

В. А. КОВАЛЕНКО

## К УСТАНОВЛЕНИЮ ИСХОДНЫХ ДИРЕКЦИОННЫХ УГЛОВ В ПОЛИГОНОМЕТРИИ 3—4 КЛАССОВ

При прокладке полигонометрических ходов 3 и 4 классов возможно отсутствие видимости на опорных пунктах по направлениям, дирекционные углы которых можно принять в качестве исходных. Возникает задача установления с точностью  $1 \dots 2''$  исходных дирекционных углов, необходимых, с одной стороны, для контроля и уравнивания угловых измерений и, с другой — для передачи координат с опорных пунктов на пункты полигонометрии. Решить ее стараются с минимальной затратой труда и средств, пользуясь геодезическим или астрономическим способами. Геодезический способ требует или построения наружных знаков, открывающих видимость на смежные пункты опорной сети, или дополнительных угловых измерений для передачи дирекционных углов на конечные стороны полигонометрического хода. Астрономический сводится к определению астрономического или геодезического азимутов из наблюдений небесных светил.

Обратим внимание на один частный случай геодезического способа установления исходного дирекционного угла. Пусть одиночный полигонометрический ход опирается на два пункта полигонометрии или триангуляции высших классов и имеется возможность предварительно уравнять его угловые измерения. В этом случае, следуя П. А. Гайдаеву [1], применим двухэтап-

ное уравнивание, удовлетворив на первом этапе угловые условия. Второй этап уравнительных вычислений заключается в определении через координаты опорных пунктов исходного дирекционного угла с последующим уравниванием координат пунктов полигонометрии. Эту вторую часть работы выполняем методом последовательных приближений в таком порядке.

1. Устанавливаем приближенное значение  $\alpha_0$  дирекционного угла одной из конечных сторон хода.

2. Вычисляем дирекционные углы сторон полигонометрии, приращения координат  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  и координатные невязки  $W_x$ ,  $W_y$  уравниваемого хода.

3. Полагая, что невязки координат являются следствием отклонения  $\Delta\alpha$  приближенного дирекционного угла от его точного значения и следствием систематических погрешностей  $\sigma_i = \nu s_i$  измерения сторон  $s_i$  ( $\nu$  — коэффициент систематического влияния), находим с помощью дифференциальной формулы

$$\Delta\alpha = \frac{W_y [\Delta x] - W_x [\Delta y]}{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2} \quad (1)$$

4. Исправляем на величину  $\Delta\alpha$  с обратным знаком все дирекционные углы хода и повторно вычисляем  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$ ,  $W_x$ ,  $W_y$  и  $\Delta\alpha$ . Если во втором приближении значение  $\Delta\alpha$  окажется пренебрежимо малым, завершаем уравнительные расчеты: распределяем невязки  $W_x$  и  $W_y$  с обратным знаком в приращения координат пропорционально длинам сторон и вычисляем координаты определяемых пунктов при упрощенном способе уравнивания или же применяем строгое уравнивание полигонометрического хода.

В противном случае находим третье приближение  $\Delta\alpha$ . Вычисления на модели показали, что если начальное значение исходного дирекционного угла принято с погрешностью менее  $60''$ , то третье приближение не потребуется. Это решение строже, чем в работе [3].

Астрономические наблюдения на опорных пунктах полигонометрии дают возможность получить дирекционные углы исходных направлений из выражения  $\alpha = a_r - \gamma - \delta$ , где  $a_r$  — геодезический азимут исходного направления;  $\gamma$  — Гауссово сближение меридианов;  $\delta$  — поправка за кривизну изображения геодезической линии на плоскости.

Исходные данные обычно представляются так: имеются плоские прямоугольные координаты  $X$ ,  $Y$  опорных пунктов и их геодезические долгота  $L$  и широта  $B$ . Астрономических координат  $\lambda$  и  $\varphi$  нет. Для вычисления  $\gamma$  и  $\delta$  применяются общеизвестные формулы. Определение же геодезического азимута  $a_r$  при наличии только геодезических координат астрономического пункта требует некоторых пояснений.

Прежде всего заметим, что геодезический азимут земного предмета из астрономических наблюдений можно получить двумя способами. Первый заключается в определении из наблюде-

ний по  $\lambda$  и  $\varphi$  астрономического азимута  $a$  с последующим введением в него поправки Лапласа:

$$a_r = a - 15(\lambda - L) \sin \varphi. \quad (2)$$

Второй основан на построении такой программы наблюдений светила, обработка которой с  $L$  и  $B$  приводила бы непосредственно к значению  $a_r$ . Можно записать  $a = A + Q$ ,  $a_r = A_r + Q_r$ . Здесь  $A = f(\lambda, \varphi)$  — азимут светила, отнесенный на вспомогательной небесной сфере к астрономическому зениту (вычисляется по астрономическим координатам  $\lambda$  и  $\varphi$ );  $A_r = f(L, B)$  — азимут светила, отнесенный к геодезическому зениту (вычисляется по геодезическим координатам  $L$  и  $B$ );  $Q$  — угол при астрономическом зените между вертикалами светила и земного предмета (измеряется с помощью угломерного инструмента);  $Q_r$  — угол при геодезическом зените между кругами, проходящими через светило и земной предмет. Последний можно вычислить по формуле

$$Q_r = Q - (\eta \cos A_r - \xi \sin A_r) \operatorname{ctg} z,$$

где  $\eta = 15(\lambda - L) \cos \varphi$ ;  $\xi = \varphi - B$  — составляющие астрономогеодезического уклонения отвесной линии;  $z$  — зенитное расстояние светила.

Если в распоряжении наблюдателя имеются только геодезические координаты  $L$  и  $B$ , то геодезический азимут направления на земной предмет из наблюдений одиночного светила можно получить только из выражения  $a_r = A_r + Q - (\eta \cos A_r - \xi \sin A_r) \times \operatorname{ctg} z$ . В средних и южных широтах наиболее эффективны с точки зрения точности определений и затрат труда наблюдения Полярной звезды. В этих широтах для Полярной звезды можно положить  $\operatorname{ctg} z = \operatorname{tg} \varphi$ ,  $\cos A_r = 1$ ;  $\sin A_r = 0$ . Тогда

$$a_r = A_r + Q - 15(\lambda - L) \sin \varphi. \quad (3)$$

Сравнивая (3) с (2), приходим к выводу, что в большинстве случаев вычисление азимута Полярной звезды по геодезическим координатам дает тот же результат, что и вычисление по координатам астрономическим. Для получения геодезического азимута  $a_r$  направления на земной предмет необходимо знать составляющую  $\eta$  уклонения отвеса в первом вертикале или астрономическую долготу пункта.

Если составляющие уклонения отвесной линии неизвестны, то геодезический азимут направления на земной предмет можно найти непосредственно из наблюдений звезд, выбирая их в плоскости одного вертикала или рядом с ним и располагая равным числом по обе стороны от зенита на примерно одинаковом удалении от него [2, 4]. Исходными величинами для вычисления азимута служат геодезические координаты  $L$  и  $B$ .

Непосредственно из наблюдений звезд можно получить и дирекционный угол направления на земной предмет. Методика такого определения изложена в [4]. Для обработки наблюдений не требуются точные значения астрономических или геоде-

зических координат астропункта. Достаточно вычислить условный азимут с условными (приближенными) значениями широты и долготы.

В отличие от определений по Полярной звезде для непосредственного нахождения и геодезического азимута, и дирекционного угла нужна повышенная точность регистрации моментов наблюдения звезд и предварительное определение азимутальной лично-инструментальной разности (АЛИР). Затраты времени и средств на выполнение программы таких наблюдений возрастают настолько, что вряд ли можно рекомендовать их для установления исходных дирекционных углов в полигонометрии 3—4 классов.

Исключение может составлять случай, когда дирекционные углы определяются на обоих концах полигонометрического хода. Оно вытекает из следующих соображений. Поправку в дирекционный угол за АЛИР находят из выражения

$$\delta A = 15 (\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{ctg} z \cos A) \delta T.$$

При наблюдениях светил в плоскости одного вертикала с наблюдением симметрии относительно зенита

$$\delta A = 15 \sin \varphi \delta T,$$

где  $\delta T$  — постоянная лично-инструментальная погрешность регистрации времени.

Разность широт опорных пунктов полигонометрии мала. Если АЛИР не определять и не вычислять обусловленные ею поправки, то оба исходных дирекционных угла получают одну и ту же систематическую погрешность  $\Delta a$ . Она не повлияет на угловую невязку хода. Поэтому, уравнивая угловые измерения, можно найти по формуле (1)  $\Delta a$  и выполнить второй этап уравнильных вычислений. При таком подходе к делу значительно сокращается время на организацию астрономических работ.

1. *Гайдаев П. А.* Математическая обработка геодезических сетей. М., 1977.
2. *Коваленко В. А.* К определению геодезического азимута по наблюдениям двух звезд, расположенных в одной вертикальной плоскости симметрично относительно зенита // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1965. Вып. 3. С. 45—47.
3. *Садовский И. И.* Об одном из способов вычисления полигонометрического хода, проложенного без измерения примычных углов // Геодезия и картография. 1974. № 1. С. 15—20.
4. *Уралов С. С.* Курс геодезической астрономии. М., 1980.