

УДК 528.2:550.311

ПРО ОДИН МЕТОД ІНТЕРПОЛЯЦІЇ АНОМАЛІЙ СИЛИ ВАГИ

© Євсєєва Є.М., Абрикосов О.А., Мацьків А.В., 1999

ДУ “Львівська політехніка”

Проанализирована зависимость аномалий силы тяжести от высоты,

представленной в виде интерполяционного полинома на территории
Западных и Восточных Карпат.

Сделан вывод о том, что строить подобные полиномы для решения
задачи интерполяции можно только для небольших территорий с известным
распределением плотностей пород.

In the paper the attempt for analysis of the gravity anomalies and heights
dependence, represented by interpolation polynomial on the West and East
Carpathian territories is undertaken.

The conclusion about the construction that interpolation polynomial for decision of the interpolation tasks is possible only for little territories with known distribution of the rock densities.

З дослідень гравітаційного поля Землі відома залежність аномалій сили ваги Δg від висоти місцевості у вигляді рівняння регресії [1,4]:

$$\Delta g = a + bh, \quad (1)$$

де a – деяке середнє значення аномалії сили ваги, мГал; b – коефіцієнт, емпірично знайдений і теоретично ідентифікований як величина 0.1119 мГал/м [4].

Коефіцієнт b пов'язаний з деякою моделлю розподілу густини у земній корі.

Із збільшенням інформації про гравітаційне поле Землі дослідження залежності (1) не завжди приводило до вищезазначених результатів. Вчені стали шукати причину таких розбіжностей. Найчастіше вони почали приходити до висновку, що розбіжності можуть бути пов'язаними із наявністю чи відсутністю компенсації видимих мас рельєфу на якісь глибині іншими щільнішими масами. У тому випадку, коли така компенсація відсутня, залежність (1) матиме вигляд (2):

$$\Delta g = \Delta gr + 2\pi f \delta (h - Hr), \quad (2)$$

де Δgr – регіональна аномалія, що приймає постійне значення в межах певної обмеженої області, мГал; Hr – середня висота місцевості в радіусі r даної області, м; $2\pi f \delta = 0.1119$ мГал/м; f – гравітаційна константа; δ – густина порід, що складає земну кору.

У подальших дослідженнях формула (2) перестала задовольняти дослідників гравітаційного поля, оскільки унеможливлювала впевнено інтерполювати аномалії сили ваги у гірських районах. Тоді було запропоновано інтерполяційний ряд вигляду [1]:

$$\Delta g = k1h + k2Hr1 + k3Hr2 + k4Hr3 + \dots, \quad (3)$$

де h – висота точки, в якій обчислюється аномалія, м; $Hr1, Hr2, Hr3, \dots$ – усереднені висоти у відповідних радіусах околу ($r1(r2(r3(\dots))$, м; $k1, k2, k3, \dots$ – невідомі коефіцієнти.

Коефіцієнти $k1, k2, k3, \dots$ повинні мати певний фізичний зміст. При порівнянні виразів (2) та (3) можна побачити, що коефіцієнти $k1=2\pi f \delta$, а $k2=-2\pi f \delta$ або $k1=0.1119$ мГал/м, $k2=-0.1119$ мГал/м.

Дослідники залежності (1) за результатами своїх розрахунків давали рекомендації щодо визначення радіусів $r1, r2, r3, \dots$ Оскільки такі дослідження пов'язували з гіпотезою компенсації видимих мас рельєфу на якісь глибині, то радіуси $r1, r2, r3, \dots$ було названо радіусами регіональної компенсації і рекомендовано їх величини брати у межах від ~20 км до ~80 км [3], тобто вважалось, що структура рельєфу такого розміру може компенсуватись самостійно.

У даній роботі було поставлене завдання знаходження коефіцієнтів інтерполяційного ряду (3). Для цього була використана така інформація:

висоти рельєфу та аномалії сили ваги у редукції Фая в окремих точках на території гірських систем Татр (Чехія) та Південно-Східних Карпат (Україна);

усереднені значення цих величин за трапеціями $5' \times 7'.5$ ($\phi \times \lambda$), для території розміром по довготі від $\lambda_1 = 16^0$ до $\lambda_2 = 30^0$, по широті від $\phi_1 = 45^0$ до $\phi_2 = 52^0$. Далі висоти трапецій $5' \times 7'.5$ усереднювались за більшими трапеціями $20' \times 30'$ і $1^0 \times 1^0$. Отже, були отримані масиви усереднених висот для вищезазначеної території з радіусами усереднення $r_1 = 5.24$ км, $r_2 = 21$ км, $r_3 = 58.8$ км. Це дало змогу скласти поліном (3) для чотирьох коефіцієнтів – k_1, k_2, k_3, k_4 .

Для отримання цих коефіцієнтів були складені різні масиви даних: 1) спочатку було відібрано по 20 точок на Південно-Східних Карпатах (Україна) і Татрах (Чехія), які охоплювали весь діапазон висот цих територій; 2) другий масив даних складався з такої ж кількості точок, але підібраних з врахуванням рекомендацій роботи [1] – невеликої області дослідження та рівномірного розташування точок по області; 3) далі була використана інформація з великою кількістю точок ($n_1 = 120$ для Південно-Східних Карпат (Україна) та $n_2 = 95$ для Татр (Чехія)); 4) останній масив точок був підібраний для конкретних геолого-геоморфологічних структур з малим діапазоном висот (Скибові Татри з висотами від 800 м до 1500 м та Скибові Карпати з висотами від 400 м до 900 м).

Для кожного масиву даних коефіцієнти вираховувались окремо для Татр та Південно-Східних Карпат. Для кожного з цих масивів складалась система рівнянь лінійного виду (4):

$$AX + L = \varepsilon, \quad (4)$$

де A – матриця висот (5) як матриця коефіцієнтів при невідомих; X – вектор невідомих (6); L – вектор вільних членів (7) як вектор аномалій сили ваги у редукції Фая.

$$A_{i \times 4} = \begin{bmatrix} h_1 & H_{r1,1} & H_{r2,1} & H_{r3,1} \\ h_2 & H_{r1,2} & H_{r2,2} & H_{r3,2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots \\ h_i & H_{r1,i} & H_{r2,i} & H_{r3,i} \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$X_{4 \times 1} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$L_{i \times 1} = \begin{bmatrix} \Delta g_1 \\ \Delta g_2 \\ \vdots \\ \Delta g_i \end{bmatrix}, \quad (7)$$

де i – кількість нормальних рівнянь.

Система рівнянь (4) розв'язувалась за умовою найменших квадратів (8):

$$\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \min . \quad (8)$$

Згідно з умовою (8) вектор невідомих визначався за формулою (9)

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L . \quad (9)$$

Результати розрахунків коефіцієнтів ряду (3) наведені у таблиці.

**Результати розрахунків коефіцієнтів інтерполяційного ряду
для різних регіонів**

№	Регіони	k1	k2	k3	k4
1.1	Татри	0.0868	-0.1658	0.2310	-0.1027
1.2	Південно-Східні	0.1498	-0.0535	0.0218	-0.0400
	Карпати				
2.1	Татри	0.1180	0.0380	-0.1261	-0.2066
2.2	Південно-Східні	0.0440	-0.0326	0.1368	-0.1551
	Карпати				
3.1	Татри	0.0562	0.0415	0.1614	-0.2694
3.2	Південно-Східні	0.0442	-0.0155	-0.0453	0.0252
	Карпати				
4.1	Скибові Татри	0.0790	-0.1084	-0.1398	-0.2031
4.2	Скибові Карпати	0.0681	-0.1962	-0.1403	-0.1862
5.	Два масиви разом	0.0823	-0.1073	-0.1531	-0.2167

Розмірність усіх коефіцієнтів – $k1, k2, k3, k4$ мГл/м.

Аналізуючи результати, необхідно відзначити, що:

1) Гіпотеза щодо числових значень коефіцієнтів $k1$ та $k2$ не підтверджується.

2) Впорядкованість за знаками коефіцієнтів також порушена.

3) Сумарна обробка двох масивів суттєво не змінила результат.

Пояснити це можна по-різному, а саме: розглянуті радіуси усереднення не відповідають можливому радіусу структури, яка може самостійно скомпенсуватися. За роботою [3] найменший такий радіус усереднення для регіону Карпат ~60 км, тому коефіцієнти $k1$ та $k2$, які відповідають радіусам усередненим за $r_1 = 5.24$ км, $r_2 = 21.0$ км, не відтворюють концепції компенсації структур. Аналізуючи коефіцієнти $k1$ та $k2$, четвертого та п'ятого розділів таблиці, бачимо, що в них підтверджується переважно лише знак, а числові величини $k1$ та $k2$ коливаються навколо значень 0.068 мГл/м та 0.108 мГл/м. Очевидно вони теж відрізняються від теоретичних значень $\pm 2\pi f\delta$ мГл/м. Потрібно зазначити, що числове значення $\pm 2\pi f\delta = \pm 0.1119$ мГл/м відповідає густині $\delta = 2.67$ г/см³, яка приймається за середню густину земної кори усієї Земної кулі. У

кожному регіоні густина земної кори буде різною, тому і коефіцієнт ($\pm 2\pi/\delta$) змінюватиметься за літологічним складом земної кори. На наш погляд, значення коефіцієнта ± 0.1119 мГл/м занадто усереднене і його потрібно розраховувати для подібних геолого-геоморфологічних структур, як це показано у 4 розділі таблиці.

Отже, поліном (3) треба будувати для невеликої області та бажаю з відомим літологічним складом, і з такими радіусами усереднення висот, що відповідають радіусам компенсації структур.

1. Евсеев С.В. О связи гравитационных аномалий с высотами рельефа / Геодезия и аэрофотосъемка // Изв. вузов, 1970. № 6. С. 21-24.
2. Сердюченко Б.Я. Розробка алгоритмів та програмування мовою Turbo Pascal / Паритет, Харків, 1995.
3. Скуин Б.Л. Зависимость аномалий силы тяжести от высот в горной области. Сб. "Геодезия, картография и аэрофотосъемка". Львов, 1967. № 6. С. 34-36.
4. Таранов В.А. Зависимость аномалий силы тяжести от высот при выводе средних гравиметрических характеристик // Труды ЦНИИГАИК, 1962, № 145. 137 с.