

Заблоцька О.Ф., Третяк К.Р.

НУ “Львівська політехніка”, кафедра вищої геодезії та астрономії

АНАЛІЗ ГЕОМЕТРИЧНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ КОСМІЧНИХ СЕГМЕНТІВ GPS І ГЛОНАСС

© Заблоцька О.Ф., Третяк К.Р., 2000

Сделан анализ эффективности проектной и реальной геометрической конфигурации космических сегментов GPS, ГЛОНАСС и GPS+ГЛОНАСС.

The efficiency analysis of the project and real geometric configuration of GPS, GLONASS and GPS+GLONASS space segments is made.

Світові наукові центри, які працюють у царині супутникової геодезії, приділяють особливу увагу дослідженням роботи системи ГЛОНАСС і можливостям її об'єднання з системою GPS [1, 2].

Як відомо, існує відмінність в геометричній концепції будови космічних сегментів ГЛОНАСС та GPS. Проектна конфігурація супутників системи GPS складається з шести орбітальних площин по чотири супутники на кожній, а космічний сегмент ГЛОНАСС складається з трьох орбітальних площин по вісім супутників на кожній. Проектна кількість супутників для обох систем повинна становити 24. Сьогодні на орбітах знаходиться 26–28 діючих супутників GPS, натомість діючих супутників ГЛОНАСС – лише 8–10.

Нами проведено дослідження геометричної ефективності космічних сегментів GPS, ГЛОНАСС та об'єднаного сегмента GPS+ГЛОНАСС для проектної та реальної конфігурацій. Для дослідження реальної конфігурації сегмента GPS використовувалась альманах [3], а для ГЛОНАСС – альманах [4]. Для дослідження проектної конфігурації використовувались ефемериди перших 24-х супутників, для проектного сегмента ГЛОНАСС координати 24-х супутників розраховувались за формулами:

$$\begin{aligned}\lambda_{\Omega} &= 251^{\circ}15'00'' + 120^{\circ}(k-1), k = 1, 2, 3 \text{ (номер орбітальної площини)}, \\ u &= 145^{\circ}26'37'' + 15^{\circ}(27 - 37j + 25j^*), j = 1 \dots 24 \text{ (номер супутника)}, \\ j^* &= \text{int}((j-1)/8), r = 19100 \text{ км}, i = 64,8^{\circ}, (\text{int} - \text{ціла частина}),\end{aligned}$$

де λ_{Ω} – довгота висхідного вузла, u – аргумент широти, r – радіус орбіти, i – кут нахилу орбіти.

З метою визначення та порівняння розподілу точності навігаційних вимірів на всій земній кулі в один момент часу обома системами нами було проведено модельні розрахунки. Вихідними даними служили:

- $\sqrt{a}$ – корінь квадратний великої півосі еліпса орбіти,
- e – ексцентриситет еліпса орбіти,
- M – середня аномалія,
- ω – аргумент перигею,
- λ_{Ω} – довгота висхідного вузла,
- i – кут нахилу орбіти [3, 4].

Нижче наводиться алгоритм цих розрахунків:

– обчислення середнього руху супутника $n = \sqrt{\mu/a^3}$, де $\mu = 3986005 \cdot 10^8 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$,
обчислення ексцентричної аномалії $E = M + e \sin E$,

$$\text{– обчислення істинної аномалії } v = 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right],$$

– обчислення аргументу широти $u = \omega + v$,

– обчислення прямокутних геоцентричних координат супутника:

$$x_s = r \cos u \cos \lambda_{\Omega} - r \sin u \sin \lambda_{\Omega} \cos i$$

$$y_s = r \cos u \sin \lambda_{\Omega} + r \sin u \cos \lambda_{\Omega} \cos i$$

$$z_s = r \sin u \sin i,$$

де r – геоцентричний радіус-вектор супутника ($r \approx a$),

– обчислення геоцентричних координат пункту спостережень

$$x_p = R \cos B \cos L$$

$$y_p = R \cos B \sin L,$$

$$z_p = R \sin B$$

де B і L – відповідно, геодезичні широта і довгота пункту спостережень, R – середній радіус Землі,

– обчислення геоцентричних координат супутників при орієнтації осі z на пункт спостережень:

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix}_{BL} = R_L R_B \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix},$$

де $R_L = \begin{bmatrix} \cos L & \sin L & 0 \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ – матриця розвороту осей x, y навколо осі z ;

$R_B = \begin{bmatrix} \cos B & 0 & \sin B \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin B & 0 & \cos B \end{bmatrix}$ – матриця розвороту осей x, z навколо осі y ,

– постановка умови відбору для даної задачі супутників з висотою над горизонтом вище ніж 15° (мінімальна допустима висота спостережуваних супутників),

– обчислення топоцентричних радіус-векторів супутників:

$$r_t = \sqrt{(x_{s_{BL}} - x_p)^2 + (y_{s_{BL}} - y_p)^2 + (z_{s_{BL}} - z_p)^2},$$

– обчислення спрямувальних косинусів топоцентричних радіус-векторів супутників:

$$l = -\frac{x_{s_{BL}} - x_p}{r_t}, \quad m = -\frac{y_{s_{BL}} - y_p}{r_t}, \quad n = -\frac{z_{s_{BL}} - z_p}{r_t},$$

– матриця $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & c_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 & c_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ l_n & m_n & n_n & c_n \end{bmatrix}$,

де c – поправка за час, n – кількість супутників,

– обчислення повної кореляційної матриці $\mathbf{K} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} k_{XX} & k_{XY} & k_{XZ} & k_{Xt} \\ k_{XY} & k_{YY} & k_{YZ} & k_{Yt} \\ k_{XZ} & k_{YZ} & k_{ZZ} & k_{Zt} \\ k_{Xt} & k_{Yt} & k_{Zt} & k_{tt} \end{bmatrix}$,

– матриця $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ l_n & m_n & n_n \end{bmatrix}$ без врахування поправки за час,

– обчислення кореляційної матриці похибки просторового положення

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} = \begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} \\ q_{XY} & q_{YY} & q_{YZ} \\ q_{XZ} & q_{YZ} & q_{ZZ} \end{bmatrix},$$

– обчислення узагальненого критерію сумісної оцінки визначення положення пункту і часу

$$\text{GDOP} = \sqrt{k_{xx} + k_{yy} + k_{zz} + k_{tt}},$$

- обчислення показника похибки часу $\text{TDOP} = \sqrt{k_{tt}}$,
- обчислення критерію оцінки визначення положення пункту

$$\text{PDOP} = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}};$$

- обчислення критерію оцінки визначення горизонтального положення пункту

$$\text{HDOP} = \sqrt{q_{xx} + q_{yy}},$$

- обчислення критерію оцінки визначення вертикального положення пункту

$$\text{VDOP} = \sqrt{q_{zz}},$$

- обчислення $\lambda_3(\max)$ і $\lambda_3(\min)$ – максимальної і мінімальної півосей тривимірного еліпса похибок (максимальне і мінімальне власні числа матриці **Q**),
- обчислення $\lambda_4(\max)$ і $\lambda_4(\min)$ – максимальної і мінімальної півосей чотиривимірного еліпса похибок (максимальне і мінімальне власні числа матриці **K**),
- обчислення показників рівномірності вимірювань у просторі I_3, I_4 ($I = \lambda(\max)/\lambda(\min)$).

Узагальнені характеристики миттєвого загальноземного розподілу параметрів точності навігаційних вимірювань за допомогою систем GPS і ГЛОНАСС

Система	Сегмент	сер.	max	min	max/min
1	2	3	4	5	6
PDOP					
GPS	проектний	1,1063	2,192	0,8510	2,5758
GPS	реальний	1,0309	1,773	0,7778	2,2795
ГЛОНАСС	проектний	1,1834	4,776	0,8279	5,7688
ГЛОНАСС	реальний	3,9455	47,61	1,096	43,440
GPS + ГЛОНАСС	проектний	0,7734	1,212	0,6004	2,0186
GPS + ГЛОНАСС	реальний	0,9491	1,452	0,716	2,0279
HDOP					
GPS	проектний	0,8600	1,446	0,6598	2,1916
GPS	реальний	0,8116	1,287	0,6059	2,1241
ГЛОНАСС	проектний	0,9580	4,151	0,6793	6,1107
ГЛОНАСС	реальний	3,3875	47,46	0,8589	55,257
GPS + ГЛОНАСС	проектний	0,6159	1,069	0,4769	2,2416
GPS + ГЛОНАСС	реальний	0,7357	1,02	0,5262	1,9384
VDOP					
GPS	проектний	0,6904	1,920	0,4715	4,0721
GPS	реальний	0,6303	1,331	0,4523	2,9427
ГЛОНАСС	проектний	0,6894	2,641	0,4668	5,6577

Продовження табл.

1	2	3	4	5	6
ГЛОНАСС	реальний	1,7576	16,2	0,6283	25,784
GPS + ГЛОНАСС	проектний	0,4661	0,8178	0,3465	2,3602
GPS + ГЛОНАСС	реальний	0,5935	1,085	0,3831	2,8322
$\lambda_3(\max)$					
GPS	проектний	0,6192	3,860	0,2922	13,210
GPS	реальний	0,5428	2,391	0,2586	9,2459
ГЛОНАСС	проектний	0,8692	21,71	0,3032	71,603
ГЛОНАСС	реальний	66,527	2265	0,5099	4442
GPS + ГЛОНАСС	проектний	0,2878	0,9425	0,1569	6,0070
GPS + ГЛОНАСС	реальний	0,4707	1,446	0,1986	7,2810
$\lambda_3(\min)$					
GPS	проектний	0,2456	0,403	0,1539	2,6186
GPS	реальний	0,2049	0,4145	0,1273	3,2561
ГЛОНАСС	проектний	0,2218	0,4921	0,1543	3,1892
ГЛОНАСС	реальний	0,3920	0,7378	0,2491	2,9619
GPS + ГЛОНАСС	проектний	0,1196	0,229	0,0811	2,8223
GPS + ГЛОНАСС	реальний	0,1578	0,2735	0,1045	2,6172
I_3					
GPS	проектний	2,5154	12,13	1,3570	8,9388
GPS	реальний	2,6380	8,143	1,458	5,5850
ГЛОНАСС	проектний	3,5965	54,79	1,568	34,943
ГЛОНАСС	реальний	148,29	5047	1,784	2829
GPS + ГЛОНАСС	проектний	2,4088	5,811	1,359	4,2759
GPS + ГЛОНАСС	реальний	3,0510	7,691	1,24	6,2024
GDOP					
GPS	проектний	2,5807	5,906	1,508	3,9164
GPS	реальний	2,3802	6,406	1,43	4,4797
ГЛОНАСС	проектний	2,7775	16,67	1,544	10,797
ГЛОНАСС	реальний	5,5662	35,04	2,148	16,313
GPS + ГЛОНАСС	проектний	1,6771	3,4	1,134	2,9982
GPS + ГЛОНАСС	реальний	2,1444	4,797	1,353	3,5454
TDOP					
GPS	проектний	1,3351	3,563	0,7222	4,9335
GPS	реальний	1,2324	3,56	0,6755	5,2702
ГЛОНАСС	проектний	1,4411	9,478	0,7283	13,014
ГЛОНАСС	реальний	3,0136	15,31	1,007	15,204
GPS + ГЛОНАСС	проектний	0,8585	1,87	0,5276	3,5444
GPS + ГЛОНАСС	реальний	1,0959	2,761	0,5599	4,9312
$\lambda_4(\max)$					
GPS	проектний	6,0710	32,32	1,661	19,458
GPS	реальний	5,1818	39,3	1,468	26,771
ГЛОНАСС	проектний	7,8898	275,3	1,734	158,76
ГЛОНАСС	реальний	47,203	1226	3,175	386,14
GPS + ГЛОНАСС	проектний	2,3930	10,62	0,9679	10,972
GPS + ГЛОНАСС	реальний	4,1003	21,75	1,372	15,853
$\lambda_4(\min)$					
GPS	проектний	0,0818	0,135	0,0523	2,5813

Продовження табл.

1	2	3	4	5	6
GPS	реальний	0,0702	0,1358	0,0428	3,1744
ГЛОНАСС	проектний	0,0801	0,1807	0,0515	3,5108
ГЛОНАСС	реальний	0,1307	0,2022	0,0901	2,2449
GPS + ГЛОНАСС	проектний	0,0406	0,0758	0,0261	2,9083
GPS + ГЛОНАСС	реальний	0,0561	0,0946	0,0367	2,578
I_4					
GPS	проектний	72,163	265,2	25,86	10,255
GPS	реальний	71,866	289,5	28,65	10,105
ГЛОНАСС	проектний	87,727	1701	26,75	63,589
ГЛОНАСС	реальний	300,83	6300	31,56	199,62
GPS + ГЛОНАСС	проектний	58,445	159,8	30,48	5,2428
GPS + ГЛОНАСС	реальний	71,152	267,5	28,76	9,301

На рис. 1–3 зображено реальний загальноземний розподіл параметра GDOP, утворений системами GPS, ГЛОНАСС і GPS + ГЛОНАСС.

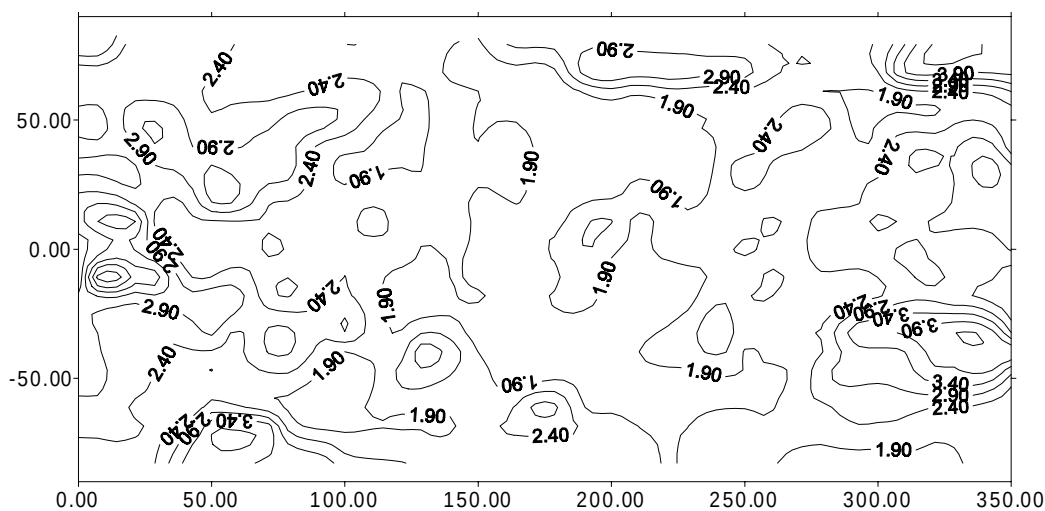


Рис. 1. Реальний миттєвий загальноземний розподіл параметра GDOP, утворений системою GPS

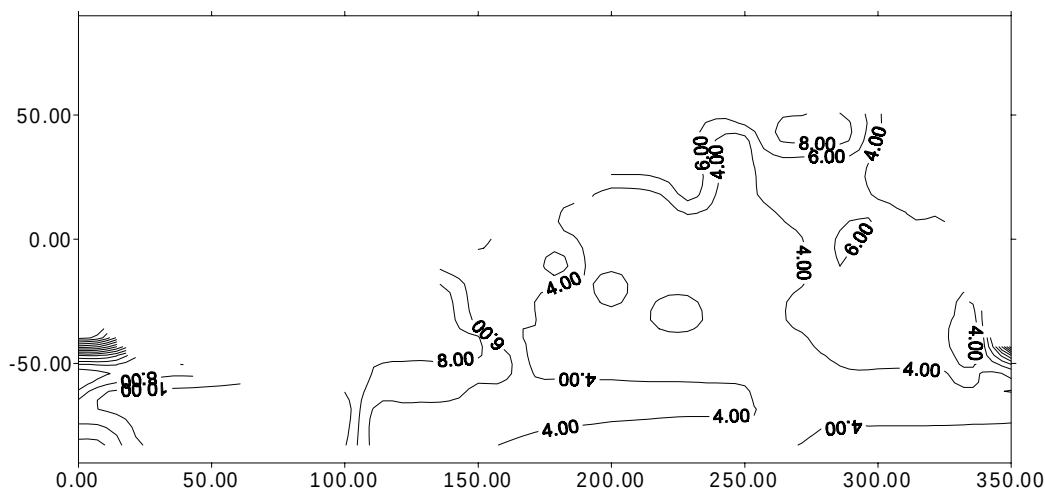


Рис. 2. Реальний миттєвий загальноземний розподіл параметра GDOP, утворений системою ГЛОНАСС

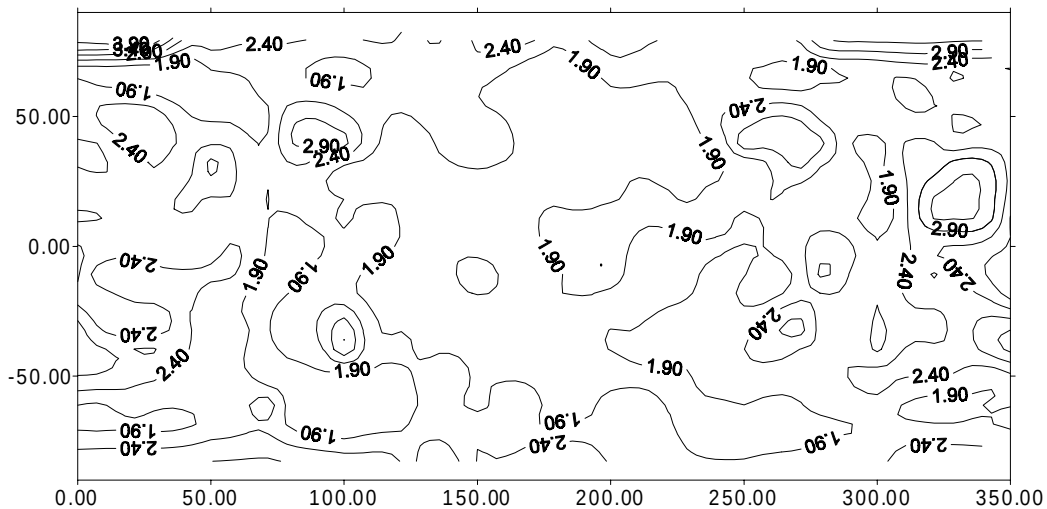


Рис. 3. Реальний миттєвий загальноземний розподіл параметра GDOP, утворений системою GPS+ГЛОНАСС

Для системи GPS спостерігаються незначні перепади екстремальних значень параметра GDOP (рис. 1). Для системи ГЛОНАСС параметр GDOP сягає найвищих значень, його глобальний розподіл неоднорідний (рис. 2). При сумісному використанні GPS + ГЛОНАСС поле ізоліній параметра GDOP є практично однорідним (рис. 3).

З вищезгаданих досліджень можна зробити такі висновки:

- для системи GPS середній параметр PDOP на 7% кращий для реального сегмента (28 супутників) порівняно з проектним (24 супутники), середній параметр HDOP на 6 % кращий для реального сегмента, а середній параметр VDOP на 9 % кращий для реального сегмента; середній параметр GDOP на 8 % кращий для реального сегмента, а середній параметр TDOP аж на 15 % кращий для реального сегмента;

- для системи ГЛОНАСС середні параметри PDOP, HDOP, VDOP відповідно в 3,3; 3,5; 2,5 рази більші для реального сегмента (10 супутників) порівняно з проектним (24 супутники), а середні параметри GDOP і TDOP для реального сегмента вдвічі перевищують проектні;

- для об'єднаної системи GPS + ГЛОНАСС середні параметри PDOP, HDOP, VDOP відповідно на 23, 19 і 27 відсотків більші у випадку реального сегмента (35 супутників (26 – GPS, 9 – ГЛОНАСС)) порівняно з проектним (48 супутників); середні параметри GDOP і TDOP для реального сегмента на 28 % кожен перевищують відповідні параметри для проектного сегмента;

- для системи GPS середній параметр HDOP в 1,3 рази вищий за середній параметр VDOP для реального сегмента і в 1,2 рази для проектного. Для системи ГЛОНАСС ці цифри становлять, відповідно, 1,4 і 1,9; для об'єднаної системи GPS + ГЛОНАСС, відповідно, 1,2 і 1,3;

- оскільки на даний час в космічному сегменті ГЛОНАСС знаходиться всього 8–10 діючих супутників, то виконувати вимірювання за допомогою цієї системи можна лише на 50 % території всієї земної кулі (рис. 2).

1. A report on the third meeting of the GLONASS-GPS Interoperability Working Group. Nashville, 1998. <http://164.214.2.59/GandG/ion/WGMTG3.htm>. 2. The International GLONASS Experiment (IGEX-98): organization. Preliminary results and future plans. Presented at ION GPS-99, Nashville, Sept. 14-17, 1999. <http://164.214.2.59/GandG/ion/ION99ppr.doc>. 3. U. S. Coast Guard NAVCEN. GPS Almanac (Yuma Format). <http://www.navcen.uscg.mil/>. 4. DLR German Aerospace Center. <http://www.nz.dlr.de/gps/glonass.html>.