

УДК 528.21/22

## ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ МОДЕЛІ ЗАЛИШКОВОЇ ТОПОГРАФІЇ

© Щербань І.Б., 1999

ДУ "Львівська політехніка"

Рассмотрена редукция остаточной модели топографии, разработана и протестирована методика вычисления RTM редукции в сферическом приближении.

The residual terrain model reduction was considered. The computation technic of RTM reduction was laboured and tested using spherical approach.

При моделюванні гравітаційного поля за методикою "усунення–відновлення" [1] виникає потреба обчислення впливу певної фіксованої моделі топографічних мас. Як таку модель пропонується використати модель залишкової топографії [2].

При обчисленні впливу моделі залишкової топографії за традиційною методикою використовується планове наближення, тобто топографічні маси представлені нескінченно простягнутою площиною. Однак можна отримати досить прості вирази для сферичної апроксимації, яка більш природно відтворює фігуру Землі.

Потенціал, створений топографічними масами у сферичному наближенні, можна представити таким виразом [3]:

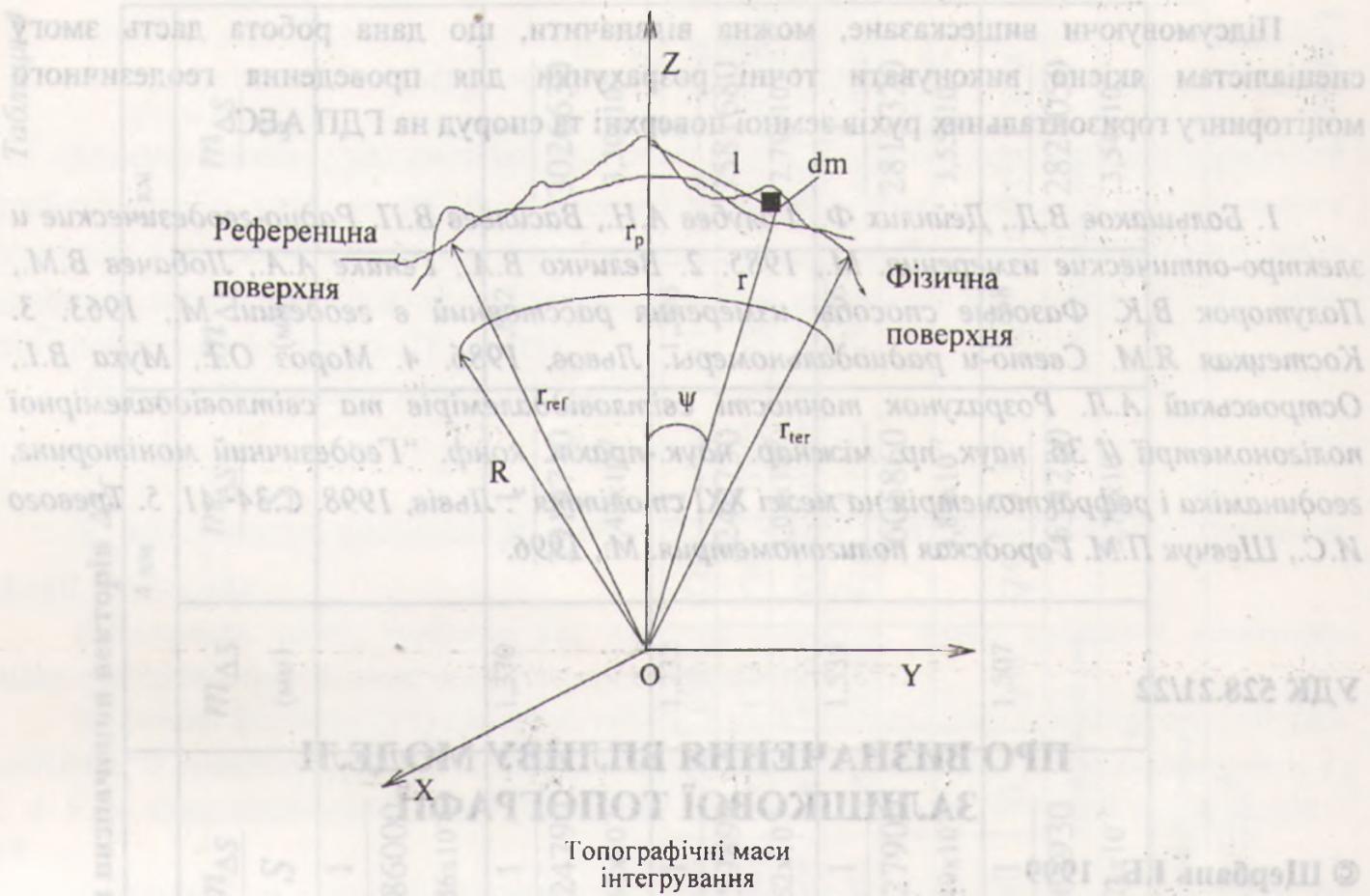
$$V_T = k\rho \iiint \frac{d\tau}{l}, \quad (1)$$

де  $k$  – гравітаційна стала;  $\rho$  – густина топографічних мас.

Відстань між фіксованою  $P$  та біжучою  $Q$  точками виражається за формулою

$$l = \sqrt{r_P^2 + r^2 - 2r_P r \cos \psi}. \quad (2)$$

Елементи формул показані на рис.1.



Елемент об'єму  $d\tau$  у сферичних координатах виражається так:

$$d\tau = r^2 d\sigma dr, \quad (3)$$

де  $d\sigma$  – елемент поверхні ( $d\sigma = \sin \psi d\psi d\alpha$ ).

Підставивши (2) і (3) в (1), отримаємо:

$$V_T = k\rho \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{\psi=0}^{\psi_0} \int_{r=R}^{r_{ter}} \frac{r^2 \sin \psi d\psi d\alpha dr}{\sqrt{r_P^2 + r^2 - 2r_P r \cos \psi}}. \quad (4)$$

При врахуванні топографічних мас інтегрування виконується ззовні середньої земної сфери ( $R < r < r_{topo}$ ), однак при визначенні впливу залишкової топографії інтегрування ведеться відносно референцної поверхні. Врахувавши усе це, вираз (4) буде мати вигляд:

$$V_{RTM} = k\rho \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{\psi=0}^{\psi_0} \int_{r=r_{ref}}^{r_{ter}} \frac{r^2 \sin \psi d\psi d\alpha dr}{\sqrt{r_P^2 + r^2 - 2r_P r \cos \psi}}. \quad (5)$$

Проінтегрувавши цей вираз, отримаємо замкнену формулу для визначення потенціалу моделі залишкової топографії:

$$(1) \quad V_{RTM} = 2\pi k\rho \left[ \frac{(r_P^2 + r^2 - 2r_P r \cos \psi)^{3/2}}{3r_P} + \frac{\cos \psi (r - r_P \cos \psi) \sqrt{r_P^2 + r^2 - 2r_P r \cos \psi}}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{r_P^2 \cos \psi \sin^2 \psi}{2} \operatorname{Arsh} \frac{r - r_P \cos \psi}{r_P \sin \psi} \right] \Big|_{r_{ref}}^{\psi_2}. \quad (6)$$

Визначивши потенціал, створений залишковою моделлю топографічних мас, не важко знайти вплив цієї моделі на висоти геоїда за формулою Брунса

$$\delta N_{RTM} = \frac{V_{RTM}}{\gamma} \quad (7)$$

Оскільки вплив моделі мас на аномалії сили ваги не є інше як похідна з оберненим знаком по  $r_p$  від потенціалу створеного цією моделлю, то продиференціювавши вираз (6), отримаємо:

$$\delta g_{RTM} = -2\pi k\rho \left\{ \sqrt{r_p^2 + r^2 - 2r_p r \cos \psi} \times \right. \\ \times \frac{3r_p(r_p - r \cos \psi) - (r_p^2 + r^2 - 2r_p r \cos \psi)}{3r_p^2} + \\ \left. + \frac{\cos \psi}{2} \left( \frac{(r - r_p \cos \psi)(r_p - r \cos \psi) - \cos \psi(r_p^2 + r^2 - 2r_p r \cos \psi)}{\sqrt{r_p^2 + r^2 - 2r_p r \cos \psi}} \right) \right\} + \quad (8)$$

Поправка за погану точність спостереження виконується на рівнинній місцевості:

$$+ \frac{\cos \psi \sin^2 \psi}{2} \left( 2r_p \operatorname{Arsh} \frac{r - r_p \cos \psi}{r_p \sin \psi} - \frac{r_p r}{\sqrt{r_p^2 + r^2 - 2r_p r \cos \psi}} \right)$$

Описаний підхід застосовано для обчислення впливу моделі залишкової топографії на висоти геоїда та аномалії сили ваги, використано вирази (6) та (8), відповідно. Для того ж району обчислені ті ж величини, але використаний плановий підхід. Статистика результатів обчислень подана у табл.1, а статистика різниць між плановим та сферичним наближенням – у табл.2.

## Статистика результатів обчислень

Статистика результатів їх підсумку				
Плановий підхід				
Величини	мінімум	максимум	середнє	станд. відх.
$\delta g_{RTM}$	-10.157	11.191	2.037	3.838
$\delta N_{RTM}$	-0.287	0.336	0.006	0.172
Сферичний підхід				
$\delta g_{RTM}$	-10.837	11.816	2.690	4.228
$\delta N_{RTM}$	-0.257	0.338	0.006	0.166

Таблиця 2

#### Статистика різниць між плановим та сферичним наближенням

Величини	мінімум	максимум	середнє	станд. відх.
$\delta g_{RTM}$	0.000	0.790	0.102	0.095
$\delta N_{RTM}$	0.000	$3.0 \times 10^{-5}$	$1.2 \times 10^{-5}$	$1.1 \times 10^{-5}$

Як видно, за результатами, наведеними у табл.2, різниці між плановим та сферичним підходом до обчислення поправок за вплив моделі залишкових топографічних мас менші, ніж 1 мГал. Таких результатів необхідно чекати, тому що дослідження проводилось для малої території, а саме –  $33.3 \times 16.6$  км. Очевидно, що для невеликих районів можна використовувати планове наближення, однак для врахування більш віддаленої топографії (наприклад, сферичних зон Хейфорда [4]), на мою думку, доцільніше використовувати сферичний підхід для обчислення цього впливу.

1. Forsberg R. (1984) *A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling*, OSU, report 355, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Ohio, USA.
2. Forsberg R., C.C. Tscherning (1981) *The use of height data in gravity field approximation by collocation*, J. Geophys. Res. Vol. 86, B9, pp. 7843-7854.
3. Moritz H. (1968) *On the use of the terrain correction in solving Molodensky's problem*, OSU, report 108, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Ohio, USA.
4. Шимбиров Б. П. *Теория фигуры Земли*. М., 1975.