

## ФОРМУЛА ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ СЕРЕДНИМИ ТА СЕРЕДНИМИ КВАДРАТИЧНИМИ АНОМАЛЬНИМИ ВЕРТИКАЛЬНИМИ РЕФРАКЦІЯМИ В ТУРБУЛЕНТНІЙ АТМОСФЕРІ

© Островська О.А., 2003

*Рассматриваются аномальные рефракционные влияния на геодезические измерения в условиях термически-турбулентной атмосферы. Выведена формула зависимости между средними и средними квадратическими аномальными вертикальными рефракциями в турбулентной атмосфере.*

*The influences of the anomalous refraction on geodetic measurements in conditions of thermally turbulent atmosphere are considered. The formula of the dependence middle and middle square anomalous vertical refractions in turbulent atmosphere is deduced.*

### Постановка задачі, актуальність теми

В умовах термічно-турбулентної атмосфери, тобто при нестійкій стратифікації нижніх прошарків повітря, на виміри зенітних кутів при тригонометричному нівелюванні та перевищень при геометричному нівелюванні відповідно впливають середні аномальні рефракції –  $\delta''_{ан.сер.}$  (в секундах дуги) та  $r_{ан.сер.}$  в міліметрах. У метеорології, геофізиці, при вивченні ступеня турбулентності атмосфери при нестійкій стратифікації, вимірюють повні середні квадратичні значення рефракції –  $\sigma''_{кв.}$ . Формула переходу від середніх рефракцій до середніх квадратичних і навпаки дозволить використовувати ці значення рефракції при розв'язанні геодезичних і метеорологічних задач. Тому така формула становить як практичний, так і теоретичний інтерес.

### Сучасний стан проблеми. Виведення формули середньої квадратичної рефракції для неоднорідного рефракційного поля

Формула середньої аномальної вертикальної рефракції, виражена в функції максимального розмаху (подвійної амплітуди) коливань зображень –  $\sigma_{max}$  має вигляд [1]

$$\delta''_{ан.сер.} = \frac{1}{2} \sigma''_{max}, \quad (1)$$

$$\text{де } \sigma''_{max} = 16,264 \frac{P}{T^2} L \gamma_{ан.ек.сер.}, \quad (2)$$

$$\gamma_{ан.ек.сер.} = \frac{2}{L^2} \int_0^L \gamma_{ан.ек.сер.} s ds. \quad (3)$$

З формул (1)-(3) не важко зрозуміти, що вимірявши вертикальний розмах коливань зображень –  $\sigma''_{max}$ , можемо знайти аномальну рефракцію, а також обчислити за формулою (2) (при відомих тиску –  $P$  і температурі –  $T$ , які достатньо виміряти в одній, двох точках траси  $L$ ) вертикальний, аномальний, середній еквівалентний градієнт температури  $\gamma_{ан.ек.сер.}$ . При цьому немає потреби користуватися інтегральною формулою (3), яка для визначення  $\gamma_{ан.ек.сер.}$  вимагає вимірювати точкові градієнти  $\gamma_{ан.ек.сер.}$  в кожному нескінченно малому відрізку  $ds$  ( $s$  – віддалі від візирної цілі до точки інтегрування).

Вимірювання точкових градієнтів температури в нескінченно великому числі точок траси практично не може бути реалізовано. У цьому і полягає основна складність вирішення проблеми рефракції. При нестійкій стратифікації ця проблема вирішується заміною вимірів у багатьох точках аномальних градієнтів  $\gamma_{ан.ек.сер.}$  на виміри в одній точці розмаху максимальних коливань –  $\sigma_{max}$ , які несуть інформацію про градієнти температури зі всієї траси  $L$ .

Нагадаємо, що при нестійкій стратифікації точкові аномальні градієнти температури флюктують в границях від  $\gamma_{ан.мин} = 0$  до  $\gamma_{ан.макс}$ , так що

$$\gamma_{ан.сер.} = \frac{\gamma_{ан.мин} + \gamma_{ан.макс}}{2} = \frac{\gamma_{ан.макс}}{2}. \quad (4)$$

При нульових аномальних градієнтах вертикальні градієнти температури  $\gamma$  дорівнюють нормальним, адіабатичним градієнтам –  $\gamma_n$ :

$$\gamma = \gamma_n = -0,0098 \frac{град}{м}.$$

До того ж, як відомо з теорії турбулентності (див. наприклад [2]), нерівність

$$\gamma \neq \gamma_n. \quad (5)$$

є необхідною і достатньою умовою виникнення флуктуації температури, а, значить, і виникнення термічної турбулентності. На жаль, формули середньої квадратичної рефракції для неоднорідного рефракційного поля не існує. Виведемо таку формулу, маючи на увазі тільки що описані закономірності термічної турбулентності. При визначенні середніх квадратичних рефракцій зорова труба наводиться на середнє положення візирної цілі, що коливається, і потім вимірюються амплітуди відхилення візирної цілі від середнього положення і цим відхиленням приписують знаки “плюс” та “мінус”.

Розглянемо рисунок. Нехай на нескінченно малому відрізку траси  $ds$  світло розповсюджується по кривій з кривиною  $\frac{1}{R_c}$  і при цьому напрямок світла в кінцевих точках  $A$  та  $B$  дуги  $ds$  зміниться на  $d\sigma$  – повний кут вертикальної рефракції. Безпосередньо з рисунка, маємо

$$d\sigma = \frac{ds}{R_c}. \quad (6)$$

Оскільки

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dz}, \quad (7)$$

де  $\frac{dn}{dz}$  – вертикальний градієнт показника заломлення

атмосфери, а  $\bar{n}$  – її інтегральний показник заломлення, який з точністю до 0,0003 дорівнює одиниці, то формулу (6) перетворимо так:

$$d\sigma = \frac{dn}{dz} ds. \quad (8)$$

Як відомо, за проміжки часу близько 1 с, градієнти температури змінюються від  $\gamma_{ан.мин}$  до  $\gamma_{ан.макс}$ . Ці зміни і

викликають зміни градієнта показника  $\frac{dn}{dz}$  та напрямків розповсюдження світла на кут  $d\sigma$ , який є повним кутом рефракції і одночасно максимальним кутом розмаху коливань.

Градієнт показника заломлення повітря  $\frac{dn}{dz}$  при градієнті температури  $\gamma_{ан.макс}$  можна виразити формулою

$$\frac{dn}{dz} = 78,85 \frac{P}{T^2} \cdot \gamma_{ан.макс} \cdot 10^{-6}, \quad (9)$$

Тоді формулу (8) запишемо так:

$$d\sigma_{max} = 78,85 \frac{P}{T^2} \cdot ds \cdot \gamma_{ан.макс} \cdot 10^{-6}. \quad (10)$$

Прийняття максимальних  $\gamma_{ан.макс}$  та  $d\sigma_{max}$  обгрунтоване.

Протягом однієї секунди відбувається більше сотні коливань візирної цілі. Проте око спостерігача здатне найкраще фіксувати, наводити трубу на середнє або крайні положення візирної цілі і для цього йому потрібний час близько 1 с.

Тому, фактично, спостерігач здатний фіксувати максимальні відхилення візирної цілі від середнього положення. У формулі (10) – кут  $d\sigma_{max}$  виражений в радіанах. Перейдемо до секунд дуги:

$$d\sigma''_{max} = 16,264 \frac{P}{T^2} ds \gamma_{ан.макс}. \quad (11)$$

Кут  $d\sigma_{max}$  є випадковою величиною. Такі випадкові кути в однорідному рефракційному полі будуть існувати в  $n$  точках траси  $L$ . Їх сумарна величина дорівнюватиме

$$\sigma''_{кв} = 16,264 \frac{P}{T^2} \cdot ds \gamma_{ан.макс} \sqrt{n}. \quad (12)$$

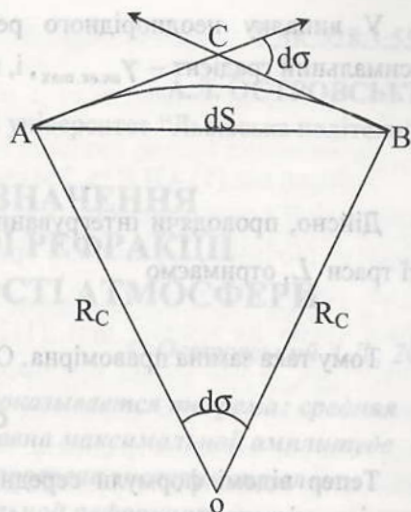
При цьому

$$n = \frac{L}{ds}. \quad (13)$$

Переходячи від диференціалу  $ds$  до кінцевої величини  $\Delta s = 1 м$ , отримаємо

$$\sigma_{кв} = 16,264 \frac{P}{T^2} \gamma_{ан.макс} \sqrt{L}. \quad (14)$$

Формулу (14) також можна отримати з відомої формули В.І. Татарського [3]. Однак ця формула справедлива тільки для однорідного рефракційного поля.



До виводу формули середньої квадратичної рефракції  $\sigma_{кв}$

У випадку неоднорідного рефракційного поля буде діяти аномальний еквівалентний максимальний градієнт –  $\gamma_{ан.ек.мах}$ , і, потрібно в (14)  $\gamma_{ан.мах}$  замінити на  $\gamma_{ан.ек.мах}$ ,

$$\gamma_{ан.ек.мах} = \frac{2}{L^2} \int_0^L \gamma_{ан.мах} s ds. \quad (15)$$

Дійсно, проводячи інтегрування формули (15) за умови, що  $\gamma_{ан.мах}$  не змінюються вздовж всієї траси  $L$ , отримаємо

$$\gamma_{ан.ек.мах} = \gamma_{ан.мах}.$$

Тому така заміна правомірна. Отже, для неоднорідного рефракційного поля маємо формулу

$$\sigma_{мах.кв}'' = 16,264 \frac{P}{T^2} \gamma_{ан.ек.мах} L^{1/2}. \quad (16)$$

Тепер відомі формули середньої і середньої квадратичної рефракції, але не встановлена залежність між ними.

### Встановлення залежності між середньою та середньою квадратичною рефракціями

Знайдемо співвідношення між середньою аномальною  $\delta_{ан.сер}''$  та середньою квадратичною рефракціями

$$\frac{\delta_{ан.сер}''}{\sigma_{кв.}} = \frac{8,132 \frac{P}{T^2} \gamma_{ан.ек.сер} L}{16,264 \frac{P}{T^2} \gamma_{ан.ек.мах} \sqrt{L}}, \quad (17)$$

або

$$\frac{\delta_{ан.сер.}}{\sigma_{кв.}} = \frac{\sqrt{L}}{4}. \quad (18)$$

Отже,

$$\sigma_{ан.сер.} = \frac{\sigma_{кв.} \sqrt{L}}{4}. \quad (19)$$

В свою чергу

$$\sigma_{кв.} = \frac{4\sigma_{ан.сер.}}{\sqrt{L}}. \quad (20)$$

Слід нагадати, що формула (18) отримана для випадку, коли спостерігає за коливанням спостерігач, а не цифрова камера, яка здатна зафіксувати коливання, яких майже не бачить око людини. Проте, формули (18-20) перевіряли експериментально як на основі спостережень за коливаннями як камерами КЗЗ, так і окремими спостерігачами і виявилось, що вони здатні виконувати своє призначення: дозволяють переходити від середніх до квадратичних рефракцій і навпаки.

На завершення зауважимо ось що: якщо мають записи коливань зображень камерою зарядного зв'язку (КЗЗ) і обчислені квадратичні рефракції, то середнє значення рефракції за модулем досить точно дорівнює максимальній амплітуді коливань зі всіх, що відбулися протягом 1 с.

1. Мороз О.І., Островська О.А. Основні положення теорії флуктуаційного методу визначення аномальної вертикальної рефракції // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів, 2002. – С. 110–120. 2. Самохвалов И.В. Оптическое зондирование атмосферной турбулентности. Сибирское отделение Академии наук СССР. – Новосибирск: Наука, 1986, 90 с. 3. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. – М.: Наука, 1967.