УДК 528.711.1+622.1

Б. С. ПУЗАНОВ

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОДСЧЕТА ОБЪЕМОВ ПО ФОТОТЕОДОЛИТНЫМ СНИМКАМ

При аналитическом определении объемов на карьерах по фототеодолитным снимкам с использованием «вертикальной сетки» выработанный объем горной массы получаем как сумму объемов элементарных усеченных пирамид. Основания таких пирамид можно принять за квадраты, подобные элементу вертикальной сетки, а высота получена как средняя разность отстояний $Y_{\text{ср}}$ вершин квадратов сетки.

Объем элементарной усеченной пирамиды определяем по следующей формуле *:

$$v_{\square} = B^3 \cdot f \cdot \Delta x \cdot \Delta z \, \frac{p_{\square} - p'_{\square}}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2} \left\{ 1 + \frac{(p_{\square} - p'_{\square})^2}{3 \cdot p_{\square} p'_{\square}} \right\}, \tag{1}$$

где B — длина базиса фотографирования, м; f — фокусное расстояние камеры фототеодолита, мм; Δx, Δz — принятые размеры сторон элементарной сетки квадратов, мм; $p_{\square}$, $p'_{\square}$— параллаксы «до» и «после» выработки, полученные как среднее арифметическое из четырех параллаксов вершин элементарной сетки, мм.

Второй член в фигурных скобках формулы (1) имеет небольшую величину, не превышающую ошибки обобщения рельефа, поэтому при подсчетах его можно отбрасывать.

Например, при $p_{\square} = 50$ м и $p'_{\square} = 45$ мм он составляет

$$\frac{(p_{\square} - p'_{\square})^2}{3 \cdot p_{\square} \cdot p'_{\square}} = \frac{25}{3 \cdot 50 \cdot 45} = \frac{1}{270} \approx 0{,}4\ \%.$$

---

* Указания по применению наземной стереофотосъемки для аналитического определения объемов. М.; Л., 1961.

С учетом вышесказанного запишем объем элементарной усеченной пирамиды в следующем виде:

$$v_{\square} = B^3 \cdot f \cdot \Delta x \cdot \Delta z \, \frac{p_{\square} - p'_{\square}}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2}. \tag{2}$$

Определим ошибку объема элементарной усеченной пирамиды, продифференцировав эту формулу:

$$dv_{\square} = \frac{v_{\square}}{\Delta x} d(\Delta x) + \frac{v_{\square}}{\Delta z} d(\Delta z) + \frac{v_{\square}}{B^3} 3B^2\, dB +$$

$$+ \frac{v_{\square}}{f} df + \Delta x \cdot \Delta z \cdot B^3 \cdot f \cdot d \left\{ \frac{p_{\square} - p'_{\square}}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2} \right\}. \tag{3}$$

Раскроем отдельно значение $d \left\{ \frac{p_{\square} - p'_{\square}}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2} \right\}$:

$$d \frac{p_{\square} - p'_{\square}}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2} = \frac{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2\, d(p_{\square} - p'_{\square}) - (p_{\square} - p'_{\square})\, d(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^4} =$$

$$= \frac{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2 (dp_{\square} - dd'_{\square}) - (p_{\square} - p'_{\square}) (2 \cdot p_{\square} \cdot p'^{\,2}_{\square}\, dp_{\square} + 2p^2_{\square} \cdot p'_{\square} dp'_{\square})}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^4} =$$

$$= \frac{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^2 (dp_{\square} - dp'_{\square}) - (p_{\square} - p'_{\square}) \cdot 2 \cdot p_{\square} \cdot p'_{\square} (p'_{\square} \cdot dp_{\square} + p_{\square} \cdot dp'_{\square})}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^4} =$$

$$= \frac{(p_{\square} \cdot p'_{\square}) (dp_{\square} - dp'_{\square}) - 2 (p_{\square} - p'_{\square}) (p'_{\square}\, dp_{\square} + p_{\square} \cdot dp'_{\square})}{(p_{\square} \cdot p'_{\square})^3}. \tag{4}$$

Подставив (4) в (3), получим

$$dv_{\square} = \frac{v_{\square}}{\Delta x} d(\Delta x) + \frac{v_{\square}}{\Delta z} d(\Delta z) + \frac{3v_{\square}}{B} dB + \frac{v_{\square}}{f} df +$$

$$+ \frac{v_{\square} (p_{\square} - p'_{\square})^2 \{(p_{\square} p'_{\square}) (dp_{\square} - dp'_{\square}) - 2\Delta p_{\square} (p'_{\square}\, dp_{\square} + p_{\square}\, dp'_{\square})\}}{\Delta p_{\square} (p_{\square} \cdot p'_{\square})^3}.$$

Найдем относительную ошибку объема элементарной усеченной пирамиды:

$$\frac{dv_{\square}}{v_{\square}} = \frac{d(\Delta x)}{\Delta x} + \frac{d(\Delta z)}{\Delta z} + \frac{3\, dB}{B} + \frac{df}{f} + \frac{dp_{\square} - dp'_{\square}}{\Delta p_{\square}} -$$

$$- \frac{2 (p'_{\square}\, dp_{\square} + p_{\square} \cdot dp'_{\square})}{p_{\square} \cdot p'_{\square}}.$$

Перейдем к средним квадратическим ошибкам:

$$\left(\frac{m_{v\square}}{v_\square}\right)^2 = \left(\frac{m_{\Delta x}}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{m_{\Delta x}}{\Delta z}\right)^2 + 9\left(\frac{m_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{m_f}{f}\right)^2 +$$

$$+ \frac{2\,M^2_{p_\square}}{\Delta p^2_\square} + 4\,M^2_{p_\square}\left(\frac{1}{p^2_\square} + \frac{1}{p'^2_\square}\right).$$

Но так как $M^2_{p_\square} = \frac{m_p^2}{4}$, то

$$\left(\frac{m_{v\square}}{v_\square}\right)^2 = \left(\frac{m_{\Delta x}}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{m_{\Delta z}}{\Delta z}\right)^2 + 9\left(\frac{m_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{m_f}{f}\right)^2 +$$

$$+ \frac{m_p^2}{2\Delta p^2_\square} + m_p^2\left(\frac{1}{p^2_\square} + \frac{1}{p'^2_\square}\right). \qquad (5)$$

Ошибка общего объема $V = v_1 + v_2 + \ldots + v_n$ будет

$$M_V^2 = m^2_{v_1} + m^2_{v_2} + \cdots + m^2_{v_n}.$$

Принимая во внимание $m^2_{v_1} = m^2_{v_2} = \cdots = m^2_{v_n} = m^2_{v_\square}$. получаем

$$M_V^2 = m^2_{V_\square} \cdot n.$$

Так как ошибки внутренних элементов сетки взаимно компенсируются, необходимо учитывать лишь ошибки элементов сетки, расположенных по периметру контура. Число таких элементов приближенно можно принять равным $4\sqrt{N}$, где N — число всех элементов сетки.

С учетом этого запишем

$$M_v^2 = m^2_{v_\square} \cdot n = m^2_{v_\square} \cdot 4\sqrt{N}. \qquad (6)$$

Относительная ошибка общего объема

$$\left(\frac{M_V}{V}\right)^2 = \frac{m^2_{v\square} \cdot 4\sqrt{N}}{v^2_\square \cdot N^2} = \left(\frac{m_{v\square}}{v_\square}\right)^2 \frac{4}{N\sqrt{N}}; \qquad (7)$$

$$\frac{M_V}{V} = \frac{m_{v\square}}{v_\square}\,\frac{2}{\sqrt[4]{N^3}}. \qquad (8)$$

Относительная ошибка получения общего объема выработанной горной массы равна относительной ошибке элементарного объема, умноженной на дробь $\frac{2}{\sqrt[4]{N^3}}$, где N — число таких элементов вертикальной сетки.

По формуле (5) подсчитаем ошибки элементарного объема в процентах, принимая

$$\Delta x = \Delta z = 2\,\text{мм}; \quad \frac{m_B}{B} = \frac{1}{1000}; \quad f = 200\,\text{мм};$$

$$m_f = \pm\,0{,}05\text{мм}; \quad m_{\Delta_x} = m_{\Delta z} = \pm\,0{,}02\,\text{мм}; \quad m_p = \pm\,0{,}01\,\text{мм};$$

$$p'_{\square} = 40\,\text{мм}; \quad p_{\square} = 50\,\text{мм}; \quad \Delta p_{\square} = 10\,\text{мм};$$

$$\left(\frac{m_{v_\square}}{v_\square}\right)^2 = \frac{10^4\cdot 4}{10^4\cdot 4} + \frac{4\cdot 10^4}{4\cdot 10^4} + \frac{9\cdot 10^4}{10^6} + \frac{10^4}{16\cdot 10^6} + \frac{1\cdot 10^4}{2\cdot 10^2\cdot 10^4} + \frac{10^4}{10^4}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{25\cdot 10^2} + \frac{1}{16\cdot 10^2}\right) = 1 + 1 + \frac{9}{10^2} + \frac{1}{16\cdot 10^2} + \frac{1}{2\cdot 10^2} + \frac{41}{10^2\cdot 25\cdot 16}$$

$$\left(\frac{m_{v_\square}}{v_\square}\right)^2 \approx 2\,\%; \quad \frac{m_{v_\square}}{v_\square} \approx 1{,}5\,\%.$$

Тогда ошибка общего объема составляет

$$\frac{M_V}{V} = \frac{3\,\%}{\sqrt[4]{N^3}}.$$

При $N = 100\ \dfrac{M_V}{V} = 0{,}1\,\%$.

Как видим, ошибка самого метода невелика. Важнейшей является ошибка обобщения рельефа.

Кроме того, формула (5) получена в предположении, что элементы внешнего ориентирования безошибочны и соответствуют заданным. Они, конечно, будут увеличивать ошибку определения объема.

Вопрос о влиянии ошибок элементов внешнего ориентирования подлежит отдельному рассмотрению.

Статья поступила в редколлегию 12. 01. 87