

Я. М. КОСТЕЦКАЯ

### ДВОЙНЫЕ РЯДЫ ТРИЛАТЕРАЦИИ ИЗ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

Точность рядов и сетей трилатерации из геодезических прямоугольников изучена [1—3]. Рассмотрим двойные ряды трилатерации из этих фигур. В таких сетях кроме сторон обычной сети измерена часть замыкающих соседних пар сторон, ориентированных по одному направлению. Измеренные замыкающие

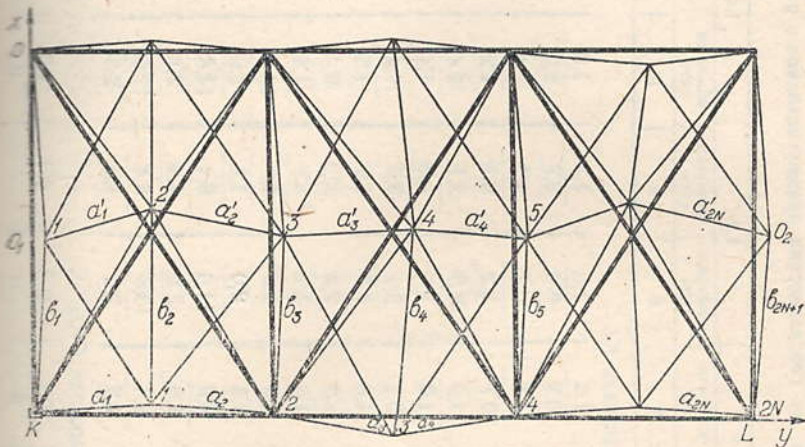


Схема двойного ряда трилатерации из геодезических четырехугольников.

должны образовать сеть тоже из геодезических прямоугольников, которая покрывает всю основную сеть. На рисунке имеем схему двойной сети. Тонкими линиями на ней показана обычная сеть, а жирными — измеренные замыкающие в сети.

Цель исследований — изучение влияния замыкающих на закономерность накопления погрешностей в двойных рядах трилатерации из геодезических прямоугольников с разными продвигами. Под продвигом  $l$  геодезического прямоугольника понимаем отношение длины стороны прямоугольника, расположенной вдоль ряда, к длине стороны, расположенной поперечно, с обозначениями, имеющимися на рисунке,  $l_i = a_i/b_i$ .

Исследования проведены на макетах сети из одинаковых идеальных геодезических прямоугольников, представляющих собой двукратный ряд, с разными продвигами. В рядах длина стороны  $KO$  и ее азимут — исходные. Ряд ориентирован вдоль оси ординат. В таких рядах возникает  $4N$  условных уравнений геодезических четырехугольников и  $2N-1$  условных уравнений центральных систем. К ним присоединены  $4N+1$  весовых функций



Окончание таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	1,5	1,4	1,7	1,6	1,9	1,7	2,0	1,8	2,3	2,0	2,6	2,3
3	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7
4	1,9	1,4	2,5	1,2	2,9	1,3	3,2	1,5	3,9	1,7	4,6	2,0
5	1,3	1,2	1,1	1,0	1,1	1,0	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9
6	2,5	1,2	3,6	1,7	4,1	2,0	4,7	2,1	5,9	2,3	6,8	2,5
7	1,4	1,3	1,2	1,1	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0
8	3,1	1,5	4,7	2,3	5,5	2,3	6,3	3,0	7,8	3,2	9,4	3,9
9	1,6	1,5	1,3	1,2	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
10	3,8	1,8	6,0	2,9	7,0	3,3	8,0	3,9	10,1	4,6	12,1	4,9
11	1,7	1,6	1,4	1,3	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,2	1,2
12	4,6	2,2	7,3	3,5	8,6	3,6	9,9	4,8	12,5	5,6	15,1	6,9
13	1,8	1,7	1,5	1,4	1,4	1,2	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2
14	5,3	2,5	8,7	4,2	10,3	4,4	11,9	5,8	15,1	7,3	18,3	8,7
15	1,9	1,8	1,6	1,5	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3
16	6,1	2,8	10,2	4,7	12,2	5,6	14,1	6,6	17,8	1,3	21,6	10,6
17	2,0	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4

ординат и столько же весовых функций абсцисс. От матрицы коэффициентов условных уравнений переходили к матрице коэффициентов нормальных уравнений по известной методике. Анализ этого процесса позволил обнаружить закономерности образования элементов матрицы коэффициентов нормальных уравнений и весовых функций при любом  $N$ . Благодаря этому составлена программа для формирования матрицы коэффициентов образования матриц нормальных уравнений на ЭВМ. Кроме этого составлена программа нахождения обратных весов функций уравненных сторон сети. По этим программам проведена оценка точности положения всех оцениваемых пунктов сетей с  $N=1-10$  с шагом 1 при продвигах  $l=0,2-2$  с шагом 0,2. По обратным весам вычислены средние квадратические ошибки абсцисс и ординат пунктов при средней квадратической ошибке измеренных сторон, равной 1 см. Такова точность измерения сторон светодальномером ЕОК-2000. Полученные результаты для сетей с  $N=4$  и продвигами 0,4; 0,8—2,0 даны в таблице. В ней в числителе имеем средние квадратические ошибки абсцисс, а в знаменателе — ординат. Благодаря ориентированию сети вдоль оси ординат эти ошибки равны средним квадратическим сдвигам, соответственно поперечным и продольным.

Таким же путем оценена точность положения пунктов в аналогичных сетях, но с измеренными замыкающими, т. е. в двойных сетях. В них один геодезический прямоугольник из замыкающих лежит на четырех прямоугольниках основной сети. В двойных сетях кроме указанных выше уравнений возникает  $N$  условных уравнений геодезических четырехугольников, образованных замыкающими, и  $4N+1$  условных уравнений замыкающих. Последнее условие является требованием равенства суммы проекций двух сторон сети их замыкающей. Весовые функции в двойных сетях составлены по ходовым линиям, которые состоят только из замыкающих (для четных пунктов диагонали  $KL$ ), из замыкающих и одной стороны сети (для нечетных пунктов диагоналей  $O_1O_2$  и  $KL$ ) или из замыкающих и двух сторон сети (четные пункты диагонали  $O_1O_2$ ). По составленной нами программе формирования матрицы коэффициентов нормальных уравнений и весовых функций и определения обратных весов функций на ЭВМ вычислены обратные веса координат всех оцениваемых пунктов сетей с  $N=1-10$  с шагом 1 и продвигами  $l=0,2-2,0$  с шагом 0,2. По ним вычислены средние квадратические ошибки координат или сдвига пунктов при  $\mu=1$  см. Часть результатов для сетей с  $N=4$  сведена в таблице.

Сравнение значений ошибок положения одинаковых пунктов обычных и двойных сетей показало, что независимо от продвига точность пунктов в двойных рядах выше примерно в два раза. Таким образом, измерение кроме  $18N+2$  сторон сети  $5N+1$  замыкающих позволяет повысить точность сети в два раза.

Действие замыкающих проявляется начиная уже с третьего пункта. Поэтому двойные сети эффективно применять практически уже при  $N>1$ . Отметим, что в двойных сетях ошибки

пунктов, равноудаленных от исходного, одинаковы на краю сети и в середине. Необходимо, однако, констатировать, что и в двойных сетях при больших  $N$  соотношение поперечного и продольного сдвигов пунктов достигает нескольких единиц.

1. Бронштейн Г. С., Сафонов Г. С. Аппроксимация формул для оценки точности ряда трилатерации // Геодезия и картография. 1974. № 1. С. 8—11.
2. Виленский В. Н. О закономерностях накопления погрешностей в сплошных рядах трилатерации // Геодезия картография и аэрофотосъемка. 1979. Вып. 30. С. 3—6.
3. Кутузов И. А. Накопление погрешностей в рядах трилатерации с измеренными сторонами // Изв. вузов. Геодезия и аэросъемка. 1957. Вып. 2. С. 51—55.

Статья поступила в редколлегию 25.05.90

УДК 528.33

М. И. МАРЫЧ

### ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МОЛОДЕНСКОГО НА МОДЕЛИ ПЕРЦЕВА

Решение задачи Стокса с относительной погрешностью порядка квадрата сжатия  $a$  Земли, полученное М. С. Молоденским при условии отсутствия сферической функции первого порядка в свободных членах использованных интегральных уравнений, которое в общем случае не выполняется [2, 3], проверено Б. П. Перцевым на модели [3, 4].

Она представляет собой произвольный простой слой, распределенный на сфере радиуса, равного малой полуоси  $b$  земного эллипсоида. Создаваемый этим слоем потенциал вне сферы и эллипсоида можно представить в виде разложения в ряд по шаровым функциям. В результате преобразований решения при  $b=1$ , выполненных для общего члена ряда

$$T = \rho^{-(n+1)} P_{nk}(x) \cos kL, \quad (1)$$

в котором  $x = \sin \Phi$ , получено выражение

$$T = [1 - \alpha(n+1)(1-x^2)] P_{nk}(x) \cos kL \quad (2)$$

для потенциала на поверхности эллипсоида такое же по виду, как и при непосредственной подстановке значения радиуса вектора эллипсоида

$$\rho = 1 + \alpha \cos^2 \Phi$$

в (1), что справедливо при всех значениях  $n$ .

Принимая во внимание, что упомянутая выше сферическая функция первого порядка создается не только высотами  $H = \rho - R$  рельефа граничной поверхности  $s$ , которой в теории Стокса является регуляризованный геоид, а в теории Молоден-