

УДК 528.33

А. В. АРХАНГЕЛЬСКИЙ, В. В. ЛОЗИНСКИЙ, К. Р. ТРЕТЯК

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОГРАММ НАБЛЮДЕНИЙ В ВЫСОКОТОЧНЫХ ТРИАНГУЛЯЦИОННЫХ СЕТЯХ ИНЖЕНЕРНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Виды триангуляционных сетей инженерного назначения обладают определенной спецификой. Охватываемые такими сетями площади составляют $0,1 \dots 20 \text{ км}^2$ при сравнительно высокой плотности пунктов обоснования. Схемы расположения пунктов могут иметь правильную геометрическую форму, соответствующую геометрии объектов (строительные сетки), или произвольную (гидротехническая триангуляция). Точность определения координат пунктов должна находиться в пределах $0,1 \dots 5,0 \text{ см}$. Особые точностные требования могут предъявляться к взаимному положению пунктов и азимутам направлений.

Методика построения типовых сетей предполагает использование схем измерений правильной геометрической конфигурации, в частности создание жесткого каркаса, состоящего из высокоточной триангуляции или трилатерации и ходов сгущения в виде полигонометрии. Возможно плановое обоснование на строительных объектах в виде сплошных сетей микротриангуляции или трилатерации. Однако такой способ в основном применяют при построении сетей на крупных гидроузлах. Этот способ наиболее эффективен применительно к типовым проектам, поскольку требуемая точность угловых и линейных измерений определяется по формулам априорной оценки точности для сетей правильной геометрической формы.

В сетях специальной микротриангуляции или трилатерации предлагается отказаться от типовых конструкций, а создавать их применительно к каждому объекту с учетом условий местности и используя измерения максимальной информативности. Для практической реализации предлагаемых программ наблюдений все отобранные наиболее информативные направления должны быть измерены с одинаковым весом.

Для сравнения предлагаемых сетей с типовыми необходим обоснованный выбор экономически целесообразной точности измерений. При известных допустимых точностных параметрах возможен целый спектр программ наблюдений (от использования максимального количества измерений при минимальной точности до минимального количества измерений с максимальной точностью).

Выбор оптимальной точности измерений и программ наблюдений сводится к решению задачи оптимизации точности и

программы измерений в сети с фиксированным положением пунктов и заданными допустимыми точностными характеристиками. Таким образом, необходимо минимизировать целевую функцию

$$\sum_{i=1}^n T_i = \min \quad (1)$$

при ограничениях

$$f_j [F(\mu^2 Q)] f_j^T \leq a_j, \quad (2)$$

где T_i — трудозатраты на наблюдения на i -м пункте; μ — ошибка единицы веса, приравниваемая к средней квадратической погрешности измерения; F — функционал, определяющий критерий оптимизации; Q — корреляционная матрица, определяющая состав измерений максимальной информативности соответствующего критерия оптимизации; f_j — весовые функции; a_j — допустимые точностные параметры.

В настоящей работе выявлены закономерности выбора оптимального числа приемов в зависимости от жесткости сети и допустимых точностных параметров.

Для вычисления целевой функции (1) необходимо получить зависимости, связывающие общие трудозатраты T на выполнение операций по производству наблюдений на пункте обоснования, и соответствующее каждому конкретному пункту число приемов m и направлений n . Указанные операции можно разделить на две группы. В первую входят те, которые выполняются при измерениях на любом пункте триангуляции независимо от числа приемов и направлений, например, установка теодолита на штативе или столике, поверки и юстировки прибора перед наблюдениями, определение элементов центрировки и редукции и т. п. Необходимо просуммировать время на выполнение этих и подобных операций и выделить их в константу a . Вторая группа включает операции, которые прямо зависят либо от числа направлений (например, отыскание направлений), либо от числа приемов и направлений (например, измерение горизонтальных направлений или зенитных расстояний). Наиболее общий и достаточно адекватный способ получения таких зависимостей — хронометраж операций, выполняемых наблюдательной бригадой при измерениях на пункте обоснования.

Поскольку нет возможности (и необходимости для модельных построений) проведения хронометражных работ, используем из [1] нормативы времени на выполнение операций по измерению направлений на пунктах триангуляции 3 класса, как наиболее близкие операциям по определению пунктов обоснования в инженерно-геодезических сетях. При этом из весьма подробного перечня операций исключены такие редко встречающиеся в инженерных сетях операции, как подъем и спуск прибора на высокие сигналы, подъем и спуск наблюдателя.

Таким образом, общее время (или трудозатраты) выполнения измерений на пункте обоснования в инженерно-геодезических сетях можно представить полиномом

$$T = a + bn + dnm + em, \quad (3)$$

где b — суммарный норматив времени на операции, число которых зависит от числа направлений; d — суммарный норматив времени на операции, число которых зависит как от числа направлений, так и от числа приемов; e — суммарный норматив времени на операции, число которых зависит только от числа приемов. Включение последнего члена в (3) связано с тем что в [1] нормативы времени на прием разделены по числу направлений.

Для рассмотренного примера коэффициенты полинома (3) с учетом соответствующих операций и константы a имеют следующие числовые значения (в минутах времени):

$$T = 268,65 + 6,7n + 12,14mn + 0,6m. \quad (4)$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся ранее разработанными методиками [3, 4] построения оптимальных программ наблюдений в плановых геодезических сетях, базирующихся на последовательном исключении малоинформативных измерений с соблюдением выполнения условий (2). Учитывая специфику триангуляционных работ, находим зависимость, определяющую информативность измеренного направления.

В [4] измерение, обладающее минимальной информативностью, определялось по зависимости

$$\frac{F(K_{m-1}) - F(K_m)}{C_m} = \min, \quad (5)$$

где K_m, K_{m-1} — ковариационная матрица до и после исключения очередного измерения; C_m — стоимость измерения. В качестве C_m воспользуемся значением относительных трудозатрат на производство отдельного измерения T/m , где T — трудозатраты на производство измерений на пункте; m — количество измеренных направлений на пункте. Теперь определим изменение относительных трудозатрат на пункте при исключении одного измерения. С учетом (3)

$$\frac{T}{m} - \frac{T}{m-1} = \frac{-a - bn}{m(m-1)}. \quad (6)$$

При условии $P_j = \text{const}$ числитель выражения (6) $-a - bn = \text{const}$. Отсюда следует: 1) с уменьшением количества измеряемых направлений на пункте относительные трудозатраты на одно измеряемое направление увеличиваются; 2) приращение относительных трудозатрат при исключении одного направления находится в обратнопропорциональной зависимости от количества измеряемых направлений. Эти два положения тождественны такому выводу: экономичнее наблюдать меньшее коли-

чество пунктов с большим количеством направлений. Этим и объясняется необходимость использования параметра относительных трудозатрат применительно к сетям триангуляции.

Для соответствия с (5) запишем

$$\frac{T}{m-1} - \frac{T}{m} = \Delta T, \quad (7)$$

и выражение (5) представим в виде

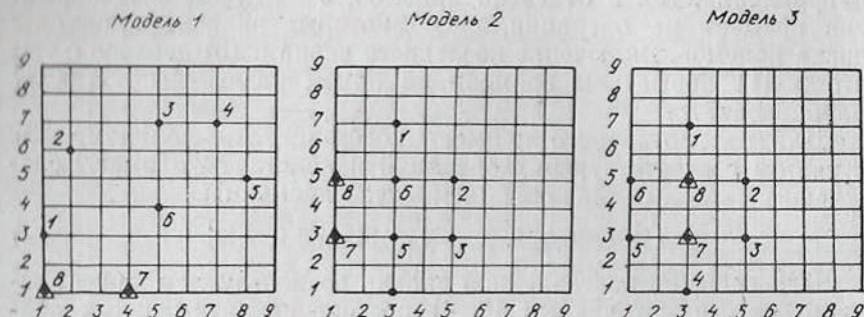


Рис. 1. Модели сетей триангуляции.

$$\frac{F(K_m) - F(K_{m-1})}{\Delta T} = \min. \quad (8)$$

В качестве экспериментальных сетей нами выбраны три модели, показанные на рис. 1. Все они отличаются степенью жесткости, характеризующейся величиной $I = \lambda_1 / \lambda_n$, где λ_1 , λ_n — максимальное и минимальное собственные числа ковариационной матрицы, составленной с учетом всех возможных измерений. Величины I для моделей составляют соответственно $I_1 = 230,6$, $I_2 = 118,1$, $I_3 = 24,6$. Для моделирования число приемов изменялось в пределах от 3 до 12, в отдельных случаях до 24. Так как в работе предполагается выявление лишь общих закономерностей изменения трудозатрат от точности измерений их соответствующей оптимальной программы, то, по нашему мнению, достаточно изменять число приемов с интервалом равным 3. В этом случае число приемов будет всегда соответствовать числу приемов, требуемых при построении одного из классов государственной геодезической сети.

Для определения погрешности измерения направления в зависимости от числа приемов в инженерных сетях триангуляции воспользуемся зависимостями, приведенными в [2]. Погрешность собственно измерения угла

$$m_4 = \sqrt{\frac{1}{n} (m_B^2 + m_0^2)}, \quad (9)$$

где n — число круговых приемов; $m_B = 30''/v$; v — увеличение зрительной трубы теодолита; m_0 — погрешность отсчета (для

высокоточных теодолитов $m_0=1''$). Погрешность $m_i \leq 0,63 m_B$, где m_B — суммарная погрешность измерения угла с учетом всех источников. Тогда примем $m_B = m_i/0,64$. Зависимость погрешности m_B от n представлена ниже:

n	3	6	9	12	15	18	21	24
m_B	1,30	0,92	0,75	0,65	0,58	0,53	0,49	0,46

Значения трудозатрат на производство оптимальных программ наблюдений для трех моделей при различных $m_{\text{доп}}$ и μ

$m_{\text{см}}$	$m_{\text{доп}}$ для моделей									
	1 ($m_{1,30}=2,45$)			2 ($m_{1,30}=1,32$)			3 ($m_{1,30}=0,92$)			
	2,50	2,80	3,0	1,35	1,40	1,50	0,95	1,00	1,10	1,50
1,30	3939*	3531	3166	4091	3660	3123	3919	3123	2864	2605
0,92	3922	3494	3096	3335	3335	2987	3842	3801	3811	2748
0,75	3899	3399	3167	3283	3283	3283	4363	4016	3816	2935
0,65	4129	3672	3562	3825	3825	3451	5196	4739	3824	3520
0,58	4293	4205	4024	3827	3827	3835	5410	5280	4470	4104
0,46	5887	5887	5887	5589	5589	4724	5858	5858	5858	5858

Примечание. Значения трудозатрат выражены в минутах времени, затраченных бригадой на производство наблюдений.

Допустимую погрешность положения пункта выбирали с учетом $m_{\text{доп}} > m_{1,30}$, где $m_{1,30}$ — погрешность положения самого слабого пункта в сети при измерении всех возможных направлений с погрешностью $m_B = 1,30''$.

Отбор измерений максимальной информативности выполняли по наиболее универсальному критерию оптимизации A , соответствующему $S_p(K) = \min$.

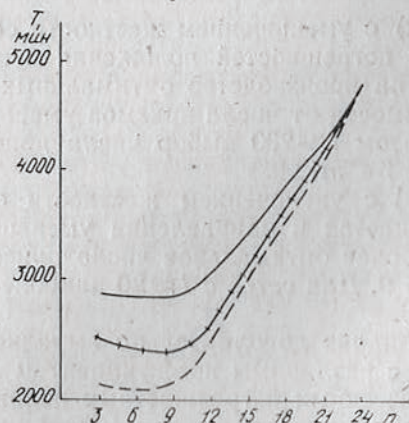


Рис. 2. График зависимости трудозатрат от числа приемов для модели 1:

— изменение трудозатрат при $m_{\text{доп}}=2,50$; \bullet $-\cdot-\cdot-$ изменение трудозатрат при $m_{\text{доп}}=2,80$; $-\cdot-\cdot-$ изменение трудозатрат при $m_{\text{доп}}=3,0$.

В таблице представлены результаты вычислений трудозатрат на производство оптимальных программ наблюдений в трех модельных сетях при различных погрешностях измерений и допустимых точностных параметрах.

На рис. 2—4 графически представлены зависимости изменения C от μ . Из анализа графиков следует:

1) в инженерных сетях экономически целесообразно изме-

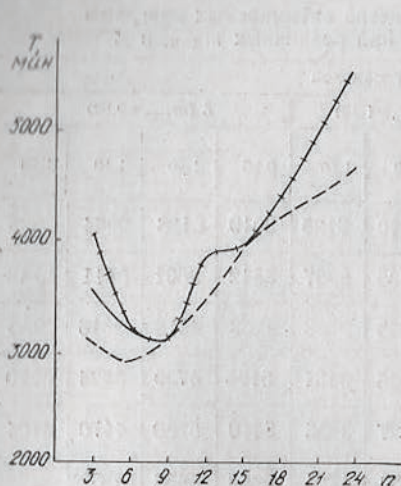


Рис. 3. График зависимости трудозатрат от числа приемов для модели 2:

— · — · — · — изменение трудозатрат при $m_{доп} = 1,35$; — изменение трудозатрат при $m_{доп} = 1,40$; - - - - изменение трудозатрат при $m_{доп} = 1,50$.

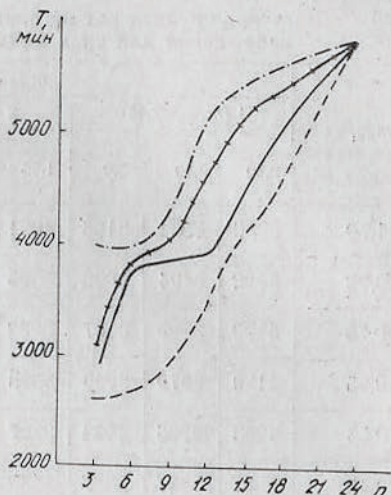


Рис. 4. График зависимости трудозатрат от числа приемов для модели 3:

— · — · — · — изменение трудозатрат при $m_{доп} = 0,95$; — изменение трудозатрат при $m_{доп} = 1,00$; - - - - изменение трудозатрат при $m_{доп} = 1,10$; - - - - изменение трудозатрат при $m_{доп} = 1,50$.

рять направления числом круговых приемов, не превышающих 12;

2) с уменьшением жесткости сети и с увеличением допустимых погрешностей положения пунктов разности в трудозатратах на производство оптимальных программ наблюдений в зависимости от числа приемов уменьшаются. Для сетей с коэффициентом $I > 200$ выбор числа приемов несущественен в диапазоне $3 < m < 9$.

3) с увеличением жесткости сети оптимум функции $C(\mu)$ смещается в направлении уменьшения μ . Для сетей с $I \approx 100$ наиболее оптимальное число приемов находится в пределах от 6 до 9. Для сетей с $I \approx 20$ наиболее эффективное число приемов $n = 3$.

Анализ дополнительно выполненных исследований на моделях с различным коэффициентом I и допустимыми среднеквадратическими погрешностями положения пунктов позволяет сделать рекомендации по выбору числа повторных приемов для

измерения направлений на пунктах сетей инженерной триангуляции:

$I = \lambda_1 / \lambda_n$	Оптимальное число приемов
$I > 150$	$3 < n < 9$
$150 > I > 80$	$6 < n < 9$
$80 > I > 30$	$n < 6$
$I < 30$	$n = 3$

Выбор оптимального числа приемов практически не зависит от величины $m_{зад}$.

1. Брыкин П. А. Нормирование геодезических и топографических работ // Тр. ЦНИИГАиК. 1964. Вып. 162. С. 280. 2. Видуев Н. Г. Справочник по инженерной геодезии. К., 1978. 3. Третьяк К. Р. Оптимальное проектирование схем измерений в сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1985. Вып. 42. С. 79—85. 4. Третьяк К. Р. Оптимальное проектирование измерений в линейно-угловых сетях инженерного назначения // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1986. Вып. 43. С. 99—103.