УДК 528.41

И. С. ТРЕВОГО

О ВЫГОДНЕЙШЕЙ ФОРМЕ ХОДОВ СВЕТОДАЛЬНОМЕРНОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

Построение сетей полигонометрии сопровождается проложением ходов разнообразной формы, которая зависит от условий местности, назначения создаваемой плановой основы и других причин. В конкретных условиях оптимален ход, обеспечивающий наименьшую невязку и минимальную ошибку положения наиболее «слабого» пункта. Ранее в [3] мы исследовали точность светодальномерных полигонометрических ходов, различающихся по форме, но эквивалентных по периметру, числу и равенству сторон, показателям точности. Были предвычислены ошибки положения их вершин по известной формуле весовой функции и показано, что при фактическом соотношении Q влияния ошибок угловых q_β и линейных q_S измерений на положение конечной точки хода, достигающем нескольких единиц и характерном [5] для светодальномерной полигонометрии, изогнутый ход превосходит эквивалентный ему прямолинейный по точности. Для вытянутых ходов соотношение Q определяется из выражения [5]

$$Q = q_\beta : q_S = m_u \,.\, m_t = \frac{m_\beta L \sqrt{n+3}}{\rho \sqrt{12}\, m_S \sqrt{n}} \approx \frac{m_\beta'' [S]_{\text{км}}}{0.64\, m_{S_{\text{мм}}}}, \tag{1}$$

где m_u, m_t, m_β и m_S — соответственно поперечная, продольная, угловая и линейная средние квадратические ошибки; n — число сторон в ходе; $\rho=206265''$; L и $[S]$ — длина замыкающей и периметра хода.

Впоследствии и в некоторых других работах, например [1], утверждалось преимущество изломанных полигонометрических ходов. Однако необходимо отметить, что при фиксированном расположении исходных пунктов, на которые опираются про-

Результаты предвычисления точности прямолинейных ходов, заменяющих ходы произвольной формы

№ п/п	Форма хода	Заменяемые эквивалентные ходы				Заменяющие прямолинейные ходы					Заменяемые эквивалентные ходы				Заменяющие прямолинейные ходы				
		[S], км	Q	M, см	$m_{сл}$, см	[S], км	Q	M, см	$m_{сл}$, см	$\frac{M, см}{m_{сл}}$	[S], км	Q	M, см	$m_{сл}$, см	[S], км	Q	M, см	$m_{сл}$, см	$\frac{M, см}{m_{сл}}$
		$m_\beta=2''$, $m_S=6{,}2$ мм, $n=10$									$m_\beta=5''$, $m_S=15{,}6$ мм, $n=8$								
1	Прямолинейный	10	5	10,4	2,8						4	2	10,4	3,3					
2	С одним изломом в 60°	10	—	9,2	2,0	8,8	4,4	9,1	2,5	3,6	4	—	9,6	3,4	3,5	1,8	9,2	3,1	3,0
3	С одним изломом в 90°	10	—	8,3	1,9	7,1	3,6	7,4	2,2	3,4	4	—	8,8	3,7	2,8	1,4	7,9	2,9	2,7
4	С одним изломом в 120°	10	—	7,1	2,2	5,0	2,5	5,4	1,7	3,2	4	—	7,6	4,1	2,0	1,0	6,4	2,7	2,4
5	П-образный	10	—	7,1	2,2	3,3	1,7	3,9	1,3	3,0	4	—	8,2	2,9	1,3	0,7	5,4	2,3	2,3
6	Дугообразный	10	—	8,6	1,9	6,4	3,2	6,8	2,1	3,3	4	—	8,9	3,3	2,6	1,3	7,4	2,8	2,6
7	S-образный	10	—	7,8	2,3	7,1	3,6	7,4	2,2	3,4	4	—	8,5	3,5	2,8	1,4	7,9	2,9	2,7

Примечание: $m_{сл}$ и M — ср. квадратические ошибки положения наиболее «слабого» и конечного пункта хода.

кладываемые ходы, вытянутые ходы будут короче изогнутых, потребуют меньше затрат и могут оказаться точнее.

Об этом свидетельствуют данные (см. таблицу), полученные в результате предвычисления точности вытянутых ходов светодальномерной полигонометрии, заменяющих ходы изогнутой формы. Предвычисление, как и ранее, выполнено с использованием формулы весовой функции и в предположении строгого уравнивания полигонометрии. Для сравнения в таблицу помещены и некоторые показатели точности для заменяемых ходов произвольной формы.

Анализируя данные таблицы, видим, что при больших Q вытянутые ходы, хотя и существенно короче заменяющих изогнутых (см. I группу исследуемых ходов), но уступают им по точности. Ошибки $m_{сл}$ вытянутых ходов оказались бóльшими. Исключение составили прямолинейные ходы 4 и 5, заменяющие ходы с изломом в 120° и ход П-образной формы, но точность достигнута за счет различия в периметре в 2 и 3 раза. При небольших величинах Q (см. II группу исследуемых ходов) превосходство вытянутых ходов по точности очевидно.

Для лучшей иллюстрации результатов для предвычисления точности заменяемых и заменяющих ходов использованы одинаковые значения величин m_β, m_S, n. Заменяющие ходы заметно короче и число сторон у них могло быть и меньше. По этой причине их точность может несколько возрасти.

Относительные невязки прямолинейных ходов $f_{отн}=2M:[M]$ соответствуют $f_{отн}\approx 1:18000$ (для ходов II группы) и $f_{отн}\approx$ $\approx 1:45000$ (для I группы ходов). Постоянство невязок объясняется эквивалентностью вытянутых ходов по m_β, m_S, n.

В случае проложения азимутальных светодальномерных ходов (с применением гиротеодолитов) влияние формы хода не проявляется [4].

Установлено, что для эквивалентных азимутальных светодальномерных ходов произвольной формы при равенстве и неравенстве сторон отношение $M:M_{сл}$ всегда равно 2, т. е. заменяющий вытянутый азимутальный ход точнее заменяемого.

Итак, вытянутый ход (более короткий и более экономичный) часто оказывается выгоднейшим и по точности. При проектировании ходов необходимой изогнутой формы преимуществ в точности можно ожидать, если фактическое соотношение Q составит 2—5 единиц и более.

В связи с изложенным рассмотрим вопрос о допустимой изогнутости вытянутых ходов светодальномерной полигонометрии с учетом фактического соотношения Q. Известно [2], что ход считается достаточно вытянутым, если отклоняется в обе стороны от линии, проходящей через центр тяжести хода параллельно замыкающей, на $\eta_0 \leqslant 0{,}125L$, а максимальный угол α_0, образованный стороной хода и замыкающей, не превысит 24°. При этом предельных значений могут достигать по одной величине η_i и α_i.

Приведенные предельные показатели η_0 и α_0 получены, исходя из принципа равных влияний (ПРВ), т. е. когда поперечная m_u и продольная m_t ошибки хода удовлетворяют условию $m_u = m_t$. Получим формулы для расчета η_0 и α_0 без применения ПРВ.

Для вытянутого хода с предварительно исправленными углами, допуская

$$m_{S_1} = m_{S_2} = \ldots = m_{S_N} = m_S, \tag{2}$$

имеем

$$m_t^2 = m_S^2 [\cos^2 \alpha], \quad m_u^2 = m_S^2 [\sin^2 \alpha]. \tag{3}$$

При равенстве сторон хода ошибку m_t можно найти и по формуле

$$m_t = m_S \sqrt{n}. \tag{4}$$

Согласно [2] и (2) запишем

$$[\eta^2] \frac{m_\beta^2}{\rho^2} = \frac{1}{k^2} m_t^2; \tag{5}$$

$$[\sin^2 \alpha] m_S^2 = \frac{1}{k^2} m_u^2, \tag{6}$$

где k — коэффициент пренебрегаемости. На основании выражения (1) будем иметь

$$m_u = Q m_t. \tag{7}$$

Умножив обе части равенства (7) на $1 : k$ и возведя их в квадрат, получим

$$\frac{1}{k^2} m_u^2 = \frac{Q^2}{k^2} m_t^2. \tag{8}$$

Далее, используя выражения (3), (6) и (8), напишем

$$[\sin^2 \alpha] = \frac{Q^2}{k^2} [\cos^2 \alpha]. \tag{9}$$

Принимая

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{[\eta^2]}{n+1}}; \tag{10}$$

$$\sin^2 \alpha_0 = \frac{[\sin^2 \alpha]}{n}; \tag{11}$$

$$\cos^2 \alpha_0 = \frac{[\cos^2 \alpha]}{n}, \tag{12}$$

подставим в формулу (10) $[\eta^2]$, полученную из (5), а в равенстве (9) — значения $[\sin^2\alpha]$ и $[\cos^2\alpha]$, найденные из (11) и (12). После некоторых преобразований будем иметь

$$\eta_0 = \frac{\rho m_t}{k m_\beta \sqrt{n+1}}; \tag{13}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_0 = \frac{1}{k} Q. \tag{14}$$

Теперь подставим в (13) значение m_t из (4) и, учитывая выражение (1), получаем

$$\eta_0 = \frac{\rho m_S \sqrt{n}}{k m_\beta \sqrt{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{12}\sqrt{n+3}\,L}{\sqrt{12}\sqrt{n+3}\,L} = \frac{L\sqrt{n+3}}{k\sqrt{12}\,Q\sqrt{n+1}}. \tag{15}$$

Коэффициент пренебрегаемости $k = \frac{7}{\sqrt{K\,\%}}$ при $K = 1\%$ составит 7. Кроме того $\frac{\sqrt{n+3}}{\sqrt{n+1}} \approx 1{,}1$. Подставляя эти значения в (14) и (15), получаем окончательные рабочие формулы

$$\eta_0 = \frac{L}{23\,Q}; \qquad \operatorname{tg}\alpha_0 = \frac{Q}{7}. \tag{16}$$

Другим путем мы находим формулы

$$\eta_0 = \frac{\sqrt{[D^2_{\text{ц},i}]^*}}{7\,Q\sqrt{n+1}}; \quad \sin\alpha_0 = \frac{Q}{7}.$$

За предельные значения примем

$$\text{пред. } \eta_0 = 3\,\eta_0, \quad \text{пред. } \alpha_0 = 3\,\alpha_0. \tag{17}$$

По формулам (16) и (17) можно определять, является ли ход светодальномерной полигонометрии достаточно вытянутым. Если принять $Q=1$, что соответствует принципу равных влияний, то в частности получим

$$\eta_0 = \frac{1}{23} L. \quad \text{пред. } \eta_0 = \frac{1}{8} L,$$

$$\alpha_0 = 8°08', \quad \text{пред. } \alpha_0 = 24°24',$$

совпадающие со значениями аналогичных величин в [2]. При $Q=2$ по формулам (16) и (17) найдем, что

$$\eta_0 = \frac{1}{46} L, \quad \text{пред. } \eta_0 = \frac{1}{15} L,$$

$$\alpha_0 = 15°56', \quad \text{пред. } \alpha_0 = 47°48'.$$

---

* $D_{\text{ц},i}$ — расстояния от центра тяжести до вершин хода.

Таким образом, по формулам (16) и (17) в каждом конкретном случае можно решать вопрос о достаточной вытянутости светодальномерных полигонометрических ходов. По мере увеличения Q требования к отклонению от линии параллельной замыкающей хода ужесточаются, а углы пересечения сторон хода и его замыкающей допускаются бóльшими.

1. *Полевой В. А.* К вопросу о выгоднейшей форме полигонометрических ходов // Геодезия и картография. 1984. № 11. С. 15—19. 2. *Селиханович В. Г.* Геодезия: В 2-х ч. М., 1981. Ч. 2. 3. *Тревого И. С.* О соотношении точности угловых и линейных измерений в светодальномерной полигонометрии // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1977. Вып. 26. С. 90—97. 4. *Тревого И. С., Шевчук П. М., Муха В. И.* Точность полигонометрии, проложенной с применением гиротеодолитов // Геодезия и картография. 1980. № 3. С. 25—28. 5. *Тревого И. С., Шевчук П. М.* Городская полигонометрия. М., 1986.

Статья поступила в редколлегию 05. 02. 87