75)}{N - 1}. \quad (9)$$

Если принять [5]

$$\frac{m_{\beta}}{\rho} = \nu \frac{m_s}{S}, \quad (10)$$

то на основании (6) можно записать

$$\nu = \sqrt{\frac{B}{C - A}}. \quad (11)$$

Вычисленные по этой формуле значения ν при разных значениях \bar{n} и $N=4\bar{n}-1$ приведены ниже:

\bar{n}	N	B	C	A	ν
2	7	1	2,41	0,70	0,76
3	11	1,5	5,16	1,85	0,67
4	15	2	7,26	3,89	0,57
5	19	2,5	17,5	6,84	0,48
6	23	3,0	28,6	11,6	0,42
8	31	4,0	63,0	25,8	0,33
10	39	5,0	119,0	48,4	0,27
13	51	6,5	255,2	102,8	0,21
17	67	8,5	561,3	223,7	0,16
21	83	10,5	1049,5	414,5	0,13

Графическая иллюстрация зависимости ν от \bar{n} представлена на рис. 2.

Рассмотрим теперь условия равноточности трилатерации и полигонометрии. Для этого воспользуемся следующей формулой

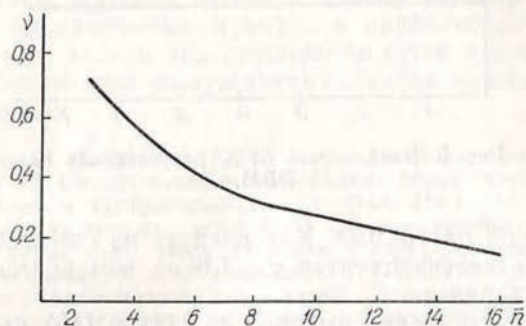


Рис. 2. Графическая зависимость коэффициента ν от \bar{n} .

определения абсолютного значения средней квадратической ошибки положения пунктов в несвободных рядах трилатерации [2]:

$$M_{\text{тр}}^2 = m_{\text{з}}^2 \left(\frac{1}{P_t} + \frac{1}{P_u} \right), \quad (12)$$

где $\frac{1}{P_t}$ и $\frac{1}{P_u}$ — веса продольных и поперечных сдвигов. Условие рассматриваемой равноточности в данном случае имеет вид

$$m_{\text{з}}^2 \left(\frac{1}{P_t} + \frac{1}{P_u} \right) = \frac{S^2}{\rho^2} m_{\text{з}}^2 A + m_{\text{з}}^2 B \quad (13)$$

или

$$\frac{m_{\text{з}}^2 \left[\left(\frac{1}{P_t} + \frac{1}{P_u} \right) - B \right]}{S^2 A} = \frac{m_{\text{з}}^2}{\rho^2}. \quad (14)$$

Поэтому в соответствии с (10) получим

$$\nu = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{P_t} + \frac{1}{P_u} - B\right)}{A}}, \quad (15)$$

где значения $\frac{1}{P_t}$ и $\frac{1}{P_u}$ взяты из [2]. На рис. 3 показана зависимость значений ν от n , рассчитанная на ЭВМ, исходя из (15)

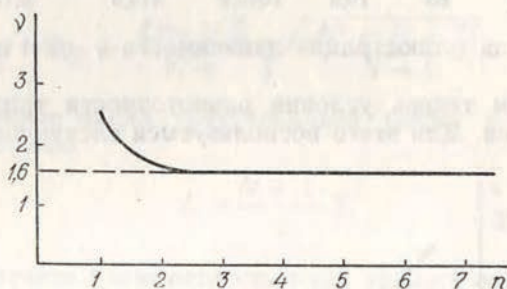


Рис. 3. Зависимость от n , рассчитанная на ЭВМ.

по специальной программе. Как следует из специальных расчетов, значение коэффициентов $\nu=1,6$ не изменяется с увеличением числа сторон n .

Для распространения выводов из (11) и (13) на комбинированные построения (рис. 4) была составлена соответствующая

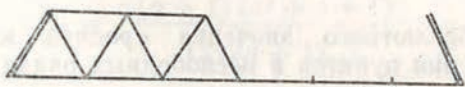


Рис. 4. Комбинированные построения.

программа расчетов на ЭВМ. По ней вычислялось значение ν , удовлетворяющее условиям равноточности, аналогичным (5) и (12), для полигонометрии и комбинированных рядов с произвольным сочетанием числа треугольников и числа сторон полигонометрии в них.

Расчеты полностью совпали с зависимостями, представленными на рис. 2 и 3.

Аналогично можно получить значения коэффициента ν для обеспечения рассматриваемой равноточности триангуляции и трилатерации.

Так, записывая названное условие в виде

$$M_{L/2}^2 = M_{Tp}^2, \quad (16)$$

или
$$\frac{S^2 m_{\bar{n}}^2}{\rho^2} C = m_{\bar{n}}^2 \left(\frac{1}{P_t} + \frac{1}{P_u} \right), \quad (17)$$

находим

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{1}{P_t} + \frac{1}{P_u} \right)} : C. \quad (18)$$

Вычисленные по (18) значения γ в зависимости от \bar{n} приведены ниже:

\bar{n}	2	3	4	5	6	8	13	21	25
γ	1,10	1,10	1,10	1,09	1,05	1,04	1,02	1,00	1,00

В заключение отметим, что относительную точность угловых и линейных измерений в рассматриваемых построениях можно подбирать таким образом, чтобы они были взаимозаменяемыми по точности определяемых пунктов в наиболее слабом месте. Этим облегчится задача проектирования сетей и внесения изменений в проекты при вынужденной замене одних видов построений другими.

1. *Большаков В. Д., Маркузе Ю. И.* Городская полигонометрия. М., 1979.
2. *Костецкая Я. М.* Оценка точности несвободных рядов триангуляции // Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1978. Вып. 28. С. 34—40.
3. *Проворов К. Л.* Сравнение точности угловой, линейной и линейно-угловой триангуляции // Изв. высш. учеб. завед. Геодезия и аэрофотосъемка, 1960. № 1. С. 25—37.
4. *Соломонов А. А., Ярмоленко А. С.* Обработка комбинированных трилатерационно-полигонометрических сетей сгущения // Землеустройство, планировка сельских населенных пунктов и геодезия, 1977. Вып. 32. С. 98—104.
5. *Соломонов А. А.* Обработка опорных геодезических сетей общего вида, создаваемых в населенных пунктах // Землеустройство, планировка сельских населенных пунктов и геодезия, 1966. Вып. 41. С. 138—205.
6. *Справочник геодезиста.* М., 1977.