УДК 528.72/73+528.11

А. Л. ДОРОЖИНСКИЙ

УРАВНИВАНИЕ В ФОТОГРАММЕТРИИ РАЗНОРОДНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ОПОРНЫХ ДАННЫХ

При практической реализации в фотограмметрии уравнительных работ с учетом ошибок исходных данных корреляционная матрица измерений K [3], как правило, неизвестна. В лучшем случае априори можно установить веса измерений P_i и стандарты измерений, принятые в качестве средних квадратических ошибок единицы веса μ_i^2. В такой ситуации фотограмметрические измерения и исходные данные считают некоррелированными, и для матрицы K существует диагональная матрица весов.

Запишем исходную модель в виде системы уравнений поправок

$$v_1 = B\Delta z + A_1\Delta x + L_1, \text{ вес } P_{\mathrm{I}},$$
$$v_2 = A_2\Delta x + C\Delta y + L_2, \text{ вес } P_{\mathrm{II}},$$
$$v_3 = F\Delta z + A_3\Delta x + L_3, \text{ вес } P_{\mathrm{III}}, \quad (1)$$

достаточно полно отражающую сущность уравнивания в фотограмметрии (например, фототриангуляция по фототеодолитным снимкам с широким набором опорных данных [2]). Здесь Δx — вектор поправок к элементам внутреннего и внешнего ориентирования; Δy — вектор поправок к начальным значениям геодезических координат определяемых точек сети; Δz — вектор поправок к опорным данным.

Разделение системы на три группы сделано не случайно, ибо каждая из них характеризуется своей физической природой, а установление априорных весов возможно лишь при углубленном анализе ошибок, сопровождающих процесс измерений. Первая группа характеризует фотограмметрические измерения, выполненные для опорных данных, и веса P_{I} зависят от точности измерительного прибора, точности наведения измерительной марки и опознавания опорной точки на снимке. Вторая группа характеризует также фотограмметрические измерения, но отнесенные к определяемым точкам фотограмметрических построений; веса P_{II} для этой группы обусловлены в основном точностью измерительного прибора, точностью визирования и отождествления точки на смежных снимках. Физическая сущность измерений, входящих в L_1 и L_2, одинаковая, но следует подчеркнуть принципиальное отличие при назначении весов: в первой группе влияют ошибки опознавания, полностью отсутствующие во второй группе. Ошибки отождествления могут сопровождать процесс измерений точек как первой, так и второй групп: опорная точка одновременно может быть связующей или лежать в маршрутном перекрытии. Для ошибок опознавания обычно выделяют три категории опорных точек в зависчмости от их типа: маркированная искусственным знаком; естественный контур местности, опознанный на снимке; естественный контур местности, переопознанный с топографической карты на снимок.

Третья группа из (1) характеризует связь опорных данных и элементов ориентирования [3], а вес P_{III} — точность опорных данных. Эта группа по своей физической природе отличается от первых двух и сама может быть неоднородной: сюда могут входить координаты опорных точек, угловые и линейные величины. В такой трактовке для корреляционной матрицы имеем

$$K = \begin{bmatrix} \mu_1^2 P_{\mathrm{I}}^{-1} & & \\ & \mu_2^2 P_{\mathrm{II}}^{-1} & \\ & & \mu_3^2 P_{\mathrm{III}}^{-1} \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Пусть внутри каждой однородной группы (подгруппы) веса понимаются как мера относительной точности измеренных величин. В. Н. Ганьшин [1] для совместного уравнивания линейных и угловых измерений предложил исключить одну из величин μ_i^2 вводя коэффициент согласования C^2. Используя этот подход, получаем

$$P^{-1} = \frac{1}{\mu_1^2} K = \begin{bmatrix} P_{\mathrm{I}}^{-1} & & \\ & C_2^{-2} P_{\mathrm{II}}^{-1} & \\ & & C_3^{-2} P_{\mathrm{III}}^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^{-1} & & \\ & P_2^{-1} & \\ & & P_3^{-1} \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Допущение однородности третьей группы не нарушает общности теоретического решения задачи. Имеем

$$C_1^2 = 1, \quad C_2^2 = \frac{\mu_1^2}{\mu_2^2}, \quad C_3^2 = \frac{\mu_1^2}{\mu_3^2}. \qquad (4)$$

Система нормальных уравнений имеет вид

$$\begin{bmatrix} B^T P_1 B + F^T P_3 F & B^T P_1 A_1 + F^T P_3 A_3 & 0 \\ A_1^T P_1 B + A_3^T P_3 F & A_1^T P_1 A_1 + A_2^T P_2 A_2 + A_3^T P_3 A_3 & A_2^T P_2 C \\ 0 & C^T P_2 A_2 & C^T P_2 C \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B^T P_1 L_1 + F^T P_3 L_3 \\ A_1^T P_1 L_1 + A_2^T P_2 L_2 + A_3^T P_3 L_3 \\ C^T P_2 L_2 \end{bmatrix} = 0. \qquad (5)$$

Дальнейшее решение системы в аналитическом виде несложно, но в общем случае не приводит к таким наглядным выводам о влиянии ошибок исходных данных, как для частного случая в [3]. Поэтому решение целесообразно вести на ЭВМ, применяя для анализа подход Ю. И. Маркузе [3], основанный на «критерии ничтожных погрешностей». Оценку точности уравненных величин можно выполнять по формулам, приведенным в [1].

Для иллюстрации действия весов как регулятора влияния ошибок исходных данных, целесообразности использования критерия согласования C_l, выявления границ установления весов для измерений и опорных данных выполнено решение на ЭВМ * обратной фотограмметрической засечки. Взят макетный снимок с четырьмя опорными точками, изображенными на углах снимка. Координаты точек на снимке практически безошибочны. Для трех опорных точек геодезические координаты также безошибочны, а для четвертой содержат ошибки ΔX, ΔY, ΔZ. Фокусное расстояние снимка 75 мм, масштаб 1 : 10 000. В поставленной задаче вторая группа уравнений из (1) автоматически исключается. Для фотограмметрических измерений x, y приняты $P_{\text{I}}=E, \mu_x^2=\mu_y^2=\mu_1^2=(0{,}001 \text{ мм})^2$; для опорных точек 1—3 веса $P_{1X}=P_{1Y}=P_{1Z}=P_{2X}=\ldots=P_{3Z}=1$,

$$P_{4X}=\frac{\mu_3^2}{(\Delta X)^2},\quad P_{4Y}=\frac{\mu_3^2}{(\Delta Y)^2},\quad P_{4Z}=\frac{\mu_3^2}{(\Delta Z)^2},$$

$\mu_X^2=\mu_Y^2=\mu_Z^2=\mu_3^2=(0{,}01\text{ м})^2$.

Помимо коэффициента согласования C^2, предусмотрена возможность изменения матрицы весов опорных точек в n раз при неизменной матрице весов $P_{\text{I}}=E$, так что

$$P_3=n\cdot C_3^2\begin{bmatrix} E & & & \\ & E & & \\ & & E & \\ & & & P_4' \end{bmatrix},\quad \text{где } E=\begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_3^2=\frac{\mu_1^2}{\mu_3^2},\quad P_4'=\begin{bmatrix} P_{4X} & & \\ & P_{4Y} & \\ & & P_{4Z} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Коэффициент n принимал значения $10^{-3}, 10^{-2}, \ldots 10^3$. В качестве основных уравнений для (1) приняты линеаризованные уравнивания коллинеарности. Решение велось итеративно до стабилизации определяемых поправок к неизвестным в установленных допусках. Для выявления влияния ошибок исходных данных выполнено уравнивание обычным путем, решая только уравнения для v_1 (первая группа). Кроме того, выполнено уравнивание при неучете весов $(P_1=P_2=E)$. Просчитаны два макета: в первом случае $\Delta X=\Delta Y=\Delta Z=0{,}3$ м (макет 1), во втором $\Delta X=\Delta Y=\Delta Z=5$ м (макет 2). В таблице приведены ошибки определенных элементов внешнего ориентирования как разности вычисленных и истинных значений, остаточные свободные члены l_x и l_y на четырех опорных точках. Во всех случаях веса фотограмметрических измерений приняты равными единице, поскольку они формируют единичную матрицу E.

При решении задачи выдавался признак о влиянии ошибок исходных данных по критерию Ю. И. Маркузе:

$$\Delta Q_i \leqslant 0{,}11\, Q_{il}. \tag{7}$$

---

* Программа составлена инж. Г. Н. Телковой.

Здесь Q_{ii} — диагональный весовой коэффициент; ΔQ_i — разность весовых коэффициентов, полученных с учетом и без учета ошибок исходных данных.

Варианты 7 и 15 соответствуют традиционному уравниванию без учета ошибок исходных данных, т. е. уравнения для v_3 из (1) исключались. Эти же результаты (7, 15) получены при включении в уравнивание выражения для v_3 (1), но с присвоением всем

Влияние критерия согласования и весов опорных данных на точность решения обратной фотограмметрической засечки

Вариант	Веса опорных точек		Ошибки элементов внешнего ориентирования						Остаточные свободные члены на точках, мкм							
			линейные, м			угловые, мин			l_x				l_y			
	1—3	4	δX_s	δY_s	δZ_s	$\delta\alpha$	$\delta\omega$	$\delta\varkappa$	1	2	3	4	1	2	3	4
								Макет 1								
1	10^{-4}	10^{-7}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—70	0	0	0	—4
2	10^{-3}	10^{-6}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—70	0	0	0	—4
3	10^{-2}	10^{-5}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—70	0	0	0	—4
4	10^{-1}	10^{-4}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—70	0	0	0	—4
5	10^{0}	10^{-3}	0	0	0	—0,01	—0,03	0,02	0	0	0	—68	0	0	0	—3
6	10^{+1}	10^{-2}	0	0,1	0	—0,04	—0,2	0,1	4	—2	1	—59	1	4	—2	23
7	*E*	*E*	0,1	0,3	0,1	0,2	—0,8	—0,4	16	0	0	—13	1	19	11	20
8	10^{+3}	10^{+3}	0,1	0,4	0,1	0,21	—0,8	—0,4	16	0	0	—13	2	19	10	20
								Макет 2								
9	10^{-4}	10^{-10}	0	0	0	—0,06	—0,01	0,02	0	0	0	—1200	0	0	0	—65
10	10^{-3}	10^{-9}	0	0	0	—0,01	0	0	0	0	0	—1200	0	0	0	—69
11	10^{-2}	10^{-8}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—1200	0	0	0	—69
12	10^{-1}	10^{-7}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—1200	0	0	0	—69
13	10^{0}	10^{-6}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—1200	0	0	0	—69
14	10^{+1}	10^{-5}	0	0,01	0	—0,05	—0,14	0,1	2	—2	—1	—1200	2	3	2	—69
15	10^{0}	10^{0}	1,2	5,8	1,3	3,4	12,6	6,9	270	10	7	—220	—20	—320	—180	—33
16	10^{+3}	10^{0}	2,2	6,0	0,9	—0,06	—11,8	7,4	250	7	—4	210	4	240	—160	—70
17	10^{+3}	10^{+1}	2,2	6,0	0,9	—0,06	—11,9	7,4	250	7	—4	210	4	240	—160	—70

весам значения 1. Как видим, элементы внешнего ориентирования определяются со значительными ошибками, а остаточные погрешности на опорных точках перераспределяются.

Введение коэффициента согласования и, главное, правильное задание веса для ошибочной точки *4* резко меняет картину. Элементы внешнего ориентирования определяются точно, т. е. ошибочная опорная точка не влияет на определение неизвестных, а распределение ошибок на точках *1—4* соответствует заданным ошибкам (варианты 1—6, 9—14). Изменение коэффициента в пределах $10^{-3} \ldots 10^{3}$ практически не влияет на решение задачи при правильном вычислении веса для ошибочной опорной точки (см. те же варианты). Исключение из вычислений коэффициента согласования и неверное вычисление весов (в границах 10^{3}) резко ухудшает результаты уравнивания и распределения остаточных ошибок (варианты 8, 16, 17).

Таким образом, приведенный общий подход позволит уравнивать в фотограмметрии разнородные величины, а правильное задание весов измерений и опорных данных внутри каждой однородной группы оказывает влияние на точность решения задачи и распределение остаточных ошибок на опорных точках.

1. *Ганьшин В. Н.* Вес измерения: его сущность и практическое применение // Геодезия и картография. 1982. № 2. С. 14—15. 2. *Дорожинский А. Л.* Уравнивание в фотограмметрии с учетом ошибок исходных данных // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1987. Вып. 45. С. 131—137. 3. *Маркузе Ю. И.* Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. М., 1982.

Статья поступила в редколлегию 26. 12. 86