УДК 528.624.131

А. Г. ГРИГОРЕНКО

ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КРУТИЗНЫ ОПОЛЗНЕВЫХ СКЛОНОВ

Крутизна склона относится к одному из основных факторов образования оползневых процессов, и анализ распределения крутизны по площади склона представляет несомненный интерес как с научной, так и с практической точек зрения.

Топографическая поверхность склона в общем виде описывается функцией

$$H=f(X,\ Y), \tag{1}$$

где H — отметка точки склона; X и Y — ее плоские координаты.

Вследствие изменений поверхности склона под воздействием различного рода факторов оползневый процесс можно рассматривать как геодинамическое силовое поле, свойство P которого — функция координат точек пространства и времени

$$P=f(X,\ Y,\ H,\ t). \tag{2}$$

Такая функция удовлетворяет условиям конечности, однозначности, непрерывности и плавности.

Однако в конкретных условиях склона довольно часто имеет место не сплошное распределение функции (2), а прерывистое из-за наличия обрывов, уступов и других нарушений плавности поверхности склона. В этом случае склон можно разбить на участки с более или менее плавной поверхностью и изучать их изолированно, но это может привести к значительной потере информации о морфологии поверхности склона, что крайне нежелательно. Поэтому необходимо стремиться к тому, чтобы графическая модель поверхности склона наиболее полно отражала ее действительную форму и морфоструктуру. Это требование в некоторой степени достигается путем использования соответствующих условных обозначений при составлении специального плана склона.

Топографическая модель поверхности склона в общем случае представляет собой некоторую сглаженную дискретную функцию. Однако такое сглаживание допустимо только в пределах практически непренебрегаемой прерывистости (дискретности). Поэтому при составлении специальных планов необходим дифференцированный подход к сглаживанию частных значений различных морфоэлементов склонов.

Топографический план (или карта) уже дает достаточно наглядное представление о характере распределения крутизны по площади склона. Однако только по горизонталям рельефа нельзя сразу ответить на вопрос, в каких пределах находится крутизна склона на том или другом его участке. Этот пробел в значительной степени устраняется путем построения специальной карты распределения крутизны (в определенных заданных интервалах углов наклона) по площади склона.

Возможны два основных пути построения планов распределения крутизны склонов: графоаналитический и аналитический. Аналитический метод без применения ЭВМ и графопостроителей очень трудоемкий. Графоаналитический метод обладает значительной простотой и обеспечивает необходимую для практических целей точность.

Основой для графоаналитического метода построения плана распределения крутизны склона служит подробный топографический план, составленный в определенном масштабе.

Между сечением h, заложением d и углом наклона поверхности склона ν существует известная математическая зависимость

$$h = d \operatorname{tg} \nu. \tag{3}$$

Тогда для определенных интервалов углов наклона поверхности склона $\Delta\nu = \nu_{i+1} - \nu_i$ и принятой высоты сечения h можно получить граничные значения заложений d_i и d_{i+1} по формулам

$$d_i = h \operatorname{ctg} \nu_i, \tag{4}$$

$$d_{i+1} = h \operatorname{ctg} \nu_{i+1}. \tag{5}$$

Циркулем в масштабе плана между горизонталями намечаем границы, соответствующие заложениям d_i и d_{i+1}. Таким образом производим построение всех границ, соответствующих интервалам углов наклона $\Delta\nu$ в пределах данного плана. Полученные ломаные линии графически сглаживаем, а участки, соответствующие заданным интервалам углов наклона $\Delta\nu$, показываем принятыми условными обозначениями (штриховкой или разными цветами).

Для отображения общего характера рельефа склона оставляем часть горизонталей, которые проводим либо тонкими линиями, либо слабо коричневым тоном.

Аналитический метод построения планов распределения крутизны склона с учетом реализации его с помощью ЭВМ и графопостроителей сводится к следующему.

Прямоугольную систему координат $OXYZ$ нужно установить так, чтобы основание D склона лежало в плоскости XOY.

Пусть $p\ (x,\ y,\ z)$ — произвольная точка склона, а $\vec{n}$ — нормаль к поверхности в этой точке

$$\vec{n} = (N_1, N_2, N_3), \tag{6}$$

где N_1, N_2, N_3 — проекции нормали $\vec{n}$ на оси OX, OY и OZ соответственно. Тогда для крутизны склона в этой точке можно записать

$$\nu = \frac{\pi}{2} - \beta, \tag{7}$$

где β — угол между нормалью $\vec{n}$ и осью OZ. Очевидно, что

$$-\frac{\pi}{2} \leqslant \beta \leqslant \frac{\pi}{2}. \tag{8}$$

В обозначениях (6) и при условии (8)

$$\cos\beta = \frac{|N_3|}{\sqrt{N_1^2 + N_2^2 + N_3^2}}. \tag{9}$$

В соответствии с (1) уравнение поверхности склона можно представить в виде

$$F(X, Y, Z) = 0, \tag{10}$$

или

$$F(X, Y, Z) = f(X, Y) - Z. \tag{11}$$

Кроме того, известно, что

$$N_1 = \frac{\partial F}{\partial x}, \quad N_2 = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad N_3 = \frac{\partial F}{\partial z}. \tag{12}$$

Тогда из (11) и (12) следует

$$N_1 = \frac{\partial f}{\partial x}, \quad N_2 = \frac{\partial f}{\partial y}, \quad N_3 = 1, \tag{13}$$

а (9) принимает вид

$$\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}}. \tag{14}$$

Известно, что поверхность склона можно представить дискретным множеством точек. Для этого введем прямоугольную равномерную сетку

$$x = x_i, \quad x_i = x_0 + ia_1, \quad (i = \overline{0, N_1}),$$

$$y = y_j, \quad y_j = y_0 + ja_2, \quad (j = 0, N_2). \tag{15}$$

Обозначим дискретное множество углов сетки, принадлежащих D через $\bar{D}$. Тогда

$$\bar{D} = \{(x_i, y_j) \setminus x_i = x_0 + ia_1, \quad y_j = y_0 + ja_2 \quad (x_i, y_j) \in D\}. \tag{16}$$

Следовательно, поверхность склона задается множеством точек

$$[x_i, y_j; f(x_i, y_j)] \quad (x_i, y_j) \in D.$$

Заменим дальше частные производные $\frac{\partial f}{\partial x}$ и $\frac{\partial f}{\partial y}$ конечно-разностным аналогом

$$\frac{\partial f(x_i, y_j)}{\partial x} = \frac{f(x_i + a_1; y_j) - f(x_i, y_j)}{a_1}, \tag{17}$$

$$\frac{\partial f(x_i, y_j)}{\partial y} = \frac{f(x_i; y_j + a_2) - f(x_i, y_j)}{a_2}. \tag{18}$$

Из (14), (17) и (18) находим

$$\cos\beta_{ij} = \frac{a_1 a_2}{\sqrt{a_1^2 a_2^2 + \left[\frac{f(x_i + a_1; y_j) - f(x_i, y_j)}{a_1}\right]^2 + \left[\frac{f(x_i; y_j + a_2) - f(x_i, y_j)}{a_2}\right]^2}}, \tag{19}$$

где β_{ij} — крутизна склона в точке (x_i, y_j).

Разделим теперь исследуемый участок склона на k интервалов по его крутизне:

1-й интервал $0 \leqslant \nu \leqslant \nu_1$,
2-й интервал $\nu_1 \leqslant \nu \leqslant \nu_2$,
. . . .
k-й интервал $\nu_{k-1} \leqslant \nu \leqslant \nu_k$,

что равносильно следующему:

1-й интервал $\pi/2 - \nu_1 \leqslant \beta \leqslant \pi/2$, 2-й интервал $\pi/2-\nu_2 \leqslant \beta \leqslant \pi/2-\nu_1$,

. . . .

k-й интервал $\pi/2-\nu_k \leqslant \beta \leqslant \pi/2-\nu_{k-1}$,

или

1-й интервал $0 \leqslant \cos\beta \leqslant m_1$,

2-й интервал $m_1 \leqslant \cos\beta \leqslant m_2$,

. . . .

k-й интервал $m_{k-1} \leqslant \cos\beta \leqslant m_k$,

где $m_s = \sin\nu_s$, $(s=\overline{1,\, k})$.

Участки поверхности склона s-го интервала определяются множеством точек $(x_i,\, y_j,\, z_{ij})$, которые являются решением неравенства

$$m_{s-1} \leqslant \cos\beta_{ij} \leqslant m_s, \tag{20}$$

где

$$z_{ij} = f(x_i,\, y_j). \tag{21}$$

С учетом обозначений (21) формула (19) принимает окончательный вид

$$\cos\beta_{ij} = \frac{a_1\, a_2}{\sqrt{a_1^2\, a_2^2 + \left(\frac{z_{i+1,j} - z_{ij}}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{z_{i,j+1} - z_{ij}}{a_2}\right)^2}}, \tag{22}$$

которая легко реализуется с помощью электронно-вычислительной машины, оснащенной графопостроителем.

На рисунке показан фрагмент плана распределения крутизны на одном из склоновых участков правого берега р. Днепр у Киева. Здесь же рельеф склона показан горизонталями. Очевидно, что построенные таким образом, специальные планы оползневых склонов в значительной мере повышают эффективность пространственного прогнозирования возникновения оползневых процессов. Они также способствуют оптимизации проектных решений при разработке противооползневых мероприятий.

Фрагмент плана распределения крутизны по площади оползневого склона:

1 — от 2 до 3°; *2* — от 3 до 4°; *3* — от 4 до 5°; *4* — от 5 до 10°; *5* — от 10 до 15°.

Статья поступила в редколлегию 11. 05. 88