УДК 528.16

Ю. В. МОРКОТУН

ОБ ОДНОЙ ИЗ ПРИЧИН ИСКАЖЕННОСТИ ОЦЕНКИ СРЕДНЕЙ КВАДРАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕННОГО УГЛА ПО ФОРМУЛЕ ФЕРРЕРО

Формула Ферреро (1) — одна из основных для оценки точности угловых измерений в триангуляции:

$$m_\beta^2 = \frac{W^\tau W}{3n}, \tag{1}$$

где W^τ — вектор угловых невязок треугольников триангуляции; n — количество треугольников. Статистически формула Ферреро является следствием выражения для W через измеренные углы:

$$W = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 180°; \tag{2}$$

$$m_W^2 = m_{\beta_1}^2 + m_{\beta_2}^2 + m_{\beta_3}^2 = 3m_\beta^2. \tag{3}$$

Так как истинное значение каждого W равно нулю, значит:

$$m_W^2 = \frac{W^\tau W}{n}. \tag{4}$$

Из формулы (3), (4) легко получаем (1).

Известно, что в подавляющем большинстве случаев формула Ферреро завышает действительное качество измерений, т. е. что m_β по Ферреро меньше μ по результатам уравнения.

Причин рассматривалось несколько. Предлагалось учитывать также и невязки всех остальных условных уравнений (полюсных, базисных, горизонта и др.) [3], учитывать теоретическую корреляционную зависимость между невязками соседних треугольников [1, 3]. Все это дает лишь незначительное приближение средней квадратической погрешности по формуле Ферреро к средней квадратической погрешности по результатам уравнивания.

Рассмотрим, на наш взгляд, одну из основных причин искажения оценки средней квадратической погрешности по формуле Ферреро (1) — корреляционную зависимость измеренных углов одного треугольника триангуляции. Как показано в [2], каждая пара измеренных углов треугольника находится в корреляционной зависимости. Наиболее вероятное теоретически значение коэффициента корреляции $r=+0{,}15$.

Учитывая это, выражение (3) примет иной вид:

$$m_W^2 = 3m_\beta^2 + 6rm_\beta^2. \qquad (5)$$

Предполагаем, что μ по результатам уравнивания должно быть равно m_β по формуле Ферреро. Можем записать такое соотношение:

$$\mu^2 = \frac{m_W^2}{3} = m_\beta^2 + 6rm_\beta^2. \qquad (6)$$

Исходя из уравнения (6), коэффициент корреляции имеет вид

$$r = \frac{\mu^2 - m_\beta^2}{2m_\beta^2}. \qquad (7)$$

С целью практической проверки величины r мы проанализировали данные четырех сплошных сетей триангуляции (свыше 1200 треугольников), для которых известны средние квадратические погрешности измеренного угла как по формуле Ферреро, так и по результатам уравнивания. Среднее значение коэффициента корреляции по формуле (7) равно $+0{,}20$, что хорошо согласуется с теоретическим значением ($r=+0{,}15$).

Также проанализирована корреляционная зависимость между поправками из уравнивания углов одного треугольника, считая поправки наиболее вероятными значениями истинных ошибок измеренных углов. Коэффициент r и в этом случае был равен $+0{,}19$. Аналогичный результат ($r=+0{,}19$) получен при анализе поправок за боковую рефракцию взаимообратных направлений. Таким образом, можно с большой достоверностью допустить, что измеренные углы одного треугольника триангуляции находятся в корреляционной зависимости ($r=0{,}18$) и, соответственно, формулу Ферреро следует записать в виде

$$m_\beta = \sqrt{\frac{W^{\mathrm{T}} W}{2{,}2n}}, \qquad (8)$$

Формула (8) дает более объективную оценку средней квадратической погрешности измеренного угла в триангуляции.

1. *Маркузе Ю. И.* Исследование о формуле Ферреро // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1983. № 5. С. 5—12. 2. *Моркотун Ю. В.* Влияние корреляционных зависимостей в триангуляции на точность оценки средней квадратической погрешности измеренного угла // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1983. Вып. 47. С. 41—44. 3. *Пузанов С. И.* Исследование погрешностей в сплошных сетях триангуляции: Автореф. дис. . . . канд. техн. наук. Львов, 1971.

Статья поступила в редколлегию 27. 04. 90