

## МЕТОД ФІЛЬТРАЦІЇ ВПЛИВУ ВИПАДКОВИХ ЧИННИКІВ НА РЕЗУЛЬТАТИ ОБРОБКИ ВИСОТНИХ КІНЕМАТИЧНИХ МЕРЕЖ

© Третяк К.Р., 2002

Разработана методика обработки высотных кинематических сетей, позволяющая частично нейтрализовать влияния второстепенных факторов (антропогенных, температурных, гидрологических) на окончательные результаты обработки измерений. Выполненные исследования позволили существенно усовершенствовать и расширить возможности методики обработки высотных кинематических сетей.

The technique of processing leveling kinematical of networks allowing partially to neutralize of influence of the minor factors (anthropogenous, temperature, hydrological) on final results of processing of measurements is developed. The executed researches have allowed essentially to improve and to expand opportunities of a technique of processing leveling kinematical of networks.

У роботах [1 – 3] запропоновано ефективний метод обробки повторних вимірів висотної кінематичної мережі, а також теоретично обґрунтовано спосіб визначення зміщень реперів, які є наслідком деформації мережі.

У роботі [3] зміни середньої висоти мережі (СВМ) розділяють на дві складові

$$H_S = H'_S + H''_S, \quad (1)$$

де  $H'_S, H''_S$  – зміщення СВМ спричинені відповідно однаковим зсувом усіх реперів мережі та деформацією мережі. Перша складова  $H'_S$  є проявом загального зміщення мережі внаслідок дії зовнішніх факторів, джерела яких знаходяться за територією охоплену

мережею. Друга складова  $H_S^*$  є проявом нерівномірності змішень реперів і залежить від факторів, які діють винятково у локальних зонах розташованих на території мережі.

Оскільки результати обробки кінематичних мереж інженерного призначення є інваріантні відносно першої компоненти, то друга компонента є відображенням деформації мережі і від неї залежать величини стійкості та деформації інженерних споруд.

Друга компонента

$$H_S^* = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta H_i}{n}, \quad (2)$$

де  $\Delta H_i$  – зміщення  $i$ -го репера за результатами двох циклів спостережень,  $n$  – загальна кількість реперів. Якщо зміщення реперів  $\Delta H$ , розраховують за вимірними змінами перевишень

$$\delta h_{i,j} = \Delta H_j - \Delta H_i, \quad (3)$$

між циклами спостережень  $i$  і  $j$ , то ця задача немає однозначного розв'язку.

У [3] доведено, що при накладенні на рівняння (3) умови

$$\frac{\Delta H_i}{\Delta H_j} = \frac{K_i}{K_j}, \quad (4)$$

визначені параметри  $\Delta H$  будуть проявом деформацій кінематичної мережі. Коефіцієнти  $K_i, K_j$  характеризують кінематику або інтенсивність зміщення пунктів протягом певної кількості циклів спостережень.

Згідно з [1] коефіцієнти кінематики реперів розраховуються за залежністю

$$K_r = \frac{\mathfrak{R}_r}{\sum_{i=1}^n \mathfrak{R}_i}, \quad (5)$$

де  $\mathfrak{R}_r = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^n \nabla h_{r,i}$ , а  $\nabla h_{r,i}$  – середнє квадратичне відхилення перевищення між реперами  $r$  та  $i$  за весь або певний період спостережень.

Якщо кількість реперів мережі  $n \rightarrow \infty$ , а кількість усіх вимірів у мережі  $N \rightarrow \frac{n(n-1)}{2}$  і відповідно кількість надлишкових вимірів  $m \rightarrow \frac{(n-2)(n-1)}{2}$ , тоді

$$\frac{K_i}{K_j} \rightarrow \frac{\nabla H_i}{\nabla H_j}, \quad (6)$$

де  $\nabla H_i$  – середнє квадратичне відхилення зміщення  $i$ -го репера за весь або певний період спостережень. При звуженні досліджуваного інтервалу та достатній і рівномірній частоті циклів спостережень, крива зміщення кожного репера буде наближатись до прямої (рис. 1). Звуження досліджуваних інтервалів 1 – 0, 2 – 0, 3 – 0, 4 – 0, 5 – 0 призводить до мінімального відхилення кривої зміщення репера від прямої.

Тоді

$$\frac{\nabla H_i}{\nabla H_j} \rightarrow \frac{\Delta H_i}{\Delta H_j}, \quad (7)$$

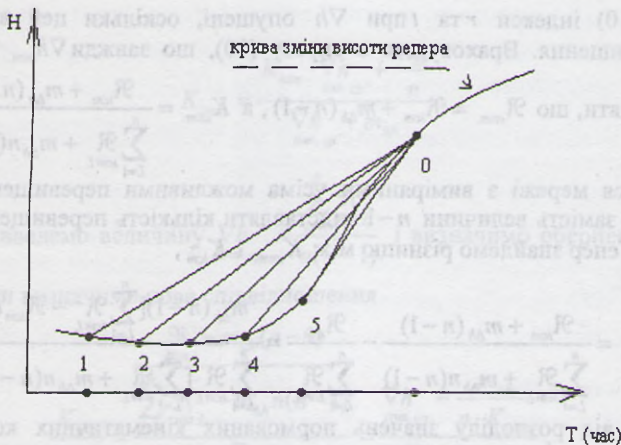


Рис 1. Звуження досліджуваного інтервалу наближає криву зміщення репера до прямої

і відповідно

$$\frac{K_i}{K_j} \rightarrow \frac{\Delta H_i}{\Delta H_j} \quad (8)$$

що доводить відповідність методики рівнянню (4).

Важливе значення для визначення істинних зміщень СВМ, спричинених її деформацією, мають значення кінематичних коефіцієнтів. Їх значення значною мірою залежать від спотвореності функції зміни СВМ, зумовлених зміщеннями пунктів мережі під дією випадкових другорядних чинників. До основних чинників, які впливають на деформаційні процеси земної поверхні, належать глибинні тектонічні рухи, гравітаційні зсуви, карстові, суфозні та еолові процеси та техногенні впливи. До другорядних чинників належать антропогенні фактори, сезонні та добові температурні або гідрологічні впливи, випадкові похибки вимірів. Основні фактори як правило проявляються у порівняно повільних закономірних змінах СВМ. Другорядні фактори проявляються у випадкових зміщеннях СВМ, які описуються приблизно постійною амплітудою.

Для спрощення досліджень прийемо, що виміри виконано безпомилково, тобто величина випадкових та систематичних похибок дорівнює нулю.

Тепер дослідимо вплив спотворень кінематичних коефіцієнтів випадковими чинниками на точність визначення СВМ. Прийемо, що середня квадратична похибка висоти окремого репера за рахунок впливу другорядних факторів є  $m_{H, \text{сун}}$ . Похибка визначення перевищення між двома реперами

$$m_{\Delta h} = m_{H, \text{сун}} \cdot \sqrt{2} \quad (9)$$

Враховуючи, що  $\nabla h_{r,t}$  – є фізично середньою квадратичною похибкою осередненого перевищення між реперами  $r$  та  $t$  визначеного за результатами спостережень, виконаних за весь або певний період спостережень. Ця похибка є результатом впливу зміщення реперів  $r$  та  $t$ . Тепер під сумарним впливом кінематики мережі та другорядних факторів і шумів отримаємо нове спотворене значення  $\nabla h_{\text{снм}}$ , яке визначається за залежністю

$$\nabla h_{\text{снм}} = \sqrt{\nabla h_{\text{снм}}^2 + m_{\Delta h}^2} \quad (10)$$

У виразі (10) індекси  $r$  та  $t$  при  $\nabla h$  опущені, оскільки цей вираз дійсний для будь-якого перевищення. Враховуючи з виразу (10), що завжди  $\nabla h_{cnm.} > \nabla h_{icm.}$ , то можна

наближено прийняти, що  $\mathfrak{R}_{cnm.} = \mathfrak{R}_{icm.} + m_{\Delta h}(n-1)$ , а  $K_{cnm.} = \frac{\mathfrak{R}_{icm.} + m_{\Delta h}(n-1)}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} + m_{\Delta h}n(n-1)}$ . Останні два

вирази стосуються мережі з вимірними усіма можливими перевищеннями. Для інших мереж необхідно замість величини  $n-1$  підставляти кількість перевищень, які опираються на даний репер. Тепер знайдемо різницю між  $K_{cnm.}$  і  $K_{icm.}$ ,

$$K_{cnm.} - K_{icm.} = \frac{\mathfrak{R}_{icm.} + m_{\Delta h}(n-1)}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} + m_{\Delta h}n(n-1)} - \frac{\mathfrak{R}_{icm.}}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}} = \frac{m_{\Delta h}(n-1) \left[ \sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} - \mathfrak{R}_{icm.}n \right]}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} \left[ \sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} + m_{\Delta h}n(n-1) \right]} \quad (11)$$

Незалежно від розподілу значень нормованих кінематичних коефіцієнтів  $K_{icm.}$  у мережі знаменник виразу (11) буде незмінною величиною. У чисельнику при зміні розподілу значень коефіцієнтів  $K_{icm.}$  буде змінюватись величина  $\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} - \mathfrak{R}_{icm.}n$ . Для коефіцієнтів

$K_{icm.} > 0.5$  величина  $\mathfrak{R}_{icm.} > \frac{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}}{n}$ , тоді  $\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} - \mathfrak{R}_{icm.}n < 0$ , а для  $K_{icm.} < 0.5$ ,  $\mathfrak{R}_{icm.} < \frac{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}}{n}$  і

$\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} - \mathfrak{R}_{icm.}n > 0$ . Відповідно для коефіцієнтів  $K_{icm.} > 0.5$  буде  $K_{cnm.} < K_{icm.}$ , а для  $K_{icm.} < 0.5$ ,  $K_{cnm.} > K_{icm.}$ . Тоді для коефіцієнтів  $K_{cnm.}$  середнє квадратичне відхилення  $M_{cnm.K}$  від середнього значення  $K_{cnm.sp.}$  буде менше ніж аналогічне значення  $M_{icm.K}$  для коефіцієнтів  $K_{icm.}$ .

Знайдемо відношення між коефіцієнтами кінематики  $K_{icm.}$  та  $K_{cnm.}$ .

$$\frac{K_{icm.}}{K_{cnm.}} = \frac{\frac{\mathfrak{R}_{icm.i}}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}}}{\frac{\mathfrak{R}_{icm.i} + m_{\Delta h}(n-1)}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} + m_{\Delta h}n(n-1)}} = \frac{\mathfrak{R}_{icm.i} \left[ \sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} + m_{\Delta h}n(n-1) \right]}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} \left[ \mathfrak{R}_{icm.i} + m_{\Delta h}(n-1) \right]} \quad (12)$$

Чисельник та знаменник виразу (12) розділимо на  $n(n-1)$  і оскільки величина  $\frac{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}}{n(n-1)}$

є середнім значенням  $\nabla h$ , які позбавлені впливу другорядних факторів і визначені для усіх перевищень за результатами спостережень, виконаних за весь або певний період спостережень. Ця величина характеризує інтенсивність зміщень реперів у мережі. Позначимо її як  $\nabla h_{icm.sp.}$ . Тоді

$$\frac{K_{icm.}}{K_{cnm.}} = \frac{\mathfrak{R}_{icm.i} \cdot \nabla h_{icm.sp.} + \mathfrak{R}_{icm.i} \cdot m_{\Delta h}}{\mathfrak{R}_{icm.i} \cdot \nabla h_{icm.sp.} + \frac{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} \cdot m_{\Delta h}}{n}} = \frac{\nabla h_{icm.sp.} + m_{\Delta h}}{\nabla h_{icm.sp.} + \frac{m_{\Delta h}}{n \cdot K_{icm.}}} \quad (13)$$

Відповідно

$$K_{cnm} = \frac{K_{icm} \cdot \nabla h + \frac{m_{\Delta h}}{n}}{\nabla h + m_{\Delta h}} \quad (14)$$

Попередньо введемо величину  $\nabla h = \frac{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{cnm.L}}{n(n-1)}$  і визначимо обернену залежність між

$K_{icm}$  та  $K_{cnm}$ . Звідси визначимо нове співвідношення

$$\frac{K_{icm}}{K_{cnm}} = \frac{\frac{\mathfrak{R}_{cnm.i} - m_{\Delta h}(n-1)}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{cnm.L} - m_{\Delta h}n(n-1)}}{\frac{\mathfrak{R}_{cnm.i}}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{cnm.L}}} = \frac{\nabla h - \frac{m_{\Delta h}}{n \cdot K_{cnm}}}{\nabla h - m_{\Delta h}} \quad (15)$$

$$K_{icm} = \frac{K_{cnm} \cdot \nabla h - \frac{m_{\Delta h}}{n}}{\nabla h - m_{\Delta h}} \quad (16)$$

Слід зауважити, що вирази (14) і (16) є правомірні для нормального розподілу величин  $m_{H_{\text{сун.}}}$  і відповідно  $m_{\Delta h}$ . Однак вплив другорядних факторів (промерзання ґрунту, температурний вплив тощо) на стійкість геодезичних пунктів є фізичним явищем, а не проявом випадкових похибок. Можна прийняти, що ці впливи є випадкові, але їх прояв буде мати рівномірний розподіл у певних межах. При рівномірному випадковому розподілі величин  $m_{H_{\text{сун.}}}$  і  $m_{\Delta h}$  експериментально встановлено, що до величини  $m_{\Delta h}$  необхідно застосовувати коефіцієнт  $\alpha = 0.577$ . Приймаючи, що при нормальному випадковому розподілі  $m_{H_{\text{сун.}}}$  і  $m_{\Delta h}$  коефіцієнт  $\alpha = 1$  запишемо узагальнені для нормального і рівномірного розподілів залежності (14) і (16)

$$K_{cnm} = \frac{K_{icm} \cdot \nabla h + \frac{\alpha \cdot m_{\Delta h}}{n}}{\nabla h + \alpha \cdot m_{\Delta h}} \quad (17)$$

$$K_{icm} = \frac{K_{cnm} \cdot \nabla h - \frac{\alpha \cdot m_{\Delta h}}{n}}{\nabla h - \alpha \cdot m_{\Delta h}} \quad (18)$$

За виразом (17) з'являється можливість апіорного визначення спотворених значень кінематичних коефіцієнтів і відповідно зміни СВМ від інтенсивності впливу другорядних факторів на кінематику мережі. Формула (18) дозволяє вилучити вплив другорядних факторів на кінематику мережі, якщо апіорно відомо їх вплив на зміну висот  $m_{H_{\text{сун.}}}$  або перевищень  $m_{\Delta h}$ . Однак вирази (17) і (18) існують, коли  $\nabla h > m_{\Delta h}$  і  $\nabla h > m_{\Delta h}$ . У

протилежному випадку другорядні фактори мають більший вплив на кінематику мережі, ніж основні, і тоді їх не можна зараховувати до другорядних. Із зростанням різниці  $\cdot \nabla h - m_{\Delta h}$  зростає точність виразів (17) і (18).

Аналогічно знайдемо співвідношення між узагальненими коефіцієнтами кінематики  $R_{icm}$  та  $R_{cnn}$ .

$$R_{icm} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\mathfrak{R}_{icm.i}}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}} - \frac{1}{n}}{\sum_{i=1}^n \frac{\mathfrak{R}_{icm.i} + \alpha \cdot m_{\Delta h} (n-1)}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} + \alpha \cdot m_{\Delta h} n (n-1)} - \frac{1}{n}} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{n \mathfrak{R}_{icm.i} - \sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}}}{\sum_{i=1}^n \frac{n \mathfrak{R}_{icm.i} - \sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L} + \alpha \cdot m_{\Delta h} n (n-1)}} = 1 + \frac{\alpha \cdot m_{\Delta h} n (n-1)}{\sum_{L=1}^n \mathfrak{R}_{icm.L}} \quad (19)$$

$$\frac{R_{icm}}{R_{cnn}} = 1 + \frac{\alpha \cdot m_{\Delta h}}{\nabla h_{icm.cp}} \quad (20)$$

a

$$R_{cnn} = \frac{R_{icm}}{1 + \frac{\alpha \cdot m_{\Delta h}}{\nabla h_{icm.cp}}} \quad (21)$$

Оскільки величини  $\nabla h_{icm.cp}$  і  $m_{\Delta h}$  узагальнено відображають зміну перевищень у мережі, зумовлену відповідно впливом основних та другорядних факторів, то різниця між узагальненими коефіцієнтами кінематики мережі  $R_{cnn}$  та  $R_{icm}$  залежить від співвідношення  $m_{\Delta h}$  і  $\nabla h_{icm.cp}$ , або від величин впливу другорядних та основних факторів на кінематику мережі. При дії другорядних факторів та шумів на кінематику мережі величина  $R_{cnn}$  завжди буде менша за  $R_{icm}$ , а різниця між ними буде зростати із збільшенням впливу другорядних факторів.

Аналогічно, як для кінематичних коефіцієнтів неважко визначити обернену залежність між узагальненими коефіцієнтами кінематики  $R_{icm}$  та  $R_{cnn}$ .

$$R_{icm} = \frac{R_{cnn} \cdot \nabla h_{cnn.cp.}}{\nabla h_{icm.cp} - \alpha \cdot m_{\Delta h}} \quad (22)$$

Формули (21) і (22) так само, як і вирази (17) та (18) існують, коли  $\cdot \nabla h_{icm.cp} > m_{\Delta h}$  і

$$\nabla h_{cnn.cp.} > m_{\Delta h}.$$

Для підтвердження отримані висновки проілюструємо експериментально. Розглянемо мережу з 5-ти реперів, у якій проведено 600 циклів спостережень. Величину  $m_{H.sun}$  має рівномірний випадковий розподіл і вона дорівнює 0,1 мм. Обробку мережі виконаємо без спотворень другорядних факторів, та із їх спотвореннями. На рис. 2, a показано графіки

зміни СВМ ( $H_{ict}$ ) без дії другорядних факторів та ( $H_{cпт}$ ) – із врахуванням дії другорядних факторів. Як видно із рис. 2, а, величини ( $H_{ict}$ ) набувають екстремальніших значень, ніж ( $H_{cпт}$ ). Особливо це проявляється у точках наближених до екстремумів зміни СВМ. Однак слід зауважити важливу властивість різниць між ( $H_{ict}$ ) та ( $H_{cпт}$ ). Ця різниця зростає при однонаправленій зміні СВМ і досягає максимуму у точках локальних екстремумів функції СВМ (140 і 450 цикли), а при зміні напрямку функції СВМ ця різниця починає зменшуватись і може досягти нуля (290 цикл), при подальшій однонаправленій зміні СВМ ця різниця знов починає зростати. Відповідно при зміні напрямку функції СВМ компенсується різниця між ( $H_{ict}$ ) та ( $H_{cпт}$ ). На рис. 2, б зображено графіки зміни узагальнених коефіцієнтів кінематики  $R_{ict}$  і  $R_{cпт}$ . Як видно із графіка для будь-якого циклу спостережень  $R_{ict} > R_{cпт}$ , що підтверджує теоретичні твердження.

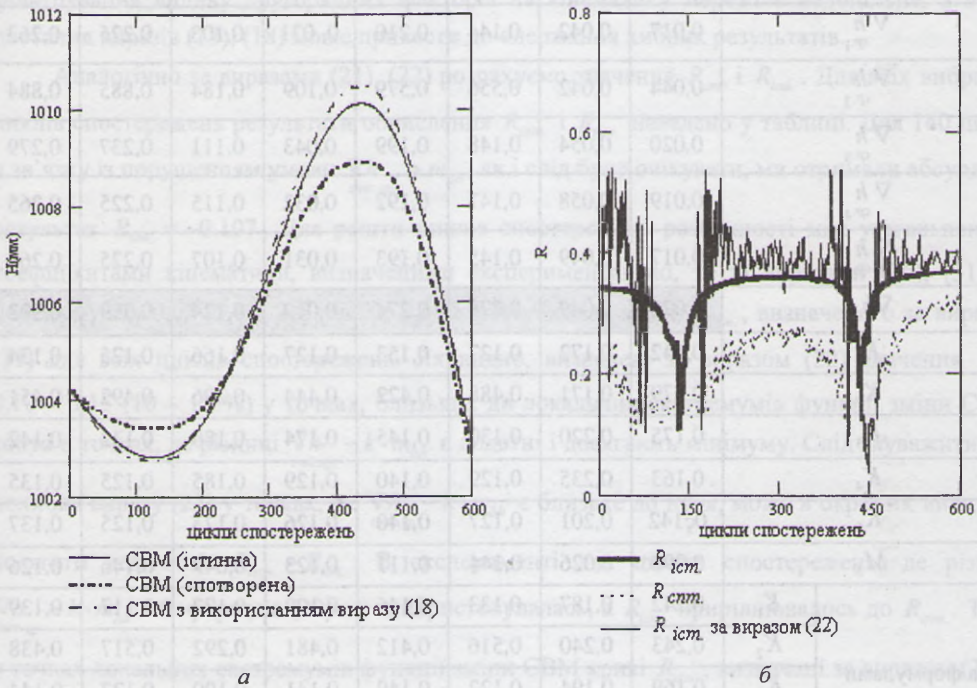


Рис. 2. Зміна СВМ ( $H_{ict}$ ) і ( $H_{cпт}$ ) визначеної за перевищеннями між пунктами відповідно необтяженим та обтяженим впливом  $m_{H_{sun}}$  і СВМ ( $H_{ict}$ ) позбавлена впливу  $m_{H_{sun}}$ , та визначена відповідно з використанням виразу (18) (а); зміна миттєвих узагальнених коефіцієнтів кінематики мережі  $R_{ict}$  та  $R_{cпт}$ , позбавлених та обтяжених впливом  $m_{H_{sun}}$  та  $R_{ict}$  відповідно визначених за виразом (22) (б)

У таблиці наведено значення істинних та спотворених параметрів  $\nabla h_{cp}$ , кінематичних коефіцієнтів  $K_{ict}$  і  $K_{cпт}$  і узагальнених кінематичних коефіцієнтів  $R_{ict}$  та  $R_{cпт}$  для різних циклів спостережень. Вибрані цикли спостережень на кривій зміни СВМ відповідають екстремальним точкам та ділянкам рівномірної зміни СВМ. Так для циклів № 140 і 450

крива СВМ досягає екстремумів, а на ділянках, які відповідають циклам № 290 і 550 спостерігається рівномірна зміна СВМ. З таблиці підтверджується, що у всіх циклах спостережень для коефіцієнтів  $K_{icm} > 0.5$   $K_{cmm} < K_{icm}$ , а для коефіцієнтів  $K_{icm} < 0.5$ ,  $K_{cmm} > K_{icm}$ . Відповідно середнє квадратичне відхилення  $M_{cmm}$  коефіцієнтів  $K_{cmm}$  від середнього значення  $K_{cmm, cp.}$  є завжди менше ніж аналогічне значення  $M_{icm}$ , обчислене за коефіцієнтами  $K_{icm}$ , що підтверджує теоретичні розрахунки.

### Значення істинних та спотворених кінематичних параметрів для різних циклів спостережень

Параметри	Номери циклів спостережень								
	140		290		450		550		
	іст.	спт.	іст.	спт.	іст.	спт.	іст.	спт.	
$\nabla h_{cp,1}$	0,017	0,042	0,144	0,210	0,031	0,103	0,225	0,263	
$\nabla h_{cp,2}$	0,044	0,042	0,556	0,579	0,109	0,184	0,885	0,884	
$\nabla h_{cp,3}$	0,020	0,054	0,148	0,199	0,043	0,111	0,237	0,279	
$\nabla h_{cp,4}$	0,019	0,058	0,147	0,192	0,032	0,115	0,225	0,265	
$\nabla h_{cp,5}$	0,017	0,049	0,145	0,193	0,031	0,107	0,225	0,268	
$\nabla h_{cp.}$	0,023	0,049	0,228	0,274	0,049	0,124	0,359	0,392	
$K_1$	0,142	0,172	0,127	0,153	0,127	0,166	0,125	0,134	
$K_2$	0,379	0,171	0,488	0,422	0,444	0,296	0,492	0,451	
$K_3$	0,175	0,220	0,130	0,145	0,174	0,180	0,132	0,142	
$K_4$	0,163	0,235	0,129	0,140	0,129	0,185	0,125	0,135	
$K_5$	0,142	0,201	0,127	0,140	0,126	0,173	0,125	0,137	
$M_K$	0,090	0,026	0,144	0,111	0,123	0,049	0,146	0,126	
за формулами (18) і (17)	$K_1$	0,242	0,187	0,133	0,146	0,100	0,172	0,117	0,139
	$K_2$	0,243	0,240	0,516	0,412	0,481	0,292	0,517	0,438
	$K_3$	0,169	0,194	0,122	0,149	0,141	0,190	0,127	0,144
	$K_4$	0,146	0,192	0,114	0,147	0,157	0,173	0,118	0,139
	$K_5$	0,199	0,187	0,115	0,146	0,122	0,172	0,120	0,139
$m_K$	0,080	0,039	0,016	0,007	0,029	0,008	0,013	0,007	
$R$	0,223	0,071	0,360	0,277	0,305	0,120	0,366	0,314	
$R$ за формулами (22) і (21)	-0,107	0,084	0,395	0,277	0,351	0,184	0,397	0,303	

За даними, наведеними у таблиці, перевіримо достовірність формул (17), (18), (21), (22). Приймаючи, що  $m_{H, sun} = 0.1 \text{ мм}$ , за виразом (9) знаходимо  $m_{\Delta h} = 0.14 \text{ мм}$ . При  $\nabla h_{icm, cp.} = 0.023$  і  $K_{icm, 1} = 0.142$ , за виразом (17) знаходимо  $K_{cmm, 1} = 0.187$ . За даними експерименту



$K_{cmm.1} = 0.172$ . Для всіх вибраних циклів спостережень і пунктів мережі результати обчислення  $K_{icm}$  і  $K_{cmm}$  за виразами (17), (18) наведено у таблиці. У наступному рядку наведено середньоквадратичні відхилення кінематичних коефіцієнтів  $m_K$ , обчислених за виразами (17), (18) від отриманих експериментально для вибраних циклів спостережень. Величина  $m_K$  за винятком 140 циклу не перевищує 0,03, що свідчить про високий ступінь достовірності виразів (16), (17). Величина  $m_K$  для 140 циклу сягає значення 0,08 і це пов'язано із тим, що величина  $\nabla h_{cmm.cp} < m_{\Delta h}$ . Це свідчить, що за результатами вимірів, проведеними з 135 по 140 цикл спостережень, зміщення пунктів мережі є менше ніж можлива величина зміщень за рахунок впливу другорядних факторів. Для цих циклів спостережень фільтрування впливу другорядних факторів на кінематику мережі є недоцільне, а використання виразів (17), (18) може привести до одержання хибних результатів.

Аналогічно за виразами (21), (22) розрахуємо значення  $R_{cmm}$  і  $R_{icm}$ . Для всіх вибраних циклів спостережень результати обчислення  $R_{cmm}$  і  $R_{icm}$  наведено у таблиці. Для 140 циклу у зв'язку із порушенням умови  $\nabla h_{cmm.cp} > m_{\Delta h}$ , як і слід було очікувати, ми отримали абсурдний результат  $R_{icm} = -0.107$ . Для решти циклів спостережень розбіжності між узагальненими коефіцієнтами кінематики, визначеними експериментально, та за виразами (30), (31) не перевищують 0,05 (5 %). На рис. 2, б зображено криву зміни  $R_{icm}$ , визначеного за виразом (31) для всіх циклів спостережень. Як видно, визначені за виразом (22) значення  $R_{icm}$  0,10 – 0,15 (10 – 15 %) у точках, близьких до локальних екстремумів функції зміни СВМ, тобто в точках, де різниці  $\nabla h_{cmm.cp} - k \cdot m_{\Delta h}$  є додатні і досягають мінімуму. Слід зауважити, що похибка виразу (22) у точках, де  $\nabla h_{cmm.cp} - k \cdot m_{\Delta h}$  є близьке до нуля, може в окремих випадках досягати величини  $R_{cmm} - R_{icm}$ . В експерименті для циклів спостережень, де різниці  $\nabla h_{cmm.cp} - k \cdot m_{\Delta h} < 0$  формула (22) не використовувалась, а  $R_{icm}$  прирівнювалось до  $R_{cmm}$ . Тому у точках локальних екстремумів функції зміни СВМ криві  $R_{icm}$ , визначені за виразом (22), і  $R_{cmm}$  збігаються.

На рис. 2, а представлено розраховану із використанням виразу (18) криву зміни СВМ позбавлену впливу  $m_{H.eun}$ . Як видно з графіка, крива зміни СВМ, розрахована з використанням формули (18) до 300-го циклу практично збігається з кривою отриманою експериментально. Для наступних циклів лише у точках локального екстремуму зміни СВМ мають місце порівняно невеликі розбіжності. Розрахована середня квадратична похибка відхилення СВМ при впливі  $m_{H.eun}$  становить  $m_{icm-cmm}^{CBM} = 0.67$  мм, а середня квадратична похибка відхилення СВМ розрахованої з використанням виразу (18) від СВМ визначеної експериментально становить  $m_{icm-icm(18)}^{CBM} = 0.22$  мм. •

За результатами обробки мережі розраховано середні квадратичні відхилення висот пунктів мережі  $m_{icm-cnm}^H$  визначених при впливі і при позбавленні впливу  $m_{H,впл.}$ , та середні квадратичні похибки  $m_{icm-icm(18)}^H$  відхилення висот пунктів розраховані з використанням виразу (18) від визначених експериментально. Криві зміни у циклах спостережень  $m_{icm-cnm}^H$  і  $m_{icm-icm(18)}^H$  показані на рис. 3. Як видно з графіка, застосування виразу (18) покращує результат до 3 – 4 разів, що свідчить про значне знешкодження впливу другорядних факторів на кінематику мережі.

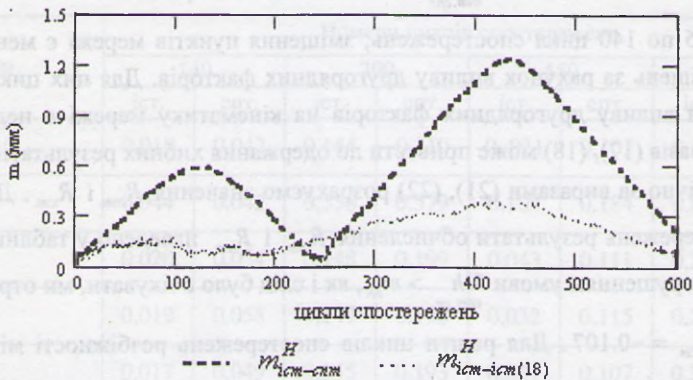


Рис. 3. Криві зміни у циклах спостережень  $m_{icm-cnm}^H$ ,  $m_{icm-icm(18)}^H$

Аналогічні за точністю результати отримано при нормальному розподілі  $m_{H,впл.}$ , що доводить достовірність виразів (17), (18), (21), (22).

На завершення слід зауважити, що на основі виконаних досліджень розроблено методику ефективної фільтрації результатів обробки висотних кінематичних мереж від впливу випадкових чинників. Цю методику можна застосовувати при обробці результатів багаторазових повторних вимірів висотних мереж та перманентних спостережень стаціонарних гідростатичних систем.

1. Третьяк К.Р. Обробка висотних кінематичних мереж // Вісн. геодезії та картографії – К., 2001. – № 1. – С. 9 – 15. 2. Третьяк К.Р. Порівняння ефективності двох методів обробки висотних кінематичних мереж // Вісн. Рівненськ. держ. техн. ун-ту. – Рівне, 2001. – № 1(8). – С. 247 – 257. 3. Третьяк К.Р. Теоретичне обґрунтування методики обробки висотних кінематичних мереж / Збірн. наук. пр. Західн. геодезичн. тов-ва (Присвячений професійному святу працівників геології, геодезії і картографії та 10-й річниці з дня утворення Західного геодезичного товариства). – Львів: Ліга-Прес, 2002. – С. 100 – 103.