УДК 528.21/22

ПРО ВРАХУВАННЯ ВПЛИВУ ЗАЛИШКОВОЇ ТОПОГРАФІЇ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ РЕГІОНАЛЬНОГО ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ

© Щербань І.Б., Абрикосов О.А., 1999
ДУ "Львівська політехніка"

Рассмотрены основные топографические редукции, разработана и протестирована методика вычисления RTM редукции.

Basic topography reductions was considered. The computation technic of RTM reduction was laboured and testing.

Моделюючи гравітаційне поле Землі з використанням техніки "усунення–відновлення", ми діємо за такою схемою [3]:

1) із спостережених величин $L_i^{obs}(T)$ "усуваємо" вплив топографічних мас $L_i(T_m)$ і отримуємо:

$$L_i^{obs}(T^c) = L_i^{obs}(T) - L_i(T_m); \tag{1}$$

2) отримавши редуковане значення, застосовуємо до нього відповідну техніку моделювання і отримуємо прогнозовані редуковані величини $L_j^{pred}(\widetilde{T}^c)$;

3) при процедурі "відновлення" до прогнозованих редукованих величин $L_j^{pred}(\widetilde{T}^c)$ додаємо вплив топографічних мас $L_j(T_m)$ і отримуємо значення шуканої величини:

$$L_j^{pred}(\widetilde{T}) = L_j^{pred}(\widetilde{T}^c) + L_j(T_m). \tag{2}$$

Виникає питання вибору редукції для процедури "усунення" ($L_i(T_m)$). Як відомо, є *досить багато редукцій, які враховують вплив топографічних мас. Однак необхідно* підібрати таку редукцію, щоб після її врахування редуковане поле було досить гладким.

Наведемо деякі найбільш вживані редукції.

Поправка за рельєф навколишньої місцевості деколи називається <u>топографічною</u> поправкою. Поправка за рельєф у лінійному наближенні запишеться так:

$$C_P = \frac{1}{2} G\rho R^2 \iint_\sigma \frac{(h_i - h_P)^2}{l_{0i}^3} d\sigma, \tag{3}$$

де ρ – густина топографічних мас; h_P та h_i – висоти фіксованої та біжучої точок, а

$$l_{0i} = 2R \sin\frac{\psi_i}{2}, \tag{4}$$

де ψ_i – центральний кут між фіксованою та біжучою точками.

Ця поправка приводить спостережене значення сили тяжіння до такого випадку, ніби точка спостереження знаходиться на рівнинній місцевості.

Поправка за притягання усіх мас, які знаходяться між точкою спостереження та рівнем моря, ніби усуває усі ці маси. Ця поправка разом з поправкою за висоту точки над рівнем моря (якщо необхідно, то і з поправкою за рельєф), називається <u>поправкою Буге</u>

$$\Delta g_B = 2\pi G\rho h_p - C_p. \tag{5}$$

Поправка за вплив залишкової топографії (RTM) враховує тільки короткохвильові впливи, що дуже важливо при обробці локального регіону, особливо у гірській місцевості. Така властивість досягається вибором гладкої референцної поверхні і "усуненням" усіх мас вище цієї поверхні та "заповненням" пустот, що знаходяться нижче від цієї поверхні. Референцною поверхнею може бути будь-яка гладка поверхня. Переважно як таку поверхню вибирають поверхню середніх висот регіону або поверхню, обчислену за сферичним гармонічним розкладом топографії Землі [3].

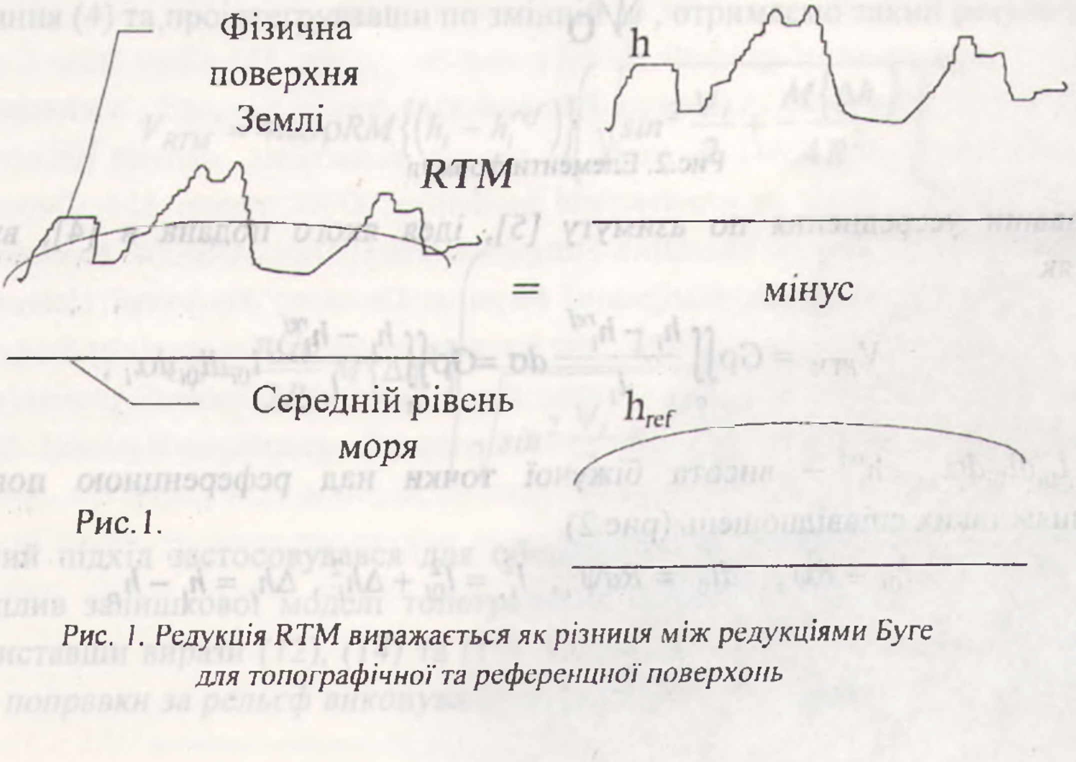

Рис.1.

Рис. 1. Редукція RTM виражається як різниця між редукціями Буге для топографічної та референцної поверхонь

Редукцію за RTM можна розглядати як різницю між двома редукціями Буге: "видаляється" вплив топографії $L(T)_{B.TOPO}$, а тоді "відновлюється" вплив згладженої топографії $L(T)_{B.REF.TOPO}$ (рис.1):

$$L(T)_{RTM} = L(T)_{TOPO} - L(T)_{REF.TOPO}. \qquad (6)$$

Отже, для аномалій сили ваги запишемо:

$$\Delta g_{RTM} = 2\pi G\rho\left(h_p - h_p^{ref}\right) - C_p, \qquad (7)$$

де h_p^{ref} – висота фіксованої точки над референцною поверхнею.

Для обчислення впливу топографічних мас на геоїд необхідно визначити потенціал, генерований цими масами. Для цього скористаємося виразом [1]:

$$V_p = G\rho\iint_{\sigma}\int_{z=0}^{h}\frac{dz d\sigma}{l_i}. \qquad (8)$$

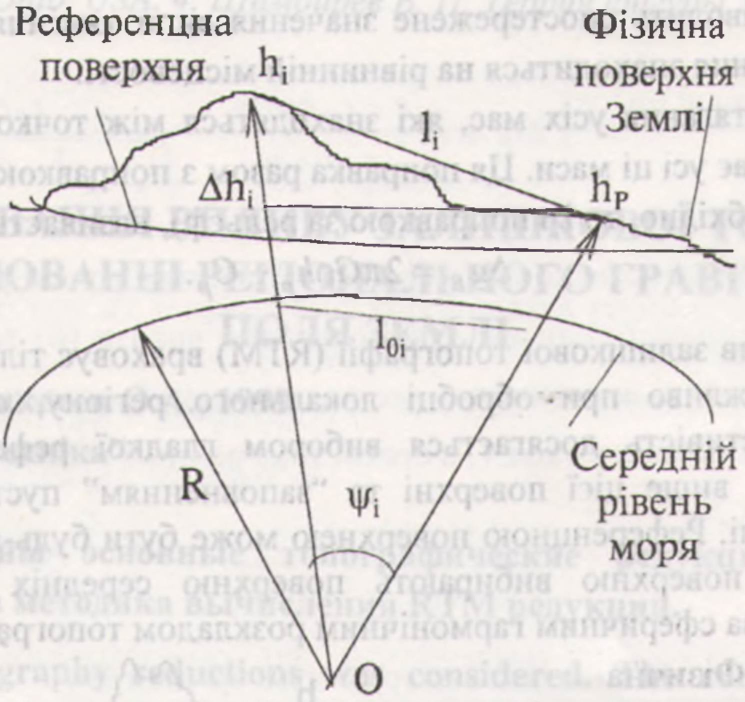

Рис.2. Елементи формул

Виконавши усереднення по азимуту [5], ідея якого подана в [4], вираз (10) запишемо як

$$V_{RTM} = G\rho\iint_{\sigma}\frac{h_i - h_i^{ref}}{l_i}d\sigma = G\rho\iint_{\sigma}\frac{h_i - h_i^{ref}}{l_i}l_{0i}dl_{0i}d\alpha_i, \qquad (9)$$

де $d\sigma = l_{0i}dl_{0i}d\alpha_i$, h_i^{ref} – висота біжучої точки над референцною поверхнею. З врахуванням таких співвідношень (рис.2)

$$l_{0i} \cong R\psi_i,\ dl_{0i} = Rd\psi_i,\ l_i^2 = l_{0i}^2 + \Delta h_i^2,\ \Delta h_i = h_i - h_p$$

цей вираз перепишеться як

$$V_{RTM} = 2\pi G\rho R \int_0^{\psi} \frac{M\left\{h_i - h_i^{ref}\right\}\psi_i d\psi_i}{\sqrt{\psi_i^2 + \frac{M\left\{\Delta h_i^2\right\}}{R^2}}}, \tag{10}$$

де $M\left\{f(\bullet)\right\}$ – оператор усереднення по азимуту:

$$M\left\{f(\bullet)\right\} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\bullet)d\alpha.$$

Якщо так само модифікувати поправку за рельєф

$$C_P = \frac{1}{2} G\rho \iint_{\sigma} \frac{(h_i - h_P)^2}{l_{0i}^3} d\sigma,$$

то одержимо вираз:

$$C_P = \frac{\pi G\rho}{R}\int_0^{\psi} M\left\{\Delta h_i^2\right\} \frac{\psi_i d\psi_i}{\left(\psi_i^2 + \frac{M\left\{\Delta h_i^2\right\}}{R^2}\right)^{3/2}}, \tag{11}$$

RTM поправку в аномалію сили ваги можна обчислити за виразом:

$$\Delta g_{RTM} = 2\pi G\rho\left(h_P - h_P^{ref}\right) - C_P - \frac{2}{R}V_{RTM}, \tag{12}$$

а вплив залишкової моделі рельєфу на висоти геоїда за формулою Брунса

$$N_{RTM} = \frac{V_{RTM}}{\gamma}. \tag{13}$$

Розглянемо інший підхід до розв'язку даної задачі. Підставивши у вирази (10) та (11) рівняння (4) та проінтегрувавши по змінній ψ, отримаємо такий результат:

$$V_{RTM} = 4\pi G\rho R M\left\{\left(h_i - h_i^{ref}\right)\right\}\left(\sqrt{\sin^2\frac{\psi_i}{2} + \frac{M\left\{\Delta h_i\right\}}{4R^2}}\right)\Bigg|_{\psi_1}^{\psi_2}; \tag{14}$$

$$C_P = \frac{\pi G\rho}{2R} M\left\{\Delta h_i^2\right\}\left(\frac{1}{\sqrt{\sin^2\frac{\psi_i}{2} + \frac{M\left\{\Delta h_i^2\right\}}{4R^2}}}\right)\Bigg|_{\psi_1}^{\psi_2}. \tag{15}$$

Описаний підхід застосовувався для обчислення геоїду на півдні Франції. Було обчислено вплив залишкової моделі топографії на аномалію сили ваги та на висоти геоїда, використавши вирази (12), (14) та (15), відповідно, [5]. Інтегрування виразу для потенціалу та поправки за рельєф виконувалось за допомогою квадратурних методів. За вихідні дані були взяті координати 795 точок та їх висоти над рівнем моря. Результати обчислень подані у табл. 1.

Таблиця 1

Статистика результатів описаного методу (мГал/м)

Значення	Мінімум	Максимум	Середнє	Стандартне відхилення
Δg_{RTM}	-30,286	29,415	-5,674	12,177
N_{RTM}	-0,416	-0,054	-0,231	0,103

Для того ж району було визначено, використовуючи вирази (16), (17), (14) та (15), поправку за рельєф, вплив RTM поправки на висоти геоїда та залишкову аномалію сили ваги Δg_{RTM}. Як вихідні дані для обчислень було використано 648 точок з відомими висотами над рівнем моря. Результати обчислень подані у табл. 2.

Таблиця 2

Статистика результатів нового методу (мГал/м)

Величина	Мінімальна	Максимальна	Середня	Стандартне відхилення
Висота h, $м$	283,00	751,00	493,69	111,95
C	0,000	19,016	3,829	2,234
Δg_{RTM}	-29,654	15,086	-3,848	8,170
N_{RTM}	-0,439	0,221	0,011	0,108

Як видно з таблиць результати обчислень відрізняються. Причиною цього є використання різного обсягу вихідної інформації та різниці між виразами, взятими для обчислення.

1. Moritz H.(1968) On the use of the terrain correction in solving Molodenscy's problem, OSU report 108, Department of geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Ohio, USA. 2. Moritz H. (1980) Advanced Physical Geodesy section 48, Wichman Verlag, Karlsruhe. 3. Forsberg R. (1984) A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling, OSU, report 355, Department of geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Ohio, USA. 4. Heiscanen W., H. Moritz (1967) Physical Geodesy, Institute of Physical Geodesy, Technical University, Graz, Austria. 5. Z. Jiang, H. Duquenne (1995) Fast integration for the integrals of Stokes, potential and terrain correction in geoid determination, Presented to XX General Assembly of Europe Geophysical Society, Hamburg, 3-7, April 1995, Institut Geographique National, Saint Mande, France.