УДК 528.35

Б. О. ГРИНЧИШИН, Я. М. КОСТЕЦКАЯ

О ДОПУСТИМЫХ СВОБОДНЫХ ЧЛЕНАХ УСЛОВНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ

Наиболее надежно качество полевых измерений контролируют по значениям свободных членов условных уравнений. Очень легко осуществлять таким путем контроль измеренных углов в сетях триангуляции, что является одним из достоинств этого метода. В сетях трилатерации такой способ контроля сложнее.

Во-первых, контроль можно провести лишь в центральной системе или геодезическом четырехугольнике, а не в треугольнике, как в триангуляции. А во-вторых, процесс составления условных уравненеий в таких фигурах трилатерации сложный, требует вычисления углов по измеренным сторонам, определения коэффициентов и свободного члена условного уравнения. В триангуляции условное уравнение треугольника составляется элементарно просто. Правда, наличие калькуляторов сделало

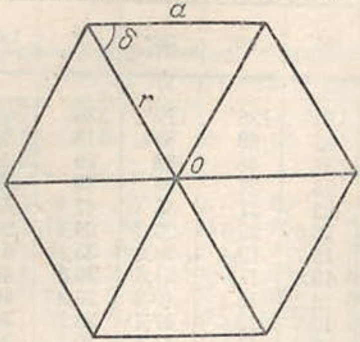


Рис. 1. Центральная система.

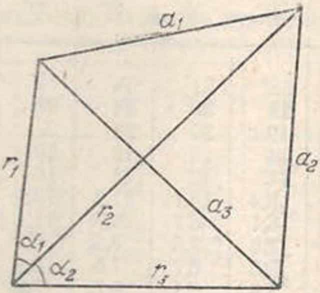


Рис. 2. Геодезический четырехугольник.

составление условных уравнений вполне доступным в полевых условиях. Но для производства удобно иметь более простое средство контроля.

В [1] предложены формулы для вычисления допустимых значений свободных членов условных уравнений в ряде идеальных центральных систем и геодезических прямоугольниках и ромбах. Но в практике обычно имеем дело не с идеальными геометрическими построениями. Поэтому представляет интерес получение простых и удобных формул для вычисления допустимого значения свободного члена для реальных построений.

Как известно [2], допустимое значение свободного члена любого условного уравнения можно определить по формуле

$$W_{\text{доп}} = t\mu\sqrt{[aa]}, \tag{1}$$

где t — коэффициент, зависящий от доверительной вероятности; μ — средняя квадратическая погрешность измеренной величины; $[aa]$ — сумма квадратов коэффициентов условного уравнения. Теперь принимают обычно $t=2$. В сети трилатерации μ определяют, исходя из паспортных данных дальномера, которым измерены стороны. Таким образом, для вычисления допустимого значения свободного члена основная задача сводится к получению суммы квадратов коэффициентов условного уравнения.

Найдем значение $[aa]$ для идеальной k-лучевой центральной системы, построенной из равнобедренных треугольников (рис. 1). Обозначим ее радиальные стороны r, а стороны, расположенные по периметру, a. В такой системе условное уравнение можно записать так:

$$\frac{\rho}{h}\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i)-2\cos\delta\sum_{i=1}^{k}(r_i)\right]+\omega=0. \qquad (2)$$

Здесь h — высота треугольника, опущенная с центрального пункта O системы; (a_i) — поправки в стороны a_i; (r_i) — поправки в стороны r_i; δ — угол между сторонами a и r; ω — свободный член уравнения. Высота

$$h=r\cos(\gamma/2)=r\cos(180°/k), \qquad (3)$$

а

$$\cos\delta=a/2r. \qquad (4)$$

С учетом (3) и (4) уравнение (2) принимает вид

$$\rho/[r\cos(180^0/k)]\left[\sum_{i=1}^{k}(a_i)-(a/r)\sum_{i=1}^{k}(r_i)\right]+\omega=0. \qquad (5)$$

Для этого уравнения

$$[aa]=\rho^2/[r^2\cos^2(180^0/k)]\left(k+\frac{a^2}{r^2}k\right),$$

или

$$[aa]=\frac{\rho^2 k}{r^2\cos^2(180^0/k)}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right). \qquad (6)$$

Подставив (6) в (1), получим формулу допустимого значения свободного члена условного уравнения центральной системы, построенной из k равнобедренных треугольников:

$$W_{доп}=t\mu\frac{\rho}{r\cos(180^0/k)}\sqrt{k\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right)}, \qquad (7)$$

Этой формулой можно воспользоваться для вычисления допустимого значения свободного члена в неидеальных центральных системах. Но в таком случае необходимо в нее подставлять средние длины радиальных и расположенных по периметру сторон, т. е.

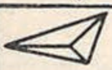
$$W_{доп}=t\mu\frac{\rho}{r_{ср}\cos(180^0/k)}\sqrt{k\left(1+\frac{a_{ср}^2}{r_{ср}^2}\right)}. \qquad (8)$$

Проверим эту формулу на реальных центральных системах из трех—шести треугольников путем сравнения значения допустимого свободного члена уравнения, вычисленного по коэффициентам условного уравнения, и по формуле (8). Результаты проверки сведены в табл. 1. Для характеристики отклонения реальной системы от идеальной в табл. 1 приведены значения наибольшей и наименьшей из радиальных и расположенных по периметру сторон.

Аналогичные исследования выполнены и для вычисления допустимого свободного члена условного уравнения геодезического четырехугольника (рис. 2). Получена формула

$$W_{доп} = t\mu \frac{\rho}{r_{ср} \cos \alpha_{ср}} \sqrt{3\left(1 + \frac{a^2_{ср}}{r^2_{ср}}\right)}. \qquad (9)$$

Таблица 1

К	Форма сети	a_{min}	a_{max}	r_{min}	r_{max}	W доп по/1/	W доп по/8/	Точность %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3		93	114	51	74	48,8	46,3	5,1
3		94	132	63	75	46,9	42,0	10,5
3		89	130	50	69	52,2	45,5	12,8
3		120	153	66,5	93	36,8	36,2	1,6
3		113	190	49	108	40,8	34,9	14,5
4		82,5	137	70	86	29,9	25,0	16,4
4		91,5	154	74	110	24,2	22,2	8,2
4		70	138	52	96,5	33,6	27,1	19,3
4		79	125	55	82,5	30,5	27,6	9,3
4		80,5	94,5	52	71,5	33,6	32,1	4,5
5		44	102,5	45	72	38,2	39,7	3,9
5		73,5	148	75	104	20,8	18,9	9,1
5		11894	26261	11203	19862	4,4	4,0	9,1
5		9896	26261	11607	16930	8,4	7,4	11,9

1	2	3	4	5	6	7	8	9
5		12037	17476	9650	14798	3,8	4,0	5,3
6		7630	19862	9296	26261	6,4	4,7	26
6		8970	16930	9650	15373	5,5	4,6	16,3
6		64	124	79	117	19,1	17,3	9,4
6		56	87	59	96	24,6	21,6	12,2
6		70	95	61	111	21,8	19,9	8,7

где

$$r_{ср} = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}; \tag{10}$$

$$a_{ср} = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}; \tag{11}$$

$$\alpha_{ср} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}. \tag{12}$$

Таблица 2

Форма сети	$a_{ср}$	$r_{ср}$	$\alpha_{ср}$	W доп		Точность %
				по /1/	по /9/	
	81	84	57	23,7	21,7	8,4
	62,5	59,7	47	24,4	25,4	4,1
	73,3	60,3	53,5	30,8	31,4	1,9
	129	117	46,5	15,4	13,2	14,3
	101	144	28	8,5	6,8	19,3

Результаты проверки приведены в табл. 2. Для характеристики четырехугольника в табл. 2 приведены значения $r_{ср}$, $\alpha_{ср}$ и $a_{ср}$.

Проверка показала, что по формулам (8) и (9) можно определить значение допустимого свободного члена с погрешностью, не более 20%.

1. Справочное руководство по инженерно-геодезическим работам / Под. ред. Большакова В. Д., Левчука Г. П. М., 1980. 2. *Яковлев Н. В.* Высшая геодезия. М., 1989.

Статья поступила в редколлегию 06. 06. 90
