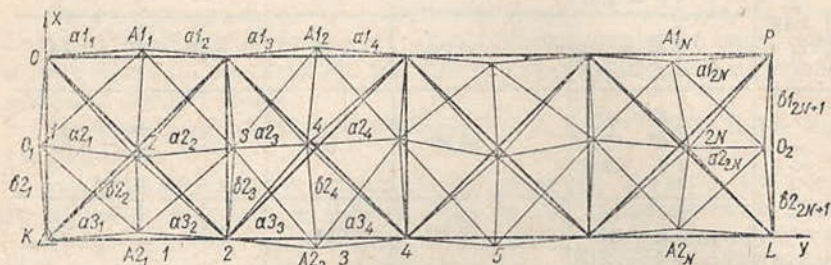


Я. М. КОСТЕЦКАЯ

ДВОЙНЫЕ РЯДЫ ТРИЛАТЕРАЦИИ ИЗ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КВАДРАТОВ

Повышать точность трилатерационных построений можно лишь путем увеличения числа измеренных в них элементов, т. е. нужно измерить в них некоторые угловые элементы или же произвести дополнительные линейные измерения. Вторым путем удобен, так как не требует применения дополнительного угломерного прибора.



Сеть трилатерации, двойные ряды которых состоят из геодезических квадратов.

В [1] предложено дополнительно измерять некоторые замыкающие двух соседних сторон, а именно те, которые составят сеть из центральных систем или геодезических четырехугольников. Сеть из замыкающих получается как бы наложенной на обычную. В этой же работе приведены результаты исследований двух двойных сетей, состоящих из центральных систем, что подтвердило эффективность данного способа повышения точности сетей трилатерации.

Рассмотрим двойные ряды, состоящие из геодезических квадратов (см. рисунок). Основная сеть представляет собой двукратный ряд, в каждом ряду которого имеется $2N$ квадратов. А замыкающие составляют ряд из N квадратов.

Определим число условных уравнений в таком ряду. Как нетрудно увидеть из рисунка, основная сеть состоит из $18N+2$ стороны. А замыкающих в ней $5N+1$. Число возникающих в сети трилатерации условных уравнений равно числу всех измерений минус удвоенное число пунктов и плюс 3. Число всех пунктов в рассматриваемой нами сети равно $6N+3$. Таким образом, число возникающих в ней условных уравнений

$$R_{дв} = 23N + 3 - 2(6N + 3) + 3 = 11N.$$

Если замыкающие не измеряются, то число условных уравнений

$$R = 6N - 1.$$

В число возникающих в обычной сети условных уравнений входит $4N$ условных уравнений геодезических квадратов и $2N - 1$ условных уравнений четырехлучевых центральных систем.

Каждая замыкающая является избыточным измерением. Поэтому в двойном ряду, кроме названных выше уравнений, появится еще N условных уравнений геодезических квадратов из замыкающих и $4N + 1$ уравнений замыкающих, которые заключаются в требовании, чтобы сумма проекций двух сторон основной сети, например a_{3_1} и a_{3_2} , была равна длине замыкающей (A_{2_1} в обозначениях на рисунке).

Путем составления матриц коэффициентов условных уравнений в рядах с $N = 1, 2 \dots 10$ и перехода от них к матрицам нормальных уравнений найдены закономерности формирования последних, что позволило формировать на ЭВМ матрицу коэффициентов нормальных уравнений для рядов с любым N .

В рассматриваемых рядах оценивалась точность пунктов диагоналей KL и $0_1 0_2$ относительно пункта K , который считался исходным. Для некоторого упрощения вычислений принято, что ряд ориентирован вдоль оси ординат.

Весовые функции координат четных пунктов, т. е. с номерами $2k$, диагонали KL составлялись по ходовым линиям, состоящим только из замыкающих. Для получения весовой функции нечетного пункта $2k + 1$ этой диагонали необходимо к весовой функции пункта $2k$ прибавить поправку приращения соответствующей координаты вдоль стороны $a_{3_{(2k+1)}}$ обычной сети.

Весовая функция координаты нечетного пункта $2k - 1$ диагонали $0_1 0_2$, расположенной в середине ряда, равна сумме весовой функции пункта $2k$ диагонали KL и поправки приращения этой координаты по стороне $b_{2_{(2k-1)}}$.

Чтобы получить весовую функцию координаты пункта $2k$ диагонали $0_1 0_2$, необходимо к весовой функции этой координаты пункта $2k - 1$ прибавить поправку ее приращения вдоль стороны $a_{2_{(2k-1)}}$.

По найденным закономерностям образования элементов векторов «нормальных» весовых функций координат составлена программа для их формирования на ЭВМ. Путем вычислений на ЭВМ получены обратные веса координат пунктов диагоналей $0_1 0_2$ и KL двойных рядов с $N = 1, 2 \dots 10$.

Для того чтобы можно было судить об эффективности действия замыкающих на точность положения пунктов, аналогичные вычисления выполнены на ЭВМ для двойных рядов геодезических квадратов, т. е. лишь для обычных рядов. Для них также составлялись весовые функции координат пунктов диагоналей KL и $0_1 0_2$ по ходовым линиям, состоящим лишь из сторон обычной сети.

Средние квадратические ошибки координат пунктов
в обычном и двойном рядах из геодезических квадратов ($\mu=1$ см)

K	Диагональ KL, см			Диагональ 0,0 ₂ , см		
	обычная сеть	двойная сеть	изменения, %	обычная сеть	двойная сеть	изменения, %
1	2	3	4	5	6	7
$N=2$						
1	$\frac{1,4}{0,9}$	$\frac{1,2}{0,7}$	$\frac{14}{8}$	$\frac{0,9}{0}$	$\frac{0,7}{0}$	$\frac{22}{-}$
2	$\frac{2,5}{1,2}$	$\frac{1,2}{0,7}$	$\frac{56}{42}$	$\frac{1,9}{0,8}$	$\frac{1,7}{0,8}$	$\frac{11}{0}$
3	$\frac{3,8}{1,5}$	$\frac{1,9}{1,0}$	$\frac{50}{33}$	$\frac{2,9}{1,1}$	$\frac{1,3}{1,0}$	$\frac{55}{9}$
4	$\frac{5,2}{1,7}$	$\frac{2,1}{1,0}$	$\frac{60}{41}$	$\frac{4,1}{1,2}$	$\frac{2,0}{1,2}$	$\frac{51}{0}$
5				$\frac{5,5}{1,3}$	$\frac{2,4}{1,2}$	$\frac{56}{8}$
$N=4$						
1	$\frac{1,4}{0,9}$	$\frac{1,2}{0,7}$	$\frac{14}{8}$	$\frac{0,9}{0}$	$\frac{0,7}{0}$	$\frac{22}{-}$
2	$\frac{2,5}{1,2}$	$\frac{1,1}{0,7}$	$\frac{56}{42}$	$\frac{1,9}{0,8}$	$\frac{1,7}{0,8}$	$\frac{11}{0}$
3	$\frac{3,8}{1,5}$	$\frac{1,9}{1,0}$	$\frac{50}{33}$	$\frac{2,9}{1,1}$	$\frac{1,3}{1,0}$	$\frac{55}{9}$
4	$\frac{5,1}{1,7}$	$\frac{2,1}{1,0}$	$\frac{59}{41}$	$\frac{4,1}{1,2}$	$\frac{2,0}{1,2}$	$\frac{51}{0}$
5	$\frac{6,7}{1,9}$	$\frac{3,0}{1,3}$	$\frac{55}{32}$	$\frac{5,5}{1,3}$	$\frac{2,3}{1,2}$	$\frac{58}{8}$
6	$\frac{8,3}{2,1}$	$\frac{3,6}{1,3}$	$\frac{57}{38}$	$\frac{7,0}{1,4}$	$\frac{3,3}{1,4}$	$\frac{53}{0}$
7	$\frac{10,0}{2,2}$	$\frac{4,6}{1,5}$	$\frac{54}{32}$	$\frac{8,6}{1,4}$	$\frac{3,6}{1,2}$	$\frac{58}{14}$
8	$\frac{11,8}{2,4}$	$\frac{5,4}{1,5}$	$\frac{54}{37}$	$\frac{10,3}{1,5}$	$\frac{4,4}{1,5}$	$\frac{57}{0}$
9				$\frac{12,2}{1,7}$	$\frac{5,6}{1,3}$	$\frac{54}{24}$
$N=10$						
1	$\frac{1,4}{0,9}$	$\frac{1,2}{0,7}$	$\frac{14}{8}$	$\frac{0,9}{0}$	$\frac{0,7}{0}$	$\frac{22}{-}$
2	$\frac{2,5}{1,2}$	$\frac{1,1}{0,7}$	$\frac{56}{42}$	$\frac{1,9}{0,8}$	$\frac{1,7}{0,8}$	$\frac{11}{0}$
3	$\frac{3,8}{1,5}$	$\frac{1,9}{1,0}$	$\frac{50}{33}$	$\frac{2,9}{2,1}$	$\frac{1,3}{1,0}$	$\frac{55}{9}$
4	$\frac{5,1}{1,7}$	$\frac{2,1}{1,0}$	$\frac{59}{41}$	$\frac{4,1}{1,2}$	$\frac{2,0}{1,3}$	$\frac{51}{0}$
5	$\frac{6,7}{1,9}$	$\frac{3,0}{1,3}$	$\frac{55}{32}$	$\frac{5,5}{1,3}$	$\frac{2,3}{1,2}$	$\frac{58}{8}$

1	2	3	4	5	6	
6	<u>8,3</u> 2,1	<u>3,6</u> 1,3	<u>57</u> 38	<u>7,0</u> 1,4	<u>3,3</u> 1,4	<u>53</u> 0
7	<u>10,0</u> 2,2	<u>4,6</u> 1,5	<u>54</u> 32	<u>8,6</u> 1,4	<u>3,6</u> 1,2	<u>58</u> 14
8	<u>11,8</u> 2,2	<u>5,4</u> 1,5	<u>54</u> 32	<u>10,3</u> 1,5	<u>4,4</u> 1,5	<u>57</u> 0
9	<u>13,8</u> 2,5	<u>6,5</u> 1,6	<u>53</u> 36	<u>12,1</u> 1,6	<u>5,4</u> 1,3	<u>55</u> 19
10	<u>15,8</u> 2,7	<u>7,5</u> 1,7	<u>53</u> 37	<u>14,0</u> 1,7	<u>6,7</u> 1,7	<u>52</u> 0
11	<u>17,8</u> 2,8	<u>8,6</u> 1,8	<u>52</u> 36	<u>16,0</u> 1,8	<u>7,5</u> 1,4	<u>53</u> 22
12	<u>20,0</u> 2,9	<u>9,7</u> 1,8	<u>51</u> 38	<u>18,1</u> 1,8	<u>7,9</u> 1,8	<u>56</u> 0
13	<u>22,2</u> 3,0	<u>11,0</u> 1,9	<u>50</u> 37	<u>20,2</u> 1,9	<u>9,7</u> 1,5	<u>52</u> 21
14	<u>26,9</u> 3,1	<u>12,2</u> 2,0	<u>55</u> 35	<u>22,5</u> 2,0	<u>11,0</u> 1,8	<u>51</u> 10
15	<u>29,3</u> 3,2	<u>13,6</u> 2,1	<u>54</u> 34	<u>24,8</u> 2,0	<u>12,2</u> 1,6	<u>51</u> 20
16	<u>29,3</u> 3,4	<u>14,9</u> 2,1	<u>49</u> 38	<u>27,1</u> 2,1	<u>13,5</u> 1,9	<u>50</u> 10
17	<u>31,8</u> 3,5	<u>16,3</u> 2,2	<u>49</u> 37	<u>29,6</u> 2,1	<u>14,9</u> 1,6	<u>50</u> 24
18	<u>34,4</u> 3,6	<u>17,7</u> 2,2	<u>49</u> 39	<u>32,1</u> 2,2	<u>16,3</u> 1,9	<u>49</u> 14
19	<u>37,1</u> 3,7	<u>19,2</u> 2,3	<u>48</u> 38	<u>34,6</u> 2,3	<u>17,7</u> 1,7	<u>49</u> 26
20	<u>39,8</u> 3,8	<u>20,8</u> 2,3	<u>48</u> 39	<u>37,3</u> 2,3	<u>19,2</u> 2,0	<u>49</u> 13
21				<u>40,0</u> 2,4	<u>20,9</u> 1,8	<u>48</u> 25

По обратным весам вычислены средние квадратические ошибки координат пунктов обычного и двойного рядов при предположении, что стороны и замыкающие измеряются с одинаковой абсолютной ошибкой, равной 1 см. Такое предположение сделано исходя из того, что в топографических светодальномерах ошибка измерения практически не зависит от длины измеряемой линии [2]. Значение средней квадратической ошибки взято для дальномера ЕОК-2000.

Значения средних квадратических ошибок пунктов в рядах с $N=2, 4$ и 10 приведены в таблице. В ней показано, на сколько процентов уменьшились ошибки координат благодаря наличию замыкающих. Как видим, имеющиеся в рядах замыкающие на 50% и более понижают ошибки абсцисс, начиная со второго пункта диагонали KL и с третьего пункта диагонали 0_10_2 . Кроме

этого, они уменьшают примерно на 40% ошибки ординат пунктов диагонали KL , кроме первого. Их действие на ординаты пунктов диагонали O_1O_2 значительно слабее. Но ошибки ординат этих пунктов в обычном двухкратном ряду меньше, чем пунктов диагонали KL . В связи с этим в двойных рядах происходит выравнивание точности пунктов диагоналей KL и O_1O_2 , т. е. пунктов находящихся на краю ряда и в его середине.

Благодаря ориентированию рядов вдоль оси ординат ошибки абсцисс соответствуют поперечным сдвигам, а ординат — продольным. Поэтому можем сказать, что в двойных рядах поперечные сдвиги пунктов в два раза меньше, чем в обычных. Поскольку продольные сдвиги очень малы, то это значит, что точность положения пунктов в двойных рядах в два раза выше. Для достижения такого повышения точности необходимо увеличить объем полевых измерений на 30%.

Отметим, что по данным, имеющимся в таблице, можно получить значения ошибок в двойных рядах при измерении их сторон другими типами дальномеров с другой точностью. Для этого нужно значения, имеющиеся в таблице, умножить на среднюю ошибку измерения другими дальномерами.

1. Костецкая Я. М. О возможности повышения точности сетей трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1982. Вып. 35. С. 53—58. 2. Спиридонов А. И., Кулагин Ю. Н., Крюков Г. С. Справочник-каталог геодезических приборов. М., 1984.

Статья поступила в редколлегию 09.02.90