

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПОГЛИНАННЯ СОНЯЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ДІЛЯНКАМИ РЕАЛЬНОЇ МІСЦЕВОСТІ

© Левченко О., Шинкаренко Г., 2003

*В статье рассматриваются проблемы связанные с количеством солнечной, полученной конкретным участком земной поверхности. Решение этой проблемы невозможно без использования развитой картографической системы, в качестве которой предложено использовать ArcView с расширением Spatial Analyst. Ключевую роль в задаче занимает математическая модель рельефа. Авторами предложен метод оценки количественного распределения солнечной энергии для любого дня года и схема его получения для любого промежутка времени. Представлен также способ квантификации солнечной энергии, полученной конкретным участком земной поверхности на протяжении определенного времени. Демонстрируются примеры использования предложенного метода на территорию Львовской области.*

*In paper the problems associated with evaluation of quantity of a solar energy, obtained by field of real terrain are considered. The solution of this problem is impossible without use of a developed cartographical system, as which it is offered to use ArcView with the extension Spatial Analyst. The key role in the task is played mathematical model of a relief by way of grid-surfaces permitting to receive necessary space performances in any point of terrain. The authors offer a method of an evaluation of quantity's allocation of a solar energy for any day of year and scheme of his obtainment for any time interval, outgoing from allocation of an energy for two days of each decade. The mode of quantifying of a solar energy obtained by the specified field of real terrain during the specified period is also exhibited. The example of usage of an offered method on territory of the Lviv region is demonstrated.*

### Вступ

Важливу роль для розв'язання багатьох задач, пов'язаних із моніторингом довкілля, відіграє така величина, як кількість сонячної енергії, яку отримує протягом певного часу конкретна ділянка земної поверхні. Теоретично її визначення не складає особливих труднощів [1,2], однак на практиці для цього потрібно знати величини, які пов'язані з реальним рельєфом місцевості і не можуть бути описані аналітично. Тому тут не обійтись без використання картографічної системи, здатної надати потрібну інформацію.

Найбільшими можливостями у цьому плані володіє програма для розробки геоінформаційних систем ArcView з розширенням (додатком) Spatial Analyst. Моделлю рельєфу тут виступає так звана grid-поверхня, яка являє собою набір квадратних комірок визначеної користувачем величини. Такий набір покриває прямокутну область зі сторонами, паралельними осям координат, причому кожній комірці ставиться у відповідність або значення висоти, або дескриптор No Data (без значення), якщо комірка не належить розглядуваній області. У вигляді grid-поверхонь можна зобразити також інші характеристики місцевості, як просторові (крутизну, експозицію, профіль тощо), так і спеціалізовані будь-якого призначення (освітленість території, ділянки водозборів, плями забруднень та інше), у тому числі й потрібну нам величину сонячної радіації.

Загалом наше завдання можна розбити на кілька частин:

1. Отримання аналітичних формул для визначення кількості сонячної енергії, яку отримує одинична площинка протягом дня;
2. Створення grid-поверхні розподілу денної порції сонячної енергії на реальній місцевості;
3. Визначення розподілу сонячної енергії протягом довшого терміну (декади, місяця);
4. Обчислення кількості сонячної енергії, яку отримує конкретна ділянка місцевості протягом потрібного терміну.

Перші два етапи роботи були розглянуті у праці [3,4]. Нагадаємо коротко суть проведених досліджень.

### Обчислення grid-поверхні розподілу денної порції сонячної енергії

Як відомо [2], освітленість, тобто світлова потужність, яка попадає на одиничну площинку, обернено пропорційна квадрату віддалі до джерела і пропорційна косинусу кута  $\beta$  між напрямом на джерело і нормаллю до площини. Якщо вважати земну орбіту колом (оскільки її ексцентриситет невеликий), то освітленість можна виразити формулою:

$$Q = s_{\odot} \cos \beta, \quad (1)$$

де  $s_{\odot}$  – сонячна стала – енергія сонячного випромінювання за секунду на квадратний метр земної поверхні, зверненої до Сонця;  $s_{\odot} = 1.36 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$ .

Таким чином, маємо лише одну невідому величину, однак задача її відшукування для кожної площинки є достатньо складною, а для ділянок реальної місцевості зробити це практично неможливо без використання спеціальних засобів, притаманних розвинутим картографічним системам, зокрема ArcView з розширенням Spatial Analyst.

Ключову роль у цьому, як і в чисельних дослідженнях багатьох інших процесів, відіграє математична модель рельєфу. У нашому випадку, коли досліджуємо територію Львівщини, – це grid-поверхня розмірами 4 449 рядків і 4 186 стовпців або 18 623 514 комірок, з яких 8 732 738 складають власне територію області, а решта мають значення No Data і участі в обчисленнях не беруть (рис. 1). Розмір комірок – 50 метрів. Базуючись на такій моделі рельєфу, за допомогою спеціального методу **Hillshade** можна отримати grid-поверхню  $\{H_g\}$ , яка фактично являє собою дискретний (для кожної комірки) розподіл величини  $\cos \beta$ , помноженої на коефіцієнт 255.



Рис. 1. Grid-тема рельєфу Львівщини.

Тепер, щоб визначити енергію сонячного випромінювання, яку розглядувана одинична площинка отримує протягом дня, потрібно проінтегрувати освітленість за часовою змінною від моменту сходу  $t_C$  до моменту заходу  $t_3$  Сонця. Звівши відповідною заміною змінних інтегрування по проміжку  $[t_C, t_3]$  до інтегрування по проміжку  $[-1, 1]$  і застосувавши квадратурну формулу Гауса порядку  $n$ , в результаті одержимо grid-поверхню зі значеннями комірок

$$E_g(\tau) = C(\tau) \sum_{k=1}^n a_k H_g(t(\theta_k)), \quad (2)$$

$$C(\tau) = 1800 \frac{t_3(\tau) - t_C(\tau)}{255} s_{\Theta}. \quad (3)$$

Тут:

$a_k$  і  $\theta_k$  – вагові коефіцієнти та вузли квадратури,  $(49,7^\circ; 24^\circ) = (0,867, 0,419$

$t = \frac{t_3 - t_C}{2} \theta + \frac{t_3 + t_C}{2}$  – час (в годинах) від сходу до заходу Сонця,  $-1 < \theta < 1$ ,

$s_{\Theta} = 1.36 \cdot 10^3$  – сонячна стала,  $t_{C,3} = \frac{1}{\omega_0} (\psi_{C,3} - \lambda)$  – моменти сходу та заходу Сонця,

$\lambda = 49,7^\circ = 0,867$  – середня для Львівщини географічна довгота,  $\omega_0 = 2\pi / P_0$  – кутова швидкість обертання Землі навколо осі,  $P_0 = 24$  год – доба,

$\psi_C = \arccos \frac{\cos \gamma \sin \varphi}{\sin \gamma \cos \varphi}$ ,  $\psi_3 = 2\pi - \psi_C$  – кути, на які повернута Земля відповідно в моменти сходу та

заходу відносно положення, яке вона займала опівночі,  $\varphi = 24^\circ = 0,419$  – середня для Львівщини географічна широта,

$\gamma = \arccos(-\sin \varepsilon \cos \frac{2\pi\tau}{T_{\oplus}})$  – кут між віссю обертання Землі і напрямом на Сонце,  $\varepsilon = 23^\circ 27' = 0,409$  – кут

нахилу екліптики,  $T_{\oplus} = 365$  днів – тропічний рік,  $\tau$  – час (у добах), який пройшла Земля по орбіті від моменту зимового сонцестояння.

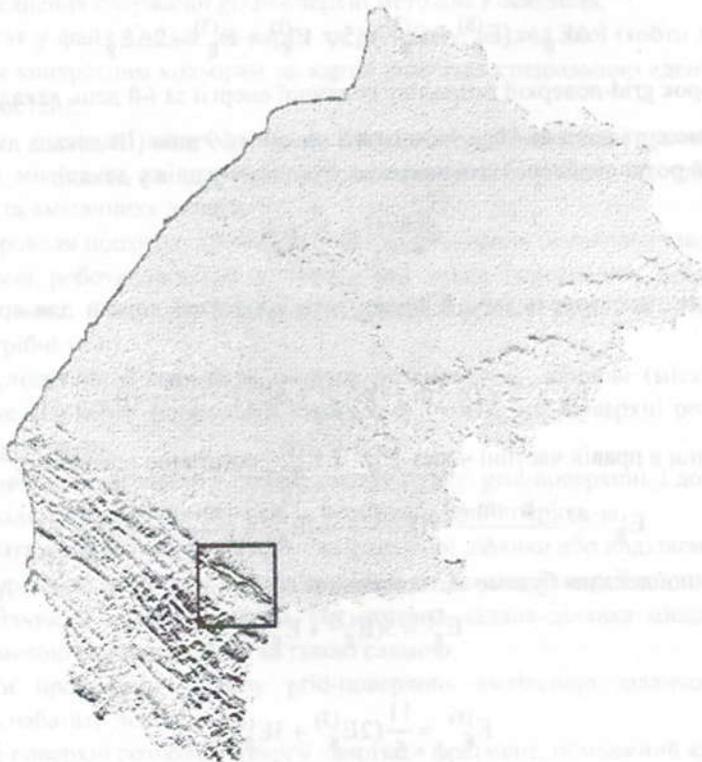


Рис.2. Grid-тема рельєфу Львівщини.

Крім цього, для обчислення значень комірок  $H_g(t(\theta))$  за допомогою методу **Hillshade** потрібні величини  $A$  і  $\delta$  – азимут Сонця та його висота над горизонтом, які обчислюються за формулами:

$$A = \arccos \frac{S_N}{\sqrt{S_N^2 + S_E^2}}, \quad \delta = \pi/2 - \arccos(\cos \gamma \sin \psi - \sin \gamma \cos \psi), \quad (4)$$

$$S_N = \sin \gamma \sin \psi \cos \psi + \cos \gamma \cos \psi, \quad S_E = \sin \gamma \sin \psi, \quad \psi = \omega_0 t + \lambda. \quad (5)$$

Grid-поверхня розподілу денної величини сонячної енергії на території Львівщини за 13 квітня показана на рис. 2, де світлішим ділянкам відповідає більша густина енергії, а темнішим – менша. Чорною рамкою виділено район, на конкретній ділянці якого буде проведено чисельне дослідження нашої задачі.

### Визначення розподілу сонячної енергії за довільний термін

Для практичних задач інтерес становить не розподіл сонячної енергії за конкретний день на всій території регіону, а кількість енергії, яку отримує певна ділянка місцевості протягом деякого часу. Звичайно, можна порахувати розподіл енергії за кожен день потрібного терміну, просумувати одержані значення і тоді братися за визначення кількості енергії для конкретної ділянки. Однак сама задача формування grid-поверхні денного розподілу сонячної енергії вимагає досить багато обчислювальних ресурсів (1-1,5 години часу на комп'ютері класу Pentium-III з тактовою частотою 450 МГц), і якщо досліджуваний термін достатньо великий, розв'язання нашої проблеми «в лоб» практично неможливе. Тому розглянемо іншу схему досліджень.

Оскільки всі параметри, пов'язані із уявним рухом Сонця від моменту сходу до моменту заходу, змінюються день від дня гладко і повільно, можемо припустити, що, скажімо, протягом кожної декади ці зміни мають лінійний характер. Тому для будь-якої декади будь-якого місяця достатньо двічі порахувати розподіл сонячної енергії – за третій та восьмий день, а для решти днів визначати його, виходячи із названої лінійної залежності:

$$E_g^{(i)} = E_g^{(1)} + (i-1)\Delta E_g, \quad (6)$$

$$\Delta E_g = (E_g^{(8)} - E_g^{(3)})/5, \quad E_g^{(1)} = E_g^{(3)} - 2\Delta E_g. \quad (7)$$

Тут  $E_g^{(i)}$  – значення комірок grid-поверхні розподілу сонячної енергії за  $i$ -й день декади, причому слід мати на увазі, що деякі «декади» можуть мати не 10, а 11, а то й 8 чи навіть 9 днів (III декада лютого).

Тепер легко знайти й розподіл енергії для довільного діапазону днів у декаді:

$$E_g^{(m-n)} = \sum_{i=m}^n E_g^{(i)}. \quad (8)$$

Шляхом нескладних перетворень (або й просто взявши готові вирази для арифметичних прогресій) приходимо до формули:

$$E_g^{(m-n)} = (n-m+1)(E_g^{(1)} + \Delta E_g (\frac{m+n}{2} - 1)), \quad (9)$$

звідки, виразивши величини в правій частині через  $E_g^{(3)}$  і  $E_g^{(8)}$ , остаточно одержимо:

$$E_g^{(m-n)} = \frac{n-m+1}{5} ((8 - \frac{m+n}{2})E_g^{(3)} + (\frac{m+n}{2} - 3)E_g^{(8)}). \quad (10)$$

Зокрема, для «10-денної декади» будемо мати очевидне

$$E_g^D = 5(E_g^{(3)} + E_g^{(8)}), \quad (11)$$

а для «11-денної» –

$$E_g^{D+} = \frac{11}{5} (2E_g^{(3)} + 3E_g^{(8)}). \quad (12)$$

Таким чином, для організації досліджень кількості сонячної енергії, отримуваної ділянками реальної місцевості протягом довільного терміну, необхідно підготувати комп'ютерну карту із заздалегідь визначеними темами, які містять інформацію про розподіл енергії за конкретні часові інтервали.

1. За формулою (2) обчислюємо grid-поверхні розподілу денної кількості сонячної енергії за 3, 8, 13, 18, 23 і 28 числа кожного місяця і оформлюємо їх у вигляді відповідних grid-тем.

2. Використовуючи формулу (10), створюємо grid-теми розподілу сонячної енергії за кожен декаду кожного місяця.

3. Формуємо grid-теми місячного розподілу сонячної енергії, сумуючи значення grid-тем за потрібні декади.

Тепер grid-поверхня, яка відображає розподіл сонячної енергії за будь-який проміжок часу, складатиметься зі значень grid-поверхонь за стандартні часові інтервали (місяці, декади) плюс значення за кілька днів неповної декади, grid-поверхні для яких можна отримати за допомогою формули (10). І тепер для того, щоб остаточно розв'язати нашу основну задачу, тобто знайти кількість сонячної енергії, яку отримує протягом певного часу конкретна ділянка земної поверхні, достатньо виділити комірки, які належать цій ділянці, просумувати їх значення і помножити на площу комірки (оскільки всі комірки мають однакові розміри).

#### Практичне визначення кількості сонячної енергії для довільних ділянок

Отже, ми маємо теоретичну схему дослідження кількості сонячної енергії на ділянках реальної місцевості. Покажемо тепер процес її практичної реалізації в рамках конкретного проекту ArcView.

1. Створюємо нову інтерактивну комп'ютерну карту – документ ArcView типу **View**. Додаємо до карти базову grid-тему рельєфу Львівщини.

2. Для кожного з 3 і 8 числа кожної декади кожного місяця, які входять у проміжок часу, що нас цікавить, формуємо grid-поверхні розподілу денної кількості сонячної енергії. Для цього використовуємо спеціальний програмний модуль (скрипт), написаний Avenue – мовою середовища розробки програмного комплексу ArcView, який виконує такі дії:

- з прийнятої як вхідні дані дати (дня та місяця) визначає день року, час сходу та заходу Сонця;
- для кожного вузла квадратурної формули Гаусса (фактично в конкретні моменти дня) шукає азимут і схилення Сонця, на базі grid-теми рельєфу обчислює grid-поверхню освітленості (за допомогою методу **HillShade**), результати сумує з відповідними коефіцієнтами, зводить до цілого типу і одержує grid-поверхню розподілу денної кількості сонячної енергії;
- проводить усереднення одержаної grid-поверхні методом **FocalStats**;
- записує результат у файл і додає до карти як grid-тему, вигляд якої (тобто відповідність конкретних значень комірок конкретним кольорам на карті) задається спеціальною «денною» легендою (набором таких відповідностей).

3. Використовуючи отримані вище формули, створюємо grid-поверхні розподілу сонячної енергії за кожну декаду кожного місяця та за кожен місяць і додаємо їх до карти як grid-теми, оформлюючи за допомогою «декадних» та «місячних» легенд.

Таким чином ми провели підготовчий етап і готові до виконання основного завдання. Однак відразу слід зауважити, що в процесі роботи загальна кількість тем може перевищити всякі розумні з точки зору подальших досліджень межі. Тому для кожного окремого випадку доцільно створювати окрему карту і додавати туди лише потрібні теми.

4. Розділяємо досліджуваний проміжок часу на «стандартні» складові (місяці, декади) та «неповні» декади, для яких за вже відомими формулами створюємо окремі grid-поверхні розподілу сонячної енергії. Додаємо їх до карти як grid-теми.

5. Сумуємо значення всіх названих у попередньому пункті grid-поверхонь і додаємо результат до карти як grid-тему розподілу кількості сонячної енергії за весь необхідний період.

6. Інструментом **Draw** наносимо на карту межі потрібної ділянки або виділяємо (інструментом **Pointer**) нанесений раніше контур. Виділяємо тему розподілу кількості сонячної енергії за потрібний період.

7. Обчислюємо кількість сонячної енергії, яку отримує задана ділянка місцевості протягом заданого проміжку часу, за допомогою скрипта, що діє за такою схемою:

- обмежує рамки проведення аналізу grid-поверхонь виділеною ділянкою (інакше всі процеси проходять набагато довше);
- з виділеної grid-поверхні розподілу енергії «вирізає» фрагмент, обмежений контуром ділянки;
- проводить аналіз одержаного фрагмента (кількість комірок, максимум, мінімум, середнє), сумує всі значення і множить їх на площу комірки;
- повертає попередні рамки проведення аналізу grid-поверхонь;
- видає результати на екран.

Як приклад проведення конкретних досліджень наведемо результати обчислення кількості сонячної енергії, яку отримує задана ділянка місцевості протягом першої половини квітня (рис. 3).

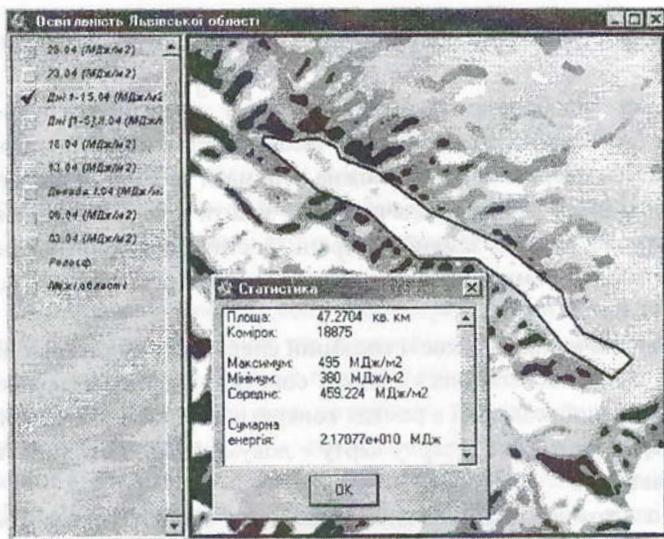


Рис.3. Дані про кількість сонячної енергії на досліджуваній ділянці.

### Висновки

Таким чином, використання ArcView з розширенням Spatial Analyst дає змогу проводити чисельні дослідження, пов'язані із знаходженням розподілу сонячної енергії на ділянках реальної місцевості. Ключову роль у цьому відіграє адекватна математична модель рельєфу з можливістю надання необхідних просторових характеристик у кожній точці досліджуваної області. Володіючи технікою одержання grid-поверхонь розподілу кількості сонячної енергії за будь-який день, можна розв'язувати задачі про визначення сумарної енергії, яку отримує вибрана ділянка місцевості протягом довільного проміжку часу.

### Література

1. Бакулин П.И., Кононович Э.В., Мороз В.И. Курс общей астрономии. – М.: Наука, 1977.
2. Бялко А.В. Наша планета – Земля. – М.: Наука, 1989.
3. Левченко О.М., Шинкаренко Г.А. Визначення величини денного накопичення сонячної енергії на ділянках реальної місцевості // Волинський математичний вісник. – 2000. Вип. 7. – С. 101-106.
4. Левченко О., Шинкаренко Г. Знаходження розподілу денної порції сонячної енергії на території Львівщини // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. Збір. наук. праць. – Львів: Ліга-Прес, 2002. – С. 317-322.