

| В. В. КИРИЧУК |, М. Л. ГЛАГОЛЕВ

**О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ  
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ТРИЛАТЕРАЦИИ  
ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ  
ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

В настоящее время с полной достоверностью можно утверждать, что ни земная кора в целом, ни какой-либо отдельно взятый участок земной поверхности, ни даже ее отдельные точки не находятся в состоянии покоя. Земная кора и земная поверхность непрерывно изменяются в пространстве и времени под влиянием эндо-, экзо- и техногенных факторов. Этот процесс находит наиболее полное отражение в современных движениях земной коры, о возрастающем интересе к изучению которых свидетельствует широкое развитие наблюдений как на прогнозистических геодинамических полигонах, создаваемых в сейсмоактивных районах Земли, так и на техногенных геодинамических полигонах, создаваемых в районах крупных инженерных сооружений у нас в стране и за рубежом.

Вопросы анализа и количественного описания современных движений земной коры наиболее всесторонне и комплексно рассмотрены в монографии Н. П. Есикова, где в основу исследований положены четыре фундаментальных принципа [1]:

- 1) инвариантность величин, определяемых по совокупности геодезических наблюдений современных движений в две или несколько эпох;
- 2) суперпозиция движений земной коры различных порядков;
- 3) локальное действие деформообразующих факторов;
- 4) детерминизм процесса деформации земной поверхности.

Если обозначить через  $X, Y, Z$  координаты пунктов в произвольной ортогональной системе координат (пространство  $L_3$ ), а через  $u, v, w$  — смещения этих пунктов по соответствующим осям, полагая, что деформация земной коры носит локально-однородный характер, т. е. смещения являются линейными функциями координат [1], можно записать

$$u = u(X, Y, Z), \quad v = v(X, Y, Z), \quad w = w(X, Y, Z); \quad (1)$$

$$u_i = e_{11}x_i + e_{12}y_i + e_{13}z_i + a; \quad (2)$$

$$v_i = e_{21}x_i + e_{22}y_i + e_{23}z_i + b; \quad (2)$$

$$w_i = e_{31}x_i + e_{32}y_i + e_{33}z_i + c.$$

Уравнения (1) и (2) представляют собой линейную зависимость между компонентами двух векторов — радиуса-вектора  $\bar{R}(X, Y, Z)$   $i$ -го пункта геодезической сети и соответствующего вектора смещения  $\bar{r}(X, Y, Z)$ . В таком случае совокупность коэффициентов  $e_{ij}$  — тензор второго ранга в пространстве  $L_3$ :

$$\|T_{ij}\| = \begin{vmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Поскольку при анализе современных движений земной коры на геодинамических полигонах никогда нет уверенности в стабильности пунктов сети, принятых за исходные, что, кстати, и порождает все новые и новые методики определения горизонтальных смещений по наблюдениям в линейно-угловых сетях [4], то необходим вывод по совокупности реально имеющихся в распоряжении исследователей смещений точек земной поверхности таких характеристик деформации земной коры, которые остались бы неизменными при любом выборе пунктов геодезической сети из всей их совокупности в качестве исходных, т. е. являлись бы инвариантами.

Как показано в [1], в общем случае, т. е. когда имеется информация о полных векторах смещений точек земной поверхности, составляющие которых в принятой ортогональной пространственной системе координат  $(X, Y, Z)$  определены в результате единого процесса наблюдений и их обработки\*.

Главные инварианты тензора второго ранга в пространстве  $L_3$  — величины  $I_1, I_2, I_3$ . Первые два главных инварианта  $I_1$  и  $I_2$  характеризуют форму поверхности, представляемой тензором фигуры, а третий  $I_3$  — ее объем. Так, для пространства  $L_3$  главные инварианты  $I_1$  и  $I_2$  характеризуют эллипсоид и его сжатие, а третий инвариант  $I_3$  — его объем.

Как известно [4], количественное определение деформаций земной поверхности и локального гравитационного поля соот-

\* Мы не нашли в литературе упоминаний о таких геодезических построениях на геодинамических полигонах в СССР, за исключением опорной сети, описанной в [2], но предназначеннной для иной цели.

всеместным образом выбранных районов Земли и изучение развития этих явлений во времени проводятся на прогностических и техногенных геодинамических полигонах, на которых ведется работа по выполнению регулярных комплексов астрономо-геодезических и гравиметрических наблюдений.

В результате повторения (с наперед заданной периодичностью) указанного комплекса работ и математической обработки материалов наблюдений определяются плановые и вертикальные смещения пунктов сети, векторные схемы смещений пунктов сети, изменения длии базисных линий и конфигураций отдельных геодезических построений и т. д.

Основными схемами геодезических работ на прогностических геодинамических полигонах при этом являются:

1) для регистрации обширных горизонтальных деформаций изучаемого района и определения их общей направленности — *линейно-угловые астрономо-геодезические сети*;

2) для детального изучения зон глубинных, четко выраженных на земной поверхности тектонических разломов — *локальные геодезические построения в виде геодезических четырехугольников*;

3) для комплексного геодезического описания интересной, с тектонической и геоморфологической точек зрения, небольшой по размерам области — *локальные геодезические построения с центральной обсерваторией*;

4) для определения расстояний между крупными геологическими структурами, разделенными обширными водными пространствами, — *отдельные линии до 150 км длиной*, измеряемые радиодальномерами;

5) для прогностического изучения зон наиболее вероятных деформаций — *протяженные светодальномерные траверсы*;

6) для исследования вертикальных деформаций территории геодинамического полигона — *сети линий высокоточного нивелирования*;

7) для сейсморайонирования городов — *локальные детальные сети полигонов нивелирования с параметрами 10...15 км*;

8) для изучения зон активных разломов и контроля вариаций по высоте положения хорошо выделяемых тектонических блоков — *отдельные нивелирные профили*.

В ряде построений, в целях и с периодичностью определяемых «Методическим руководством по геодезическим работам на геодинамических полигонах» [4], выполняются высокоточные астрономические и гравиметрические работы.

Таким образом, на территории, охватываемой прогностическим геодинамическим полигоном, благодаря выполнению комплексных геодезических наблюдений на всех геодезических построениях в повторных циклах с различной периодичностью, обеспечивается получение обширной информации о смещениях точек земной поверхности в горизонтальной и вертикальной плоскостях. К сожалению, отличительной чертой этой информации является то, что вертикальные и горизонтальные составляю-

ющие смещений определяются вследствие специфики рекомендованных в [4] геодезических построений, как правило, раздельно и несинхронно. Это обстоятельство, естественно, сильно ограничивает, а то и вообще исключает возможность изучения пространственных смещений точек земной поверхности в пространстве  $L_3$ , в котором фактически и происходит физический процесс, их порождающий, т. е. сами современные движения земной коры.

Таким образом, физически единое в одном пространственно-временном континууме явление современных движений земной коры практически из-за отсутствия методики одновременного определения всех трех компонентов векторов смещений пунктов изучаемого участка земной поверхности искусственно расчленяется на вертикальные и горизонтальные движения земной коры со всеми вытекающими из этого последствиями для изучения всего комплекса вопросов, связанных с современными движениями.

Согласно [1] в настоящее время для определения элементов деформации земной поверхности практически используются три вида информации о современных движениях: вертикальные движения по нивелирным профилям, карты вертикальных движений на плоскости, построенные, как правило, на основе системы тех же самых профилей, и схемы (или таблицы) горизонтальных смещений пунктов земной поверхности на плоскости.

Все три вида информации различаются как методами геодезических наблюдений и применяемыми приборами, используемыми для получения информации о смещениях точек земной поверхности в горизонтальной и вертикальной плоскостях, так и методиками математической обработки результатов этих наблюдений при выводе основных характеристик деформации изучаемой области земной поверхности, определяемых к тому же раздельно (деформации поверхностей и деформации объемов), что приводит к нарушению принципа инвариантности.

Этого недостатка, по нашему мнению, можно избежать, если при построении геодезических сетей на прогностических и техногенных геодинамических полигонах воспользоваться опытом, приобретенным геодезистами при определении пространственных координат точек земной поверхности методами и средствами космической (спутниковой) геодезии [3]. В частности, можно воспользоваться идеей использования для создания опорных сетей на геодинамических полигонах, расположенных в сильновсхолмленных и горных районах метода космической триангуляции [6]. Сущность предложений состоит в следующем.

Рассмотрим опорную сеть, создаваемую для изучения современных движений земной коры (рис. 1), и предположим, что единственный вид измерений (наблюдений) в этой сети — электронно-оптические (или лазерные) измерения дальностей между пунктами сети с субмиллиметровой точностью, что вполне до-

стижимо при существующем уровне развития этих средств измерений.

Установим локальную ортогональную пространственную систему координат в пространстве  $L_3$ , исходя из следующих соображений. Начало системы координат совместим с пунктом 1 развиваемой опорной сети так, чтобы ось  $X$  проходила через пункт 2, а плоскость  $XY$  — через пункты 1, 2 и 3. Тогда, пола-

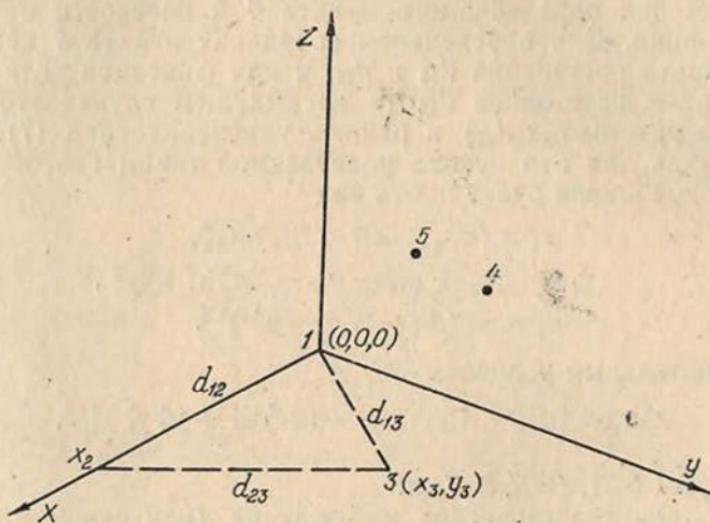


Рис. 1. Установление локальной пространственной системы координат ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ).

гая расстояния между пунктами известными из соответствующих измерений, можно записать

$$\left. \begin{aligned} d_{12}^2 &= x_2^2 \\ d_{13}^2 &= x_3^2 + y_3^2 \\ d_{23}^2 &= (x_2 - x_3)^2 + y_3^2 \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= d_{12} \\ x_3 &= (d_{13}^2 + d_{12}^2 - d_{23}^2)/2d_{12} \\ y_3 &= (d_{13}^2 - x_3^2)^{1/2} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

При добавлении пункта 4 возникает система уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} d_{14}^2 &= x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 \\ d_{34}^2 &= (x_3^* - x_4)^2 + (y_3^* - y_4)^2 + z_4^2 \\ d_{24}^2 &= (x_2 - x_4)^2 + y_4^2 + z_4^2 \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Здесь и далее знак \* при координатах пунктов означает, что в уравнении используется значение соответствующей координаты, полученное на предыдущем этапе вычислительной цепи.

Легко видеть, что, обращая уравнение (6), получаем

$$\begin{aligned}x_4 &= (d_{14}^2 - d_{24}^2 + x_2^{*2}) / 2x_2^*, \\y_4 &= [d_{24}^2 - d_{34}^2 + (x_3^{*2} - x_2^{*2}) - 2(x_3^* - x_2^*)x_4^* - y_3^{*2}] / 2y_3^*, \\z_4 &= \pm [d_{14}^2 - x_4^{*2} - y_4^{*2}]^{1/2},\end{aligned}\quad (7)$$

где знак координаты  $z_4$  устанавливается с учетом взаимного расположения определяемого пункта 4 и плоскости базисного треугольника. Для определения координат пункта 5 необходимо измерить расстояния  $d_{15}$  и  $d_{35}$ , а для фиксации угла возвышения  $\alpha$  — расстояние  $d_{45}$  (в предыдущем случае этой цели служило расстояние  $d_{25}$ ) и решить уравнения типа (7). В общем случае для  $i$ -го пункта развиваемой таким способом сети система уравнений будет иметь вид

$$\begin{aligned}x_i &= (d_{1i}^2 + d_{ii}^2 - d_{2i}^2) / 2x_2^*, \\y_i &= (d_{1i}^2 + d_{ii}^2 - d_{3i}^2 - 2x_3^*x_i^*) / 2y_3^*, \\z_i &= \pm (d_{1i}^2 - x_i^{*2} - y_i^{*2})^{1/2}.\end{aligned}\quad (8)$$

с дополнительным условием

$$z_j^* z_i = [d_{ij}^2 + d_{ii}^2 - d_{ji}^2 - (2x_j^* x_i^* + y_j^* y_i^*)] / 2,\quad (9)$$

где  $j = 4, 5 \dots i - 1, i = 5, 6, 7 \dots n$ .

Выполнив геодезические наблюдения (измерения длин линий) в такой опорной сети с той или иной периодичностью в две или более эпохи наблюдений, из обработки этих наблюдений в принятой системе координат ( $X, Y, Z$ ) можно одновременно определить для каждого пункта сети вектор координат ( $x, y, z$ ) и вектор смещений ( $u, v, w$ ) в пространстве  $L_3$ .

Обработка наблюдений, а именно измерений наклонных дальностей, выполненных в таких сетях, при наличии избыточных измерений заключается в уравнивании как самих длин линий, так и в вычислении по ним координат пунктов с соответствующей оценкой точности уравненных величин.

Алгоритм уравнивания пространственной трилатерационной сети параметрическим методом построим исходя из следующих соображений (рис. 2).

Для каждой из измеренных наклонных дальностей составляем параметрическое уравнение погрешностей вида

$$d_{ij}^{\text{изм}} - d_{ij}^{\text{выч}} = v_{ij}.\quad (10)$$

где

$$d_{ij} = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2]^{1/2}.\quad (11)$$

Приводим уравнение (10) к линейному виду, используя приближенные значения координат  $X, Y, Z$  пунктов, вычисленные по формулам (4) — (8), и разлагая выражение (10) с учетом (11) в ряд Тейлора, ограничиваясь при разложении членами

первого порядка. В результате получим параметрические уравнения погрешностей в линейном виде:

$$v_{ij} = d_{ij}^{\text{изм}} - d_{ij}^{\text{выч}} - \frac{\overset{\circ}{\Delta x}}{d_{ij}^2} \delta x_j + \frac{\overset{\circ}{\Delta x}}{d_{ij}^2} \delta x_i - \frac{\overset{\circ}{\Delta y}}{d_{ij}^2} \delta y_j + \\ + \frac{\overset{\circ}{\Delta y}}{d_{ij}^2} \delta y_i - \frac{\overset{\circ}{\Delta z}}{d_{ij}^2} \delta z_j + \frac{\overset{\circ}{\Delta z}}{d_{ij}^2} \delta z_i. \quad (12)$$

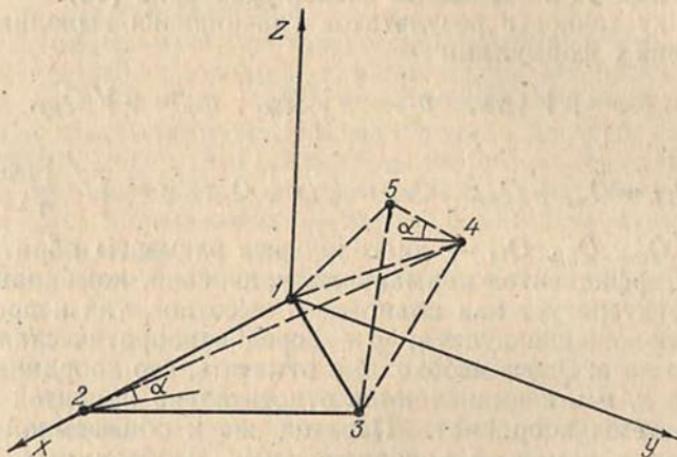


Рис. 2. Схема развития локальной пространственной опорной геодезической сети.

Или вводим матричные обозначения

$$V = A \delta_{XYZ} - L, \quad (13)$$

где  $L(n \times 1)$  — матрица-столбец свободных членов;  $A(n \times m)$  — матрица коэффициентов параметрических уравнений;  $\delta_{XYZ}(m \times 1)$  — матрица-столбец поправок к приближенным значениям неизвестных координат пунктов;  $V(n \times 1)$  — матрица-столбец поправок в измеренные наклонные дальности,  $n$  — число измерений;  $m$  — число определяемых координат пунктов.

Решение системы уравнений (13) под условием Лежандра—Гаусса

$$V^T P V = \min \quad (14)$$

приводит к системе нормальных уравнений вида

$$A^T P A \delta_{XYZ} - A^T P L = 0. \quad (15)$$

Здесь  $P$  — диагональная матрица весов измеренных величин. Тогда поправки в приближенные значения координат определяются как

$$\delta_{XYZ} = (A^T P A)^{-1} A^T P L. \quad (16)$$

Вычислив матрицу поправок в измеренные дальности

$$V = A \delta_{XYZ} - L, \quad (17)$$

получим уравненные наклонные дальности

$$d^{up} = d^{\text{изм}} + v. \quad (18)$$

Если приближенные координаты пунктов вычислены по формулам (4) — (8) с недостаточной точностью, то процесс уравнивания итеративно повторяется с предварительным уточнением коэффициентов и свободных членов уравнений (13).

Оценку точности результатов уравнивания выполняем в соответствии с формулами

$$m_L = \mu \sqrt{Q_{LL}}, \quad m_z = \mu \sqrt{Q_{zz}}, \quad m_p = \mu \sqrt{Q_{pp}}, \quad (19)$$

где

$$Q_{LL} = Q_{xx} + Q_{yy}; \quad Q_{PP} = Q_{LL} + Q_{zz}; \quad \mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-m}}, \quad (20)$$

причем  $Q_{xx}$ ,  $Q_{yy}$ ,  $Q_{zz}$  — диагональные элементы обратной матрицы коэффициентов нормальных уравнений, комбинация которых характеризует как плановое и высотное, так и пространственное положение пункта;  $\mu$  — среднеквадратическая ошибка единицы веса. Здесь необходимо отметить, что координаты пунктов сети  $x$ ,  $y$  и  $z$  вычисляются относительно принятой (локальной) системы координат. Переход же к общеземной системе возможен с помощью дополнительных, необходимых для этой цели измерений в сети и известных формул преобразования координат. Уравнивание пространственной линейной сети параметрическим методом удобно для программирования и решения поставленной задачи на ЭВМ. На основании вышеописанного алгоритма нами была составлена программа на языке ФОРТРАН IV и реализована для модельной сети на ЭВМ ЕС1022. Получены результат уравнивания параметрическим методом и оценка точности пространственной трилатерационной сети.

Отметим, что матрица  $A$  и, следовательно, матрица нормальных уравнений, как и ей обратная, зависят от положения определяемых пунктов по отношению к исходным. Иначе говоря, конфигурация (геометрия) сети предопределяет точность пространственного геодезического построения. Установление такой зависимости, а также связанные с ней вопросы оптимизации сети являются предметом дальнейших наших исследований.

Несколько более громоздкий и трудоемкий в плане составления условных уравнений коррелатный способ уравнивания.

Опыт коррелатного уравнивания частного вида пространственного геодезического построения (центральной системы) описан в [2] с использованием методики составления условных уравнений, предложенных в [5].

Рассматриваемый метод построения опорных геодезических сетей на полигонах по сравнению с традиционными методами обладает рядом преимуществ:

а) при построении сети исключаются угловые измерения вертикальных и горизонтальных углов, редукция которых требует детального знания локальных гравитационного и рефракционного полей, совокупное влияние которых — основной фактор, лимитирующий точность угловых измерений и корректное разделение которого не всегда возможно;

б) при наблюдениях в линейной пространственной сети исключается разнотипность измерительных систем в смысле лежащих в их основе физических принципов измерений и референциальных поверхностей (линий);

в) в пространственной трилатерации обеспечивается, таким образом, получение однородной измерительной информации — однородной по структуре и свойствам неизбежных случайных погрешностей измерения и по действию закона распространения ошибок в сети в целом. Это обстоятельство облегчает разработку способов минимизации совокупного влияния случайных ошибок на точность определения векторов положения пунктов и векторов их смещений;

г) пространственная трилатерация обеспечивает синхронное определение всех трех составляющих векторов положения пунктов сети ( $x, y, z$ ), являясь, таким образом, методикой построения опорных сетей на прогностических и техногенных геодинамических полигонах, наиболее адекватной физической сущности изучаемого процесса современных движений земной коры, а значит, и обеспечивающей корректное применение принципа инвариантности для изучения тектонофизических аспектов современных движений.

В заключение отметим, что пространственные линейные опорные геодезические сети, построенные по указанному методу, можно рекомендовать и для изучения крупномасштабных деформаций земной поверхности, имеющих место в оползневых районах и в карьерах для разработки полезных ископаемых открытым способом.

1. Есиков Н. П. Тектонофизические аспекты анализа современных движений земной поверхности. Новосибирск, 1979.
2. Колесник Н. А., Островский А. Л., Скучин Б. Л. Опыт уравнения пространственной сети // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1979. Вып. 29. С. 20—24.
3. Краснорылов И. Н., Илахов Ю. В. Основы космической геодезии. М., 1976.
4. Методическое руководство по геодезическим работам на геодинамических полигонах. М., 1984.
5. Филиппов А. Е. Условные уравнения в сети пространственной трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1969. Вып. 9. С. 61—70.
6. Escobar P. R. Multibaseline : Aprecision ground geodetic measurement technique // J. Astronavigat. Sci. 1978. V. 26. P. 235—256.

Статья поступила в редакцию 10.02.88