

УДК 528.92:65.011.56

Х. В. БУРШТЫНСКАЯ, Т. А. НЕМАНЕЖИНА, В. Н. ПЕТРАКОВА

АНАЛИЗ МЕТОДОВ АППРОКСИМАЦИИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ЦИФРОВЫХ МОДЕЛЕЙ РЕЛЬЕФА

При построении цифровых моделей рельефа (ЦМР) используют два способа хранения исходной информации о местности в ЭВМ. Первый способ предполагает задание информации в виде множества дискретных точек. Здесь можно выделить три класса: нерегулярное, частично регулярное и регулярное задание исходных данных. В первом классе точки расположены в характерных местах рельефа, во втором — на структурных линиях, горизонталях и профилях, в третьем — информация задается в виде сетки отметок в узлах с шагами Δx , Δy .

Установлено [2], что при задании информации в характерных точках рельефа и на структурных линиях точность ЦМР выше, чем при задании ее путем сканирования через определенные интервалы пути. Для обеспечения требуемой точности сеточную структуру дополняют отметками для характерных точек и структурных линий.

Второй способ задания информации связан с применением математического аппарата описания поверхности. Информация о местности хранится в виде коэффициентов полиномов, коэффициентов Фурье, коэффициентов мультиквадриковых уравнений, координат начала сетки и шага сетки.

Второй способ является как бы производным от первого. Аппроксимирующая функция устанавливается на основе дискретных данных о местности, чаще всего на основе сеточной модели, т. е. первоначальная информация о местности задается в дискретном виде, а затем или в этом же виде хранится в памяти ЭВМ (I способ), или преобразуется и хранится в сжатом виде (II способ). Преимущества II способа задания информации очевидны, так как он обеспечивает сжатие исходной информации, но этот способ связан с потерей точности восстановления отметок точек, особенно на краях участков. Поэтому разработку методов аппроксимации рельефа нельзя считать завершенной. В настоящее время продолжается поиск функции, наилучшим образом приближающей земную поверхность, исследование точности этой функции, а также выбор методики надежного состыкования участков [1, 3].

Исследованы четыре способа аппроксимации рельефа: среднего весового, полиномиальный, мультиквадриковый и уточненный мультиквадриковый. Первые два относятся к методу динамической поверхности, два других основаны на суммировании поверх-

ностей, построенных в опорных точках. При использовании среднего весового и полинома второй степени устанавливали зону поиска, в которую попадало шесть ближайших к определяемой точек.

Интерполяционная формула при использовании метода среднего весового [5]:

$$Z_i = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{Z_k}{S_k}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{S_k}}, \quad (1)$$

где S_k — расстояние от определяемой до заданной k -й точки.

При мультиквадриквом способе вектор неизвестных отметок точек определяется по формуле

$$Z' = Q'c, \quad (2)$$

где Z' — вектор неизвестных отметок точек размера k ; Q' — матрица размера $k \times n$; c — вектор неизвестных коэффициентов; k — количество определяемых точек.

Элементы матрицы Q' — квадрики, записываемые при аппроксимировании поверхности суммой гиперболоидов [4]:

$$q(x_j, y_j, x_i, y_i) = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + B}, \quad (3)$$

где B — неизвестный параметр, определяемый предварительно, исходя из размеров и геоморфологических особенностей участка. Рекомендуется [4] выбирать B близким квадрату стороны участка аппроксимации.

Предварительно по известным точкам составляем уравнение

$$Z = Q \cdot c, \quad (4)$$

где c — вектор неизвестных коэффициентов; Q — матрица размером $n \times n$, состоящая из квадрик; n — количество исходных точек.

Из (4) получим

$$c = Q^{-1}Z. \quad (5)$$

С учетом (5) формулу (2) записываем в виде

$$Z' = Q'Q^{-1}Z. \quad (6)$$

Сущность уточненного мультиквадриквого способа состоит в следующем. Вначале аппроксимирование всей поверхности по n заданным точкам выполняют по полиному низкой степени

$$Z_B = a_0 + a_1x + a_2y. \quad (7)$$

Аппроксимирующая поверхность проводится под условием $[v^2] = \min$, а затем на основе разности между $Z_{\text{исх}} - Z_B$ определяют коэффициенты мультиквадриквых уравнений в соответствии с (2) — (6). Отметки определяемых точек получают суммированием $Z =$

$=Z_n + \Delta Z$, где Z_n — отметка точки, полученная из (7); ΔZ — поправка из аппроксимации мультиквадриковым методом.

Исследования способов аппроксимации выполняли для трех участков, характеристики которых приведены ниже:

Номер участка	Размер участка, м	Размер сетки, м	Количество исходных точек	Перепад рельефа, м	Количество точек для контроля
I	240×240	20	48	10	160
II	1000×1000	50	36	10	360
III	1000×1000	50	48	20	360

I участок представляет собой спокойный рельеф, включающий элементы микрорельефа; II участок — равномерный склон; III участок — рельеф наиболее сложный, в котором болотистая ни-

Результаты аппроксимации

Номер участка	Среднее весовое	Полином	Мультиквадриковый				Уточненный мультиквадриковый			
			$B=0$	$B=100$	$B=10^3$	$B=10^6$	$B=0$	$B=100$	$B=10^3$	$B=10^6$
I	1,6	1,1	1,2	1,0	1,0	—	0,7	0,8	1,0	—
II	1,1	0,8	1,0	0,9	0,9	1,2	0,2	0,2	0,2	2,8
III	1,8	2,4	1,5	1,6	1,7	1,6	1,4	1,5	1,6	1,9

зненная часть сочетается со всхолмленной местностью с элементами микрорельефа.

Аппроксимацию рельефа осуществляли четырьмя указанными способами на ЭВМ ЕС—1060. Данные о точности аппроксимации в виде средних квадратических ошибок в метрах приведены в таблице.

Всего просчитано 28 вариантов. Сравнение результатов аппроксимации по трем участкам показывает их зависимость от типа рельефа. Так, средние квадратические ошибки для всех способов на первом участке выше по сравнению со вторым участком. Наилучшие результаты получены при использовании уточненного мультиквадрикового метода при $B=0$.

По рекомендации [4] постоянный параметр B для I участка должен быть равным 5000, для II и III — 1 000 000. Изменение этого параметра незначительно влияет на результаты аппроксимации. Выбор параметра B для уточненного мультиквадрикового способа не может быть принят равным квадрату стороны участка. Можно осуществить выбор параметра B непосредственно на ЭВМ путем минимизации суммы квадратов отклонений в контрольных точках [3].

При мультиквадриковом методе аппроксимации для получения удовлетворительных результатов необходимо обеспечивать густой опорой края участков или задавать информацию снаружи участков.

1. *Бойко А. В.* Методы и средства автоматизации топографических съемок. М., 1980. 2. *Герценова К. Н.* Применение цифровых моделей при дистанционном топографо-геодезическом изучении местности // Дистанционное исследование природных ресурсов. М., 1981. С. 41—44. 3. *Лобанов А. Н., Журкин И. Г.* Автоматизация фотограмметрических процессов. М., 1980. 4. *Шульмин М. В., Мительман Е. Я.* Мультиквадриковый метод аппроксимации топографической поверхности // Геодезия и картография. 1974. № 2. С. 48—56. 5. *Divényi P., Taraszova G., Markus B.* Néhány digitális domborzatmodell összehasonlító pontosságai vizsgálata // Geod. és kartogr. 1982. N 6. P. 436—443.

Статья поступила в редколлегию 12.02.87