

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСТИННОГО УГЛА НАКЛОНА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ ПРИ ДВУХ СОСТОЯНИЯХ АТМОСФЕРЫ

В [1] приведены теоретические основы метода определения теоретического угла наклона по результатам геодезических и метеорологических измерений при двух состояниях атмосферы. Алгоритм решения задачи можно представить для некоторой модели атмосферы в следующем виде:

$$\delta\alpha_1 = \frac{\Delta\alpha}{z''_{01} - z''_{02}} z'_{01}; \quad (1)$$

$$\delta\alpha_2 = -z'_{02} \frac{\Delta\alpha}{z''_{01} - z''_{02}}; \quad (2)$$

$$z'_{01} = \frac{n'_{01}}{n_0} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1); \quad (3)$$

$$z'_{02} = \frac{n'_{02}}{n_{02}} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_2). \quad (4)$$

Если учесть, что световая кривая должна удовлетворять уравнению Эйлера, которое для плоского случая можно записать в виде

$$nz'' = n_z'(1+z')^2, \quad (5)$$

то отыскивая решение задачи Коши для (5) в виде ряда Тейлора, удерживая только два его члена, мы приходим к (1)–(4).

Для нахождения n'_0 , n_0 опишем модель атмосферы выразим

$$dP/dz = -g\rho,$$

где

$$\rho = \mu P/RT. \quad (6)$$

Отыскивая решение (6) в виде полинома, т. е. $P = P_0 + p_1 z$, и представляя температуру также полиномом $T = T_0 + t_1 z$, где градиент температуры t_1 нужно получить из измерений, то с учетом уравнения Даля—Гладстона для n_0 , n'_0 получаем

$$n_0 = 1 + \frac{\alpha\mu P_0}{RT_0}, \quad n'_0 = \frac{\alpha\mu (P_0 t_1 - p_1 T_0)}{RT_0^2}.$$

Здесь P_0 и T_0 — значения давления и абсолютной температуры в начале координат; g — ускорение свободного падения; μ — масса моля; α — коэффициент, зависящий от длины волны падающего излучения; t_1 , p_1 — соответственно значения гра-

диентов температуры и давления в начале координат; R — газовая постоянная; ρ — плотность воздуха; $\delta\alpha_1, \delta\alpha_2$ — поправка за рефракцию к измеренным значениям углов наклона при первом и втором состояниях атмосферы; $\Delta\alpha$ — разность измеренных углов наклона α_1 и α_2 при двух состояниях атмосферы; $n_{01}, n_{02}, n'_{01}, n'_{02}$ — соответственно показатели преломления и их градиенты в начале координат; z'_{01}, z'_{02} — вторые производные в начале координат при двух состояниях атмосферы.

Следует заметить, что указанная методика определения теоретических углов наклона по результатам геодезических и метеорологических измерений при двух состояниях атмосферы является частной, так как она получена при целом ряде ограничений, которые должны учитываться при практическом ее применении. К таким ограничениям в первую очередь нужно отнести следующее:

1) отсутствие горизонтального градиента показателя преломления, т. е. показатель преломления не должен зависеть от абсциссы x ;

2) реальную атмосферу можно описать вышеприводимой физической моделью;

3) возможность точного измерения углов наклона и метеопараметров;

4) решение задачи Коши для уравнения Эйлера можно представить двумя членами ряда Тейлора.

Первое ограничение заключается в том, что указанная методика может применяться только над равнинной и однородной подстилающей поверхностью. В этом случае можно предположить, что горизонтальный градиент показателя преломления равен $n(z)$.

Что касается второго ограничения, то здесь однозначного и точного теоретического решения получить нельзя. Задачу эту можно решать только приближенными методами математического моделирования.

Третье ограничение относится к очень сложной проблеме репрезентативности результатов измерений. Она в первую очередь связана с явлениями турбулентности, которые приводят к несоответствию геодезических и метеорологических измерений. Решить ее в первом приближении можно, пользуясь только статистическими результатами.

При четвертом ограничении нельзя получить в общем случае решения (4) в квадратурах. Поиск решения в виде ряда Тейлора приводит к некорректной задаче, так как нельзя доказать сходимости ряда. Для небольших расстояний и для возможных физических условий члены ряда убывают. Однако для больших расстояний члены ряда растут, хотя последний может быть и знакопеременным. Поэтому судить априорно, насколько справедливо четвертое ограничение — задача пока неразрешима.

Исходя из вышесказанного, нетрудно заметить, что теоретически решить вопрос в возможности применения вышеиз-

ложенного метода в практических целях нельзя. Поэтому указанный метод апробирован в экспериментальных условиях [2] и получены удовлетворительные результаты для расстояний до 4 км, хотя члены ряда растут, начиная с расстояния 1 км. Ошибки определения теоретических углов наклона лежат в пределах точности измерения углов наклона. Кроме того, анализ результатов обработки экспериментального материала показывает, что кривые, соответствующие различным состояниям атмосферы, пересекаются значительно ближе действительного положения визирной цели. Это несоответствие носит систематический характер, хотя в пределах точности измерений не влияет на значение определяемого угла наклона. Строго объяснить это явление не удастся, поэтому в дальнейшем следует проводить специальные теоретические и экспериментальные исследования.

Для выявления влияния отброшенных членов ряда Тейлора на определяемые значения углов наклона мы обработали тот же материал численно-аналитическим методом. Из анализа данных обработки видно, что оба метода приводят к одним и тем же результатам на расстоянии до 16 км.

Однако, если ошибки определения углов наклона для расстояний до 4 км лежат в пределах ошибок измерений, то для больших расстояний эти ошибки значительно больше. Объяснить это можно в первую очередь неподчинением результатов указанным выше ограничениям.

Подводя итоги вышеизложенному, сформулируем основные задачи, которые нужно решить для успешного применения указанного метода определения углов наклона:

1) разработать методику определения углов наклона по результатам геодезических и метеорологических измерений при двух состояниях атмосферы для случая, когда горизонтальный градиент показателя преломления не равен 0;

2) исследовать влияние различных физических моделей атмосферы на точность определения углов наклона;

3) разработать приемлемую методику получения репрезентативных результатов, необходимых при решении задачи;

4) проводить исследования других методов решения задачи Коши для уравнения Эйлера.

Кроме того, необходимо выяснить, почему кривые пересекаются не в точке, из которой выходит визирный луч, и почему описанный выше метод и численно-аналитический приводят к одним и тем же результатам. В дальнейшем исследования будут направлены на решение этих задач.

1. Хижак Л. С. О возможности фиксации направлений по результатам измерений метеорологических элементов и зенитных расстояний // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1987. Вып. С. 98—104. 2. Хижак Л. С., Григорчук Р. А., Кравцов Н. И. Вычисление поправок за рефракцию по результатам геодезических и метеорологических измерений при двух состояниях атмосферы // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1987. Вып. 46. С. 99—103.

Статья поступила в редколлегию 12.01.89