УДК 528.486:513.28

А. С. МАЗНИЦКИЙ, Б. Г. ПРЯХА

О РАЗБИВКЕ КРУГОВЫХ КРИВЫХ С ПРОИЗВОЛЬНЫХ ТОЧЕК

При разбивках круговых кривых в горной, пересеченной местности, на строительных площадках решающее значение имеет выбор точки стояния тахеометра. Для удобства разбивку кривых целесообразно проводить с точек, произвольно выбранных за пределами строительной площадки. В [2] предложен способ разбивки правосторонних закруглений с использованием электронного тахеометра и программируемого микрокалькулятора. С одной станции выносятся на местность как главные точки кривой, так и промежуточные. Однако в практике возникает необходимость в разбивках левосторонних поворотов. В [2] предложено, что угол поворота трассы и расстояния от вершины угла до ближайших закрепленных точек трассы измеряются отдельно перед началом разбивочных работ. Между тем в процессе полевого трассирования определение угла поворота и расстояний можно совместить с разбивкой кривой, т. е. все измерения выполнить с произвольных точек.

Рассмотрим три возможных случая разбивки круговых кривых.

1. Вершина угла поворота трассы доступна.

Этот случай наиболее часто встречается в практике. Электронным тахеометром, установленным в произвольной точке O (см. рисунок), измеряем направления γ_i на вершину угла поворота

C, точки трассы $Д$, $K(K')$, а также расстояния l_i к ним. По формулам $x_i = l_i \cos \gamma_i$, $y_i = l \sin \gamma_i$ вычисляем условные координаты этих точек. Используя их путем решения обратных геодезических задач по формулам [3]

$$l_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2},$$

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} \arccos \dfrac{x_j - x_i}{l_{ij}}, & (y_j - y_i) \geqslant 0; \\ 360^\circ - \arccos \dfrac{x_j - x_i}{l_{ij}}, & (y_j - y_i) < 0 \end{cases} \qquad (1)$$

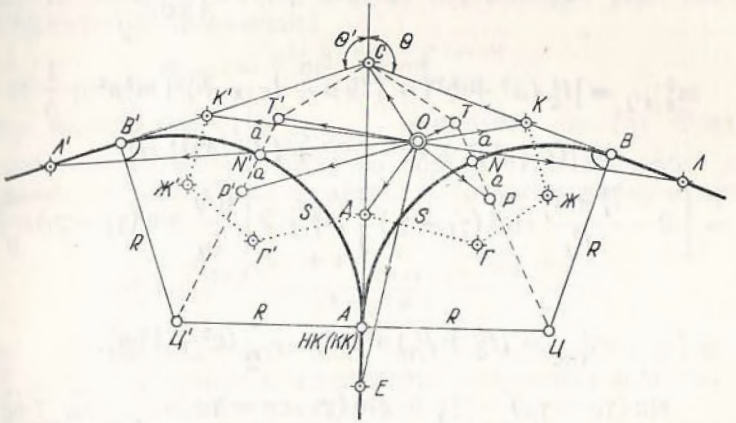

Схема детальной разбивки закругления с произвольной точки O.

находим условные дирекционные углы $\gamma_{ДС}$, $\gamma_{СК}(\gamma_{СК'})$ и расстояния $l_{ДС} = s_1$, $l_{СК} = s_2$ $(l_{СК'} = s_2')$. Определяем угол поворота трассы:

$$\theta = \gamma_{СК} - \gamma_{ДС}, \quad \theta' = \gamma_{ДС} - \gamma_{СК'}. \qquad (2)$$

Плановое положение текущей точки $N(N')$ кривой AB (AB') радиуса R, точек $T(T')$, $P(P')$ бровок, подошвы насыпи земляного полотна можно задать расстоянием s по кривой от точки A до точки $N(N')$ и соответствующими нормалями: $a = 0$, a, $-a$. Условные координаты точек $N(N')$, $T(T')$, $P(P')$ вычисляем по формулам

$$x_{N,T,P(N',T',P')} = x_C - k\,[Б \sin(\gamma_{ДС} + k\varphi) - (R + a) \sin(\gamma_{ДС} + k\beta)]$$
$$y_{N,T,P,(N',T',P',)} = y_C + k\,[Б \cos(\gamma_{ДС} + k\varphi) - (R + a) \cos(\gamma_{ДС} + k\beta)], \qquad (3)$$

где

$$\beta = \frac{180^\circ}{\pi R} S; \quad \varphi = \frac{\theta(')}{2}; \quad Б = l_{СЦ\,(СЦ')} = \frac{R}{\cos\varphi};$$

$k = +1$ при разбивке кривой AB; $k = -1$ при разбивке кривой AB.

Разбивку элементов земляного полотна дороги производим с точки O по вычисленным условным координатам. Значения длин дуг s и нормалей a устанавливаем в соответствии с проектом продольных и поперечных профилей земляного полотна дороги на закруглении.

Средние квадратические ошибки определения планового положения ($m_{T(T')}$ точки $T(T')$ дороги, косвенного измерения угла поворота трассы ($m_{\theta(\theta')}$), расстояний ($m_{l_{ij}}$) получаем, исследуя по правилам теории ошибок вышеприведенные формулы:

$$m^2_{T(T')} = m^2_l + l^2_C \frac{m^2_\gamma}{\rho^2} + l^2_{CT(CT')} \frac{m^2_{\gamma CД}}{\rho^2} + \frac{R^2}{4\cos\frac{\theta(')}{2}} \cdot \frac{m^2_{\theta(\theta')}}{\rho^2},$$

$$m^2_{\theta(\theta')} = [l^2_C(a^2+b^2) + (l_Д a + l_{K(K')} b)^2]\, m^2_l \rho^2 + \frac{1}{4} \times$$

$$\times [(c+1)^2 + (c-d)^2 + (d+1)^2]\, m^2_\gamma,$$

$$m^2_{l_{ij}} = \left[2 - \frac{l^2_i + l^2_j}{l^2_{ij}} \sin^2(\gamma_j - \gamma_i)\right] m^2_l + 2\left[\frac{l_i l_j}{l_{ij}} \sin(\gamma_j - \gamma_i) \frac{m_\gamma}{\rho}\right]^2, \quad (4)$$

где

$$m^2_{\gamma ДC} = (l^2_C + l^2_Д)\, a^2 m^2_l \rho^2 + \frac{1}{2}(c^2+1) m^2_\gamma; \quad (5)$$

$$a = \frac{\sin(\gamma_C - \gamma_Д)}{S^2_1}; \quad b = \frac{\sin(\gamma_{K(K')} - \gamma_C}{S^2_{2(2')}}; \quad c = \frac{l^2_Д - l^2_C}{S^2_1};$$

$$d = \frac{l^2_{K(K')} - l^2_C}{S^2_{2(2')}}.$$

На точность разбивки влияют ошибка задания направления с точки O на точку $T(T')$ и отложения расстояния $l_{OT(OT')}$

$$m^2_P = m^2_l + l_{OT(OT')} \frac{m^2_\gamma}{\rho^2}, \quad (6)$$

а также ошибка m_Φ фиксации разбиваемой точки. Среднюю квадратическую ошибку разбивки точки $T(T')$ находим по формуле

$$M_{T(T')} = \sqrt{m^2_{T(T')} + m^2_P + m^2_\Phi}.$$

Предрассчитаем точность разбивки точки T (см. рисунок) нормали к кривой AB ($R=120$ мм; $\theta=109{,}5°$; $l_C=59{,}8$ м; $l_Д=58{,}1$ м; $l_K=72{,}1$ м; $l_{CT}=68$ м; $s_{CД}=99$ м; $s_{CK}=109$ м; $l_{OT}=30$ м; $\gamma_C\gamma_Д = 114{,}2°$; $\gamma_K - \gamma_C = 111{,}1°$), если $m_l=10$ мм, $m_\gamma=3''$, $m=5$ мм. По формулам (4)—(7) получим $m_\theta=27''$; $m_{s_{CД}}=12$ мм; $m_{s_{CK}}=12$ мм; $m_{\gamma_{ДC}}=16''$; $m_T=26$ мм; $m_P=10$ мм; $M_T=28$ мм.

2. Вершина угла поворота трассы недоступна.

Станцию стояния тахеометра O (см. рисунок) выбираем так, чтобы были видны участок разбивочных работ и по две точки E, $Д$; K, $Л$ (K', $Л'$) на касательных. Измеряем направления γ_i на эти точки и расстояния l_i к ним. Используя результаты измерений, вычисляем вначале условные координаты точек, а затем условные дирекционные углы $\gamma_{ЕД}=\gamma_{ДС}$, $\gamma_{КЛ}=\gamma_{СК}$ ($\gamma_{К'Л'}=\gamma_{СК'}$) и расстояния $l_{ЕД}$, $l_{КЛ}$ ($l_{К'Л'}$). Путем решения прямой засечки по направлениям находим условные координаты вершины угла поворота C. По (2) определяем значение угла $\theta(\theta')$. По этим данным, как и в случае, когда вершина угла поворота трассы доступна, проводим разбивку элементов земляного полотна дороги.

Среднюю квадратическую ошибку определения угла поворота трассы находим из выражения

$$m_{\theta(\theta')}=\sqrt{m^2_{\gamma ЕД}+m^2_{\gamma КЛ(К'Л')}}, \qquad (7)$$

в котором значения $m^2_{\gamma ЕД}$, $m^2_{\gamma КЛ(КЛ')}$ вычисляем по (5). Среднюю квадратическую ошибку собственно определения планового положения вершины угла C можно записать согласно формуле прямой угловой засечки

$$m^2_C=\frac{m^2_{\gamma ЕД}\,l^2_{ДС}+m^2_{\gamma КЛ(К'Л')}\,l_{СК(СК')}}{\rho^2\sin^2\theta(')}. \qquad (8)$$

Влияние средних квадратических ошибок планового положения точек $Д$, $K(K')$ на точность определения положения вершины угла поворота C можно выразить формулой [1]

$$m^2_И=\frac{1}{l_{ДК(ДК')}}\left(l^2_{СК(СК')}\,m^2_Д+l^2_{ДС}\,m^2_{К(К')}-l_{СК(СК')}\,l_{ДС}\cos\alpha\, m_Д\, m_{К(К')}\right), \qquad (9)$$

где

$$m^2_Д=m^2_{lД}+l^2_Д\frac{m^2_\gamma}{\rho^2};\quad m^2_{К(К')}=m^2_{l_{К(К')}}+l^2_{К(К')}\frac{m^2_\gamma}{\rho^2};\quad \alpha=180^\circ-\theta'.$$

Среднюю квадратическую ошибку разбивки точки $T(T')$ закругления в случае, когда вершина угла поворота трассы недоступна, можно вычислить по формуле

$$M_{T(T')}=\sqrt{m^2_{T(T')}+m^2_И+m^2_Р+m^2_Ф}, \qquad (10)$$

где

$$m^2_{T(T')}=m^2_C+l^2_{СТ(СТ')}\frac{m^2_{\gamma ЕД}}{\rho^2}+\frac{R^2}{4\cos^4\frac{\theta(')}{2}}\cdot\frac{m^2_{\theta(\theta')}}{\rho^2} \qquad (11)$$

Предрассчитаем точность разбивки той же точки T закругления (см. рисунок) в случае, когда точка C недоступна. Для расчета примем следующие исходные данные: $R=120$ м; $\theta=109{,}5^\circ$;

$l_E=162{,}7$ м; $l_Д=58{,}1$ м; $\gamma_Д-\gamma_E=22{,}1°$; $l_К=72{,}1$ м; $l_Л=173{,}9$ м; $\gamma_Л-\gamma_К=18{,}5°$; $s_{ЕД}=111$ м; $s_{КЛ}=108$ м; $l_С=59{,}8$ м; $l_{ОТ}=30$ м; $l_{ДК}=120$ м; $l_{СТ}=68$ м; $m_l=10$ мм; $m_\gamma=3''$; $m_Ф=5$ мм. По формулам (5), (8)—(12) получим: $m_{\gamma_{ЕД}}=12''$; $m_{\gamma_{КЛ}}=12''$; $m_\theta=17''$; $m_{s_{ЕД}}=13$ мм; $m_{s_{КЛ}}=13$мм; $m_С=10$ мм; $m_И=11$ мм; $m_Т=18$ мм; $M_Т=24$ мм.

3. Разбивка закругления в сложных условиях местности.

Если не обеспечивается видимость на исходных точках касательных, то прокладывают теодолитный ход $Е—Д—Г(Г')—Ж(Ж')—\ldots—К(К')—Л(Л')$. Для контроля теодолитный ход следует замкнуть. Используя координаты точек $Е$, $Д$, $К(К')$, $Л(Л')$ касательных, как и в случае, когда вершина угла поворота трассы недоступна, вычисляем дирекционные углы направлений касательных (тангенсов) и координаты вершины угла поворота $С$. Тахеометр поочередно устанавливаем в точках теодолитного хода. Лимб прибора ориентируем таким образом, чтобы при визировании на другую точку хода отсчет по горизонтальному кругу соответствовал значению дирекционного угла направления визирования. Так как угол поворота трассы, значения дирекционных углов направлений тангенсов и координаты станции стояния тахеометра, вершины угла поворота $С$ известны, это дает возможность по формулам (3) вычислить координаты точек элементов земляного полотна и выполнить разбивку закругления.

Способ разбивки круговых кривых с произвольных точек требует точных измерений. Направления необходимо измерять с ошибкой не более 2 . . . 3″, расстояния — 5 . . . 10 мм. Отражатели в исходных точках трассы следует центрировать при помощи оптических отвесов.

Рассмотренный способ разбивки закруглений позволяет выполнить геодезические работы в условиях строительной площадки с минимального количества удобных для наблюдения станций стояния электронного тахеометра, не прерывая при этом работу строительных машин. При этом способе понижается трудоемкость, повышается производительность труда.

1. *Левчук Г. П., Новак В. Е., Конусов В. Г.* Прикладная геодезия: Основные методы и принципы инженерно-геодезических работ: Учебник для вузов. М., 1981. 2. *Пряха Б. Г.* О детальной разбивке круговых кривых с произвольных точек // Геодезия и картография. 1985. № 7. С. 22—26. 3. *Щупель С. А.* Решение обратной геодезической задачи на программируемых микрокалькуляторах // Геодезия и картография. 1985. № 7. С. 51—52.

Статья поступила в редколлегию 24. 04. 86