УДК 528.21

П. Д. ДВУЛИТ

О ВЛИЯНИИ СНЕЖНЫХ МАСС НА ОТКЛОНЕНИЕ ОТВЕСНЫХ ЛИНИЙ

Примем, что возмущающие снежные массы образуют слой на сфере радиуса R. Требуется учесть влияние на отвес в данной точке неоднородного сферического слоя поверхностной плотности μ снежного покрова.

С этой целью получим формулу для учета влияния сконденсированных снежных масс на составляющие отклонения отвеса. Будем исходить из общего выражения для потенциала притяжения масс снежного покрова:

$$V = f \int \frac{\mu d\sigma}{r}; \tag{1}$$

$$d\sigma = R^2 \sin\psi d\psi dA, \quad r = 2R \sin\frac{\psi}{2}, \tag{2}$$

где μ — поверхностная плотность снега; $d\sigma$ — элемент поверхности сферы; r — расстояние от исследуемой до текущей точки.

Составляющие отклонения отвесных линий можно выразить через производные от потенциала притяжения снежных масс по направлению меридиана и первого вертикала.

Тогда

$$\xi = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \eta = -\frac{1}{\gamma}\frac{\partial V}{\partial y},$$

или

$$\xi = -\frac{1}{R\gamma}\frac{\partial V}{\partial B}, \quad \eta = -\frac{1}{R\cos B\gamma}\frac{\partial V}{\partial L}.$$

Используя формулы Стокса [3] для вычисления градиентов потенциала, имеем

$$\xi = -\frac{f}{R\gamma}\int\limits_{\sigma} F(\bar{M})\frac{\partial \Phi(\psi)}{\partial\psi}\cos A d\sigma.$$

$$\eta = -\frac{f}{R\gamma}\int\limits_{\sigma} F(\bar{M})\frac{\partial \Phi(\psi)}{\partial\psi}\sin A d\sigma.$$

В этих формулах $F(\bar{M})$ — «обкладка», которая задана для всех точек сферы, а $\Phi(\psi)$ — ядро интеграла (1), зависящего только от ψ. Учитывая (2), можно записать

$$\xi = -\frac{fR}{\gamma}\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^{2\pi} F(\bar{M})\frac{\partial \Phi(\psi)}{\partial\psi}\sin\psi\cos A d\psi dA,$$

$$\eta = -\frac{fR}{\gamma}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} F(\bar{M})\frac{\partial \Phi(\psi)}{\partial \psi}\sin\psi \sin A\, d\psi dA. \qquad (3)$$

В нашем случае

$$F(\bar{M}) = \mu, \quad \Phi(\psi) = \frac{1}{2R\sin\frac{\psi}{2}}, \quad \frac{\partial \Phi(\psi)}{\partial \psi}\sin\psi = -\frac{1}{2R}\frac{\cos^2\frac{\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}.$$

Подставляя эти выражения в (3), получаем

$$\xi = \frac{f}{2\gamma}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\mu\frac{\cos^2\frac{\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}\cos A\, d\psi\, dA,$$

$$\eta = \frac{f}{2\gamma}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\mu\frac{\cos^2\frac{\psi}{2}}{\sin\frac{\psi}{2}}\sin A\, d\psi\, dA.$$

Для вычисления этих интегралов методом численного интегрирования разобъем всю область сферы на трапеции, внутри которых можно было бы считать $\mu = \mathrm{const}$. Тогда учет влияния на составляющие отклонения отвеса слоя снежных масс сферической трапеции, ограниченной двумя малыми кругами радиусов ψ_1 и ψ_2 и азимутами A_1 и A_2 можно производить по формулам

$$\xi_T'' = \frac{f\rho''}{\gamma}\mu(\sin A_2 - \sin A_1)\left(\ln \operatorname{tg}\frac{\psi_2}{4} - \ln \operatorname{tg}\frac{\psi_1}{4} + \cos\frac{\psi_2}{2} - \cos\frac{\psi_1}{2}\right),$$

$$\eta_T'' = \frac{f\rho''}{\gamma}\mu(\cos A_2 - \cos A_1)\left(\ln \operatorname{tg}\frac{\psi_2}{4} - \ln \operatorname{tg}\frac{\psi_1}{4} + \cos\frac{\psi_2}{2} - \cos\frac{\psi_1}{4}\right).$$

Опишем кратко методику учета влияния масс снежного покрова на составляющие отклонения отвеса. Вначале необходимо вокруг исследуемого пункта выделить центральную область ($0° < \psi < \psi_0$), в пределах которой поверхностную плотность снежных масс можно принять постоянной. Очевидно, что такая область не влияет на составляющие отклонения отвеса. Далее вокруг исследуемого пункта выделяют область от $\psi_0 < \psi < \pi$, предварительно разбив их на отдельные сферические зоны. Разбивку по азимуту удобно выполнить с учетом принципа равного влияния отдельных трапеций сферической зоны, т. е.

$$\sin A_1 - \sin A_0 = \sin A_2 - \sin A_1 = \cdots = \sin A_n - \sin A_{n-1} = P,$$

$$\cos A_1 - \cos A_0 = \cos A_2 - \cos A_1 = \cdots = \cos A_n - \cos A_{n-1} = q.$$

Приравняв разность синусов азимутов постоянному числу P, а разность косинусов азимутов числу q и учитывая, что в сферическом кольце будет n трапеций, получаем формулу для составляющих отклонений отвеса сферической зоны, ограниченной радиусами ψ_1 и ψ_2

$$\xi''_{\text{сф. зоны}}=\frac{f\rho''}{\gamma}P\sum_{i=1}^{n}\mu_i\left(\ln\operatorname{tg}\frac{\psi_2}{4}-\ln\operatorname{tg}\frac{\psi_1}{4}+\cos\frac{\psi_2}{2}-\cos\frac{\psi_1}{2}\right),$$

$$\eta''_{\text{сф. зоны}}=\frac{f\rho''}{\gamma}q\sum_{i=1}^{n}\mu_i\left(\ln\operatorname{tg}\frac{\psi_2}{4}-\ln\operatorname{tg}\frac{\psi_1}{4}+\cos\frac{\psi_2}{2}-\cos\frac{\psi_1}{2}\right).$$

Используя методику учета аномальных атмосферных масс на отклонение отвеса [2] и беря в расчет то, что с удалением от исследуемого пункта влияние масс снежного покрова на составляющие отклонений отвеса уменьшается, то, как показано в [1], достаточно ограничиться сферической зоной $\psi\leqslant 10^\circ$. Предварительные расчеты показали, что влияние снежных масс на отклонение отвеса имеет сезонный характер и может достигать несколько тысячных долей секунды дуги. Такого порядка величины необходимо учитывать при исследовании сезонных изменений углов между отвесными линиями астрономических инструментов [4] и неприливных изменений ускорения свободного падения.

1. *Гудз И. Н., Двулит П. Д.* О влиянии атмосферы на силу тяжести и ее потенциал в точках физической поверхности Земли // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1972. Вып. 16. С. 35—38. 2. *Двулит П. Д.* Влияние атмосферных масс на гравитационное поле Земли // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1966. Вып. 5. С. 5—14. 3. *Идельсон Н. И.* Теория потенциала. Л.; М., 1936. 4. *Миронов И. Т.* Изменения направлений отвесных линий по данным астрономических наблюдений. Повторные гравиметрические наблюдения. М., 1980.

Статья поступила в редколлегию 02. 01. 89