

Н. Д. ИОСИПЧУК, М. М. ФЫС

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ УГЛОВ НАКЛОНА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

В [2] приведена методика определения теоретических углов наклона, исходя из предположения, что уравнение световой кривой имеет вид ряда Тейлора с учетом первых двух членов. Следовательно, метод является приближенным, кроме того, невозможно установить область схождения ряда.

В данной работе предлагаем строгий метод решения задачи для такой же модели атмосферы, а именно, принимаем, что [2]

$$n = 1 + \frac{\alpha \rho P_0 + \rho_1 z}{R T_0 + t_1 z}, \quad (1)$$

где α — коэффициент, зависящий от длины волны падающего излучения и равен $0,000292 \text{ м}^3/\text{г}$. Полагаем также, что плотность и, следовательно, показатель преломления зависят только от ординаты z . В этом случае уравнение Эйлера запишем в виде

$$nz'' = n_z'(1+z'^2), \quad (2)$$

где n определяется равенством (1).

Первый интеграл уравнения (2) имеет вид

$$z' = \pm \sqrt{\frac{n^2(z)}{n_0^2 \cos^2 \beta} - 1}, \quad (3)$$

где n_0 — значение показателя преломления $n(z)$ в начале координат; β — угол наклона касательной к световой кривой в начале координат.

Учитывая (2), решение (3) можно представить в виде

$$x = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\frac{n^2(z)}{n_0^2 \cos^2 \beta} - 1}}. \quad (4)$$

С учетом (1) решение (4) запишем следующим образом:

$$x = a_1 \left\{ 2(\sqrt{v^2 z^2 + 2v_1 z + v_0} - \sqrt{v_0}) + \frac{a_0}{\sqrt{v_2}} [\ln(v_2 z + v_1 + \sqrt{v_2^2 z^2 + 2v_1 v_2 z + v_0 v_2}) - \ln(v_1 + \sqrt{v_0 v_2})] \right\} \text{ при } v_2 > 0,$$

$$x = a_1 \left\{ 2(\sqrt{v_2 z_2 + 2v_1 z + v_0} - \sqrt{v_0}) + \frac{a_0}{\sqrt{|v_2|}} \times \right. \\ \left. \times \left[\arcsin \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 - v_0 v_2}} - \arcsin \frac{v_1 - v_2 z}{\sqrt{v_1^2 - v_0 v_2}} \right] \right\} \text{ при } v_2 < 0, \\ x = d_1 (\sqrt{2v_1 z + v_0} - \sqrt{v_0}) + d_2 [(2v_1 z + v_0)^{3/2} - v_0^{3/2}] \\ \text{при } v_2 = 0. \quad (5)$$

В (5) введем обозначения

$$\mu = 28,296, \quad R = 8314,14, \quad l_0 = \frac{\mu \alpha}{R}, \quad n = 1 + \frac{l_0 P_0}{T_0},$$

$$u_0 = T_0 + l_0 P_0, \quad R_0 = n_0 \cos \beta, \quad u_1 = t_1 + l_0 P_1, \quad v_0 = u_0^2 - (P_0 T_0)^2,$$

$$v_1 = u_0 u_1 - T_0 t_1 R_0^2, \quad v_2 = u_1^2 - (R_0 t_1^2), \quad a_0 = \frac{2v_2 T_0}{t_1} - 2v_1,$$

$$a_1 = \frac{R_0 t_1}{2v_2}, \quad d_1 = \frac{R_0}{v_1} \left(T_0 + \frac{t_1 v_0}{2v_1} \right), \quad d_2 = \frac{t_1 R_0}{6v_1^2}.$$

Как видно из (5), в решении (2) абсцисса x выражается через ординату z . Обратная зависимость в явном виде невозможна, поэтому отыскиваем ее численными методами.

Применим теперь данный метод для определения теоретических углов наклона при различных состояниях атмосферы.

Очевидно, что теоретический угол наклона можно получить по координатам точки пересечения световых кривых, соответствующих различным состояниям атмосферы.

С целью сравнения методов, приведенных в [2] и в данной работе, мы обрабатывали экспериментальный материал из [1]. При этом методика обработки и исходные данные приняты такими же, как и в [3], где проведена апробация метода [2]. Результаты вычислений приведены в таблице.

В этой таблице α_2 — вычисленные значения углов наклона, полученные по методике [2]; α_1 — соответствующие значения углов наклона, полученные по предлагаемой методике.

Анализируя данные работы, легко заметить, что результаты вычислений углов наклона, полученные по обоим методикам, практически совпадают. Учитывая при этом, что в обоих методах предполагается независимость показателя преломления непосредственно от абсцисс x , можно прийти к предварительному выводу, что световая кривая близка к параболе второго порядка.

Кроме того, легко видеть, что разница между истинными значениями углов наклона и их значениями имеет систематический характер. Это указывает на неполное несоответствие принятой модели атмосферы реальному ее состоянию.

С целью выявления зависимости между истинными ошибками, полученными указанными двумя методами, вычислены коэф-

**Становое—Кривцы
площадка № 1 — фонарь**

№№ пар состояния атмосферы	Предложенный метод α_1	Известный метод α_2	$\alpha_1 - \alpha_2$	$\alpha_{ист} - \alpha_1$	$\alpha_{ист} - \alpha_2$
I — II	— 936,37	— 931,8	— 4,6	0,3	$\alpha_{ист} = 936,1$ — 4,3
I — III	— 932,80	— 932,5	— 0,3	— 3,3	— 3,6
I — IV	— 928,38	— 931,4	— 3,0	— 7,7	— 4,7
I — V	— 925,54	— 925,6	0,1	— 10,6	— 10,5
II — III	— 932,61	— 932,5	— 0,1	— 3,5	— 3,6
II — IV	— 931,52	— 931,5	0	— 4,6	— 4,6
II — V	— 931,40	— 928,4	— 3,0	— 4,7	— 7,7
III — IV	— 932,48	— 932,6	0,1	— 3,6	— 3,5
III — V	— 932,50	— 932,8	0,3	— 3,6	— 3,3
IV — V	— 931,85	— 936,4	— 4,5	— 4,2	0,3
Становое — точка № 1в					$\alpha_{ист} = -2916,8$
I — II	— 2918,4	— 2918,5	0,1	1,6	1,7
I — III	— 2917,3	— 2917,3	0	0,5	0,5
I — IV	— 2918,0	— 2918,1	0,1	1,2	1,3
I — V	— 2917,6	— 2917,7	0,1	0,8	0,9
II — III	— 2917,3	— 2917,3	0	0,5	0,5
II — IV	— 2918,2	— 2918,2	0	1,4	1,4
II — V	— 2918,1	— 2918,0	— 0,1	1,3	1,2
III — IV	— 2917,4	— 2917,2	— 0,2	0,6	0,4
III — V	— 2917,3	— 2917,3	0	0,5	0,5
IV — V	— 2918,5	— 2918,4	— 0,1	1,7	1,6
Становое — точка № 1н					$\alpha_{ист} = -2651,3$
I — II	— 3652,7	— 3652,9	0,2	1,4	1,6
I — III	— 3652,9	— 3652,3	— 0,6	1,6	1,0
I — IV	— 3652,4	— 3652,4	0	1,1	1,1
I — V	— 3652,0	— 3652,0	0	0,7	0,7
II — III	— 3653,0	— 3652,3	— 0,7	1,7	1,0
II — IV	— 3652,5	— 3652,5	0	1,2	1,2
II — V	— 3652,4	— 3652,4	0	1,1	1,1
III — IV	— 3652,9	— 3652,3	— 0,6	1,6	1,0
III — V	— 3652,9	— 3652,3	— 0,6	1,6	1,0
IV — V	— 3652,9	— 3652,7	— 0,2	1,6	1,4
Становое — точка № 2в					$\alpha_{ист} = -2787,6$
I — II	— 2786,7	— 2787,6	— 0,1	2,8	3,7
I — III	— 2787,1	— 2887,1	0	3,2	3,2
I — IV	— 2786,3	— 2786,0	— 0,3	2,4	2,1
I — V	— 2785,1	— 2785,1	0	1,2	1,2
II — III	— 2787,2	— 2787,1	— 0,1	3,3	3,2
II — IV	— 2786,4	— 2786,4	0	2,5	2,5
II — V	— 2786,0	— 2786,2	0,2	2,1	2,3
III — IV	— 2787,1	— 2787,2	0,1	3,2	3,3
III — V	— 2787,1	— 2787,2	0,1	3,2	3,3
IV — V	— 2787,7	— 2786,7	— 1,0	3,8	2,8
Становое — точка № 2н					$\alpha_{ист} = -3194,2$
I — II	— 3199,4	— 3201,2	— 1,8	5,2	7,0
I — III	— 3200,0	— 3199,8	— 0,2	5,8	5,6
I — IV	— 3199,0	— 3198,4	— 0,6	4,8	4,2
I — V	— 3198,8	— 3197,1	— 1,6	4,6	2,9
II — III	— 3200,0	— 3199,9	— 0,1	4,8	5,7
II — IV	— 3199,2	— 3199,1	— 0,1	5,0	4,9
II — V	— 3199,1	— 3198,9	— 0,2	4,9	4,7
III — IV	— 3199,9	— 3200,0	0,1	5,7	4,8

1	2	3	4	5	6
III — V	-3200,0	-3200,0	0	4,8	4,8
IV — V	-3199,3	-3199,4	0,1	5,1	5,2
Становое — точка № 3в					$\alpha_{\text{ист}} = -2128,1$
I — II	-2131,5	-2131,3	-0,2	3,4	3,2
I — III	-2130,6	-2130,5	-0,1	2,5	2,4
I — IV	-2129,2	-2129,6	0,4	1,1	1,5
I — V	-2127,4	-2127,4	0	-0,7	-0,7
II — III	-2130,6	-2130,5	-0,1	2,5	2,4
II — IV	-2130,1	-2130,1	0	2,0	2,0
II — V	-2129,6	-2129,2	-0,4	1,5	1,1
III — IV	-2130,5	-2130,5	0	2,4	2,4
III — V	-2130,5	-2130,6	0,1	2,4	2,5
IV — V	-2130,5	-2131,5	1,1	2,3	3,4
Становое — точка № 3н					$\alpha_{\text{ист}} = -2402,2$
I — II	-2406,6	-2405,9	-0,7	4,4	3,7
I — III	-2406,0	-2405,9	-0,1	3,8	3,7
I — IV	-2404,4	-2405,2	0,8	2,2	3,0
I — V	-2404,2	-2403,2	0	1,0	1,0
II — III	-2406,0	-2405,9	-0,1	3,8	3,7
II — IV	-2405,4	-2405,4	0	3,2	3,2
II — V	-2405,2	-2404,4	-0,8	3,0	2,2
III — IV	-2405,9	-2406,0	0,1	3,7	3,8
III — V	-2405,9	-2406,1	0,2	3,7	3,9
IV — V	-2405,9	-2406,9	1,0	3,7	4,7
Становое — точка № 4в					$\alpha_{\text{ист}} = -1453,8$
I — II	-1454,3	-1451,8	-2,5	0,5	-2,0
I — III	-1453,0	-1452,8	-0,2	-0,8	-1,0
I — IV	-1450,0	-1451,6	1,6	-3,8	-2,2
I — V	-1442,7	-1448,6	5,9	-11,1	-5,2
II — III	-1453,0	-1452,8	-0,2	-0,8	-1,0
II — IV	-1451,7	-1451,7	0	-2,1	-2,1
II — V	-1451,7	-1450,0	-1,7	-2,1	-3,8
III — IV	-1452,8	-1452,9	0,1	-1,0	-0,9
III — V	-1452,8	-1453,0	0,2	-1,0	-0,8
IV — V	-1451,8	-1454,3	2,5	-2,0	0,5
Становое — точка № 4н					$\alpha_{\text{ист}} = -1658,7$
I — II	-1661,0	-1659,5	-1,5	2,3	0,8
I — III	-1659,7	-1659,6	-0,1	1,0	0,9
I — IV	-1657,5	-1658,6	1,1	-1,2	-0,1
I — V	-1655,9	-1655,9	0	-2,8	-2,8
II — III	-1659,7	-1659,6	-0,1	1,0	0,9
II — IV	-1658,9	-1658,9	0	0,2	0,2
II — V	-1658,7	-1657,5	-1,2	0	-1,2
III — IV	-1659,6	-1659,7	0,1	0,9	1,0
III — V	-1659,6	-1659,7	0,1	0,9	1,0
IV — V	-1659,5	-1660,9	1,4	0,8	2,2

коэффициенты корреляции для всех направлений, значения которых приведены ниже:

№ 1	0,59737
№ 1 В	0,98030
№ 1 Н	0,32504
№ 2 В	0,80359
№ 2 Н	0,44944
№ 3 В	0,93648

№ 3 Н	0,84762
№ 4 В	0,72822
№ 4 Н	0,80577

Как видим, все коэффициенты корреляции значимы, кроме направления на первую нижнюю точку. Это можно объяснить тем, что количество измерений, на основании которых получены коэффициенты корреляции, невелико. Это еще раз подтверждает тот факт, что, во-первых, принятая модель атмосферы не полностью соответствует реальной и, во-вторых, рассматриваемые методы приводят к идентичным результатам.

1. Изотов А. А., Пеллинен Л. П. Тр.ЦНИИГАиК. 1955. Вып. 102. 2. Хижак Л. С. О возможности фиксации направлений по результатам измерений метеорологических элементов и зенитных расстояний // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1987. Вып. 45. С. 98—104. 3. Хижак Л. С., Григорчук Р. А., Кравцов Н. И. Вычисление поправок за рефракцию по результатам геодезических и метеорологических измерений // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1987. Вып. 46. С. 97—100.

Статья поступила в редколлегию 25.12.89