

Я. М. КОСТЕЦКАЯ

ЗАКОНОМЕРНОСТИ НАКОПЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ДИРЕКЦИОННЫХ УГЛОВ В СПЛОШНЫХ СЕТЯХ ТРИЛАТЕРАЦИИ

В сетях трилатерации из треугольников детально изучена точность дирекционных углов связующих сторон [1, 2]. Точность дирекционных углов промежуточных сторон не рассматривалась. Представленные результаты исследований заполняют этот пробел. Исследования точности дирекционных углов промежуточных сторон выполнены на макетах сетей из равносторонних треугольников коррелятным способом с применением ЭВМ. Первым эквивалентом сплошной сети принята сеть, состоящая

из трех рядов треугольников (см. рисунок). Рассмотрим сети из пяти, а затем — из семи рядов. Размер сетей определяли числами рядов и центральных систем в любом двухкратном ряду сети N . На рисунке представлена сеть из трех рядов с $N=6$.

Проведенные исследования можно разделить на две части. В первой выявляли общий характер закономерностей накопления погрешностей промежуточных сторон, во второй — полу-

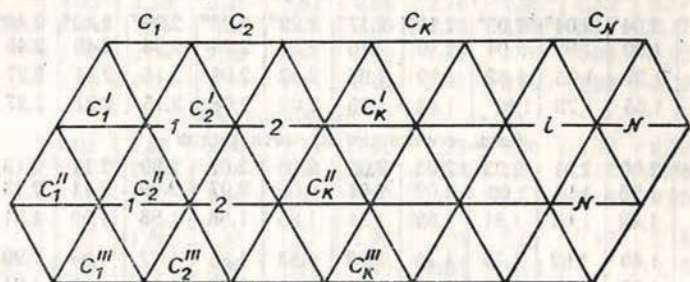


Схема сети из трех рядов.

чали функциональные зависимости, отображающие эти закономерности.

Первая часть исследований заключалась в вычислении на ЭВМ средних квадратических ошибок (СКО) дирекционных углов всех промежуточных сторон в рассматриваемых сетях с $N=3, 5, 7, 10, 20, 25$ и их анализе. В табл. 1 приведена часть полученных для сетей с $N=10$, а в табл. 2 — для сетей с $N=25$ СКО дирекционных углов части промежуточных сторон верхней половины сетей. Их значения для второй половины сетей такие же. СКО вычислены в предположении, что стороны сетей измерены с точностью $1:200000$. Стороны, расположенные вдоль крайней диагонали, обозначены C_k , стороны по второй сверху диагонали — C'_k , по третьей — C''_k и по четвертой — C'''_k (см. рисунок).

Исследования показали, что точность дирекционного угла промежуточной стороны зависит от номера стороны k , расположения ее в сети и числа рядов в ней. Увеличение числа рядов в сети приводит к уменьшению СКО и ослаблению зависимости ее от номера и расположения стороны в сети. Точность дирекционных углов промежуточных сторон, расположенных на краю сети, примерно на 10% ниже их точности для сторон с теми же номерами, но расположенных в середине сети.

Для получения формул СКО дирекционных углов промежуточных сторон использована методика, по которой выведены формулы СКО дирекционных углов связующих сторон [2]. После раскрытия алгоритма Гаусса в формуле обратного веса вычислены величины, вносимые в обратный вес каждым возникающим в сети условным уравнением при заданном порядке их размещения в матрице коэффициентов условных уравнений.

СКО дирекционных углов промежуточных сторон сетей
с $N=10$ при $m_s/s=1:200\ 000$

Сторона и номер формулы	Номер стороны										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Сеть, состоящая из трех рядов											
C_i	2,04"	2,04"	2,05"	2,10"	2,17"	2,23"	2,28"	2,34"	2,40"	2,46"	—
По (1)	1,90	1,97	2,04	2,10	2,16	2,22	2,28	2,34	2,40	2,45	—
C_i'	1,37	1,65	1,82	1,89	1,95	2,02	2,08	2,15	2,21	2,27	2,32
По (2)	1,65	1,73	1,81	1,88	1,95	2,02	2,08	2,15	2,21	2,27	2,32
Сеть, состоящая из пяти рядов											
C_i	2,00	2,01	2,03	2,03	2,05	2,06	2,07	2,09	2,11	2,13	—
По (3)	1,96	1,98	2,00	2,02	2,04	2,05	2,07	2,09	2,11	2,13	—
C_i'	1,42	1,68	1,81	1,82	1,84	1,85	1,86	1,88	1,90	1,91	1,94
C_i''	1,40	1,62	1,76	1,78	1,80	1,83	1,85	1,87	1,89	1,90	1,93
По (5)	1,73	1,75	1,77	1,79	1,81	1,83	1,83	1,87	1,89	1,91	1,93
Сеть, состоящая из семи рядов											
C_i	2,00	2,00	2,02	2,02	2,03	2,03	2,04	2,06	2,06	—	
По (6)	1,98	1,99	2,00	2,01	2,02	2,02	2,03	2,04	2,05	2,06	—
C_i'	1,42	1,59	1,81	1,81	1,82	1,82	1,83	1,83	1,84	1,85	1,88
C_i''	1,40	1,68	1,79	1,79	1,79	1,79	1,79	1,80	1,81	1,82	1,85
C_i'''	1,40	1,57	1,78	1,78	1,78	1,78	1,78	1,79	1,80	1,81	1,84
По (7)	1,74	1,75	1,76	1,77	1,78	1,79	1,80	1,80	1,81	1,82	1,83

Суммируя величины, даваемые уравнениями i -х центральных систем каждого двухкратного ряда сети, получили ряды из N членов. Суммы таких рядов для k -й промежуточной стороны, расположенной вдоль одной диагонали сети, можно представить линейной функцией от номера стороны k . При использовании этой суммы получена формула обратного веса, а потом формула СКО. Так, для дирекционных углов крайних промежуточных сторон сетей, состоящих из трех рядов, $\sum_{i=1}^N a_i =$

$$= \frac{\rho^2}{3s^2} (7,2k - 4,05).$$

Так как квадратичный член этой функции $[ff] = \frac{\rho^2}{3s^2} (8k + 6)$,

$$\text{то } \frac{1}{P_{\beta(3)}} = \frac{\rho^2}{3s^2} (0,8k + 10,05) = \frac{\rho^2}{s^2} (0,267k + 3,35)$$

$$\text{и } m_{\beta(3)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,267k + 3,35}. \quad (1)$$

СКО дирекционных углов промежуточных сторон
с $N=25$ при $m_s/s=1:200\ 000$

Сторона и номер формулы	Номер стороны									
	3	7	11	13	14	16	20	24	25	26
Сеть, состоящая из трех рядов										
C_i	2,05"	2,28"	2,51"	2,61"	2,66"	2,76"	2,95"	3,12"	3,17"	—
По (1)	2,04	2,28	2,51	2,61	2,66	2,76	2,95	3,12	3,17	—
C_i'	1,82	2,08	2,32	2,44	2,49	2,59	2,79	2,98	3,02	3,07"
По (2)	1,81	2,08	2,33	2,44	2,49	2,60	2,79	2,98	3,02	3,07
Сеть, состоящая из пяти рядов										
C_i	2,03	2,07	2,15	2,18	2,20	2,23	2,30	2,36	2,39	—
По (3)	2,00	2,07	2,14	2,18	2,20	2,23	2,30	2,36	2,38	—
C_i'	1,81	1,87	1,94	1,98	2,00	2,04	2,11	2,18	2,20	2,22
C_i''	1,76	1,85	1,93	1,97	1,98	2,02	2,10	2,17	2,19	2,23
По (5)	1,75	1,85	1,93	1,97	1,99	2,03	2,10	2,17	2,19	2,21
Сеть, состоящая из семи рядов										
C_i	2,03	2,03	2,06	2,08	2,09	2,10	2,13	2,16	2,19	—
По (6)	2,00	2,03	2,06	2,08	2,09	2,10	2,13	2,16	2,17	—
C_i'	1,81	1,83	1,86	1,88	1,88	1,90	1,93	1,97	1,98	2,04
C_i''	1,79	1,79	1,83	1,85	1,86	1,87	1,91	1,94	1,96	1,99
C_i'''	1,78	1,78	1,82	1,84	1,85	1,86	1,90	1,93	1,95	1,99
По (7)	1,76	1,80	1,83	1,85	1,86	1,87	1,91	1,94	1,95	1,96

Для дирекционных углов сторон C_k' , расположенных в середине сети из трех рядов, найдено

$$m_{\beta C(3)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,267k + 2,47} \quad (2)$$

Таким же путем в сети из пяти рядов для дирекционных углов сторон C_k , расположенных на краю сети, получено

$$m_{\beta(5)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,076k + 3,76} \quad (3)$$

а для дирекционных углов сторон C_k' и C_k'' , расположенных в середине сети,

$$m_{\beta(5)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,076k + 2,94}, \quad m_{\beta 2(5)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,076k + 2,87} \quad (4)$$

Как видим, формулы отличаются лишь на 0,07 в подкоренном выражении. С хорошим приближением для дирекционных углов сторон C_k' и C_k'' можно вычислить СКО по формуле

$$m_{\beta C(5)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,076k + 2,90} \quad (5)$$

Для сети из семи рядов формула СКО дирекционных углов крайних промежуточных сторон

$$m_{\beta(7)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,032 k + 3,91} \quad (6)$$

и сторон, расположенных в середине,

$$m_{\beta c(7)} = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{0,032 k + 3,00}. \quad (7)$$

Выведенные формулы проверены путем сравнения СКО, вычисленных по ним, со СКО, полученными коррелятным способом на ЭВМ. В табл. 1 и 2 также приведены СКО, найденные по формулам. Погрешность формул не превышает 3% для дирекционных углов промежуточных сторон с номерами больше 2.

Сравнивая между собой выведенные формулы СКО дирекционных углов промежуточных сторон, видим, что с увеличением числа рядов в сети уменьшается в них коэффициент при номере промежуточной стороны. Для сети из трех рядов коэффициент равен 0,267, из пяти — 0,076, а из семи рядов — 0,032. Такие же значения коэффициентов и в формулах СКО дирекционных углов связующих сторон, в которых аргументом является величина k , равная номеру связующей стороны, деленной пополам [2]. Свободные члены в подкоренных выражениях формул с ростом числа рядов в сети увеличиваются. Это говорит о том, что с ростом числа рядов сети дирекционные углы всех сторон, расположенных в ее середине, стремятся к равнозначным. Можно предположить, что и в сплошных сетях они практически равнозначны. Если в (7) дальше уменьшится коэффициент при номере стороны, то первым слагаемым можно пренебречь. Формула для СКО дирекционного угла любой стороны, расположенной в середине сплошной сети трилатерации, имеет вид

$$m_x = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{3} = 1,7 \frac{m_s}{s} \rho. \quad (8)$$

Погрешность этой формулы уже в сети из семи рядов не превышает 15%. При большем числе рядов она дает более точные результаты.

СКО дирекционных углов крайних промежуточных сторон, как видим из табл. 1 и 2, а также из анализа формул, больше, чем СКО сторон, расположенных в середине сетей. Из [1] и [2] следует, что СКО дирекционных углов крайних связующих сторон тоже больше, примерно на 10%. Исходя из (6), можно получить приближенную формулу СКО дирекционных углов крайних сторон сплошных сетей трилатерации

$$m_x = \frac{m_s}{s} \rho \sqrt{4} = 2 \frac{m_s}{s} \rho. \quad (9)$$

В сети из семи рядов погрешность этой формулы не превышает 10%. Для сетей с большим числом рядов СКО по ней будет определяться точнее.

Поскольку в сплошных сетях трилатерации дирекционные углы сторон, расположенных в их середине, равноточные, то равноточными в них должны быть и углы внутри сетей.

1. Костецкая Я. М. К вопросу оценки точности сплошных сетей трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1967. Вып. 6. С. 25—41.
2. Костецкая Я. М. О точности определения дирекционных углов в сплошных сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1974. Вып. 20. С. 45—50.