

МОДЕЛЮВАННЯ РЕЛЬЄФУ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОЛОКАЦІЙ

© Бурштинська Х.В., Заяць О.С. 2003

Представлено обобщение теоретических и экспериментальных исследований высокоточного цифрового моделирования рельефа на базе коллокационной модели по картометрическим данным. Рассмотрен алгоритм и реализована программа математического моделирования рельефа с использованием различных, ранее не употребляемых функций для моделирования ковариационных зависимостей, которые повышают точность построения ЦМР.

There is represented the generalization of theoretical and experimental research of high accuracy digital relief modelling based on collocation model with cartometric data. There the algorithm is considered and the program for mathematical relief modelling is realized with usage of different functions for covariant dependences, which increases DEM construction accuracy.

Постановка проблеми та невирішенні питання

Головним джерелом даних про земну поверхню і надалі залишаються карти, але в останні десять років інтенсивно впроваджуються методи, пов'язані з цифровим представленням земної поверхні та динаміки її змін. Кінець ХХ століття з його величезним за розмахом розвитком інформаційних технологій характеризується кардинальними змінами в інженерній науці та практиці. Тому закономірно, що сучасні методи комп'ютерного опрацювання інформації базуються на створенні цифрових моделей рельєфу (ЦМР), які слугують основою для ГІС і є пріоритетними для вирішення цілої низки наукових та народно-господарських завдань.

Дані для створення ЦМР отримують з фотограмметричних вимірювань, з наземного (геодезичного) знімання, за допомогою сканування горизонталей на картах з фіксацією результатів у цифровій формі, за матеріалами дистанційного зондування або з використанням лазерних та інших систем, які дають просторові координати точок місцевості.

Основні сфери застосування цифрових моделей пов'язані з визначенням та побудовою ізоліній (в топографії – горизонталей), побудовою профілів, визначенням вододілів та ліній стоку, вибором оптимальних трас доріг, каналів, меліоративних мереж, інших лінійних об'єктів, виділенням басейнів водозборів, визначенням обсягів земляних робіт, об'ємів вийнятих порід. Зростає кількість робіт, кінцевою метою яких стає отримання даних про зсувні, ерозійні та деформаційні процеси. До окремої групи робіт, пов'язаних з рельєфом, належить визначення площ затоплених та підтоплюваних земель, що є сферою гідрологічних досліджень.

В Україні створюються ЦМР як додаток до Державних електронних карт масштабів 1:500000 і 1:200000, а також для окремих територій України за топографічними картами масштабу 1:50000.

Основною метою виконаного дослідження є розробка теоретичних положень і практичних рекомендацій, які давали б можливість відтворювати рельєф земної поверхні з максимальною точністю як стосовно визначення координат точок, так і структури земної поверхні в разі отримання вихідної інформації для побудови ЦМР картометричним методом.

Будемо розглядати рельєф як поле випадкових функцій, властивості якого змінюються залежно від його розмірів. Покажемо реалізацію випадкової функції за певним напрямком, яка має властивості стаціонарності у межах всього поширення і нестаціонарності в межах локального напрямку на ділянці А.

На рис. 1: 1 – випадкова функція; 2 – детерміноване значення функції на ділянці А ; 3 – точки, в яких функція задана.

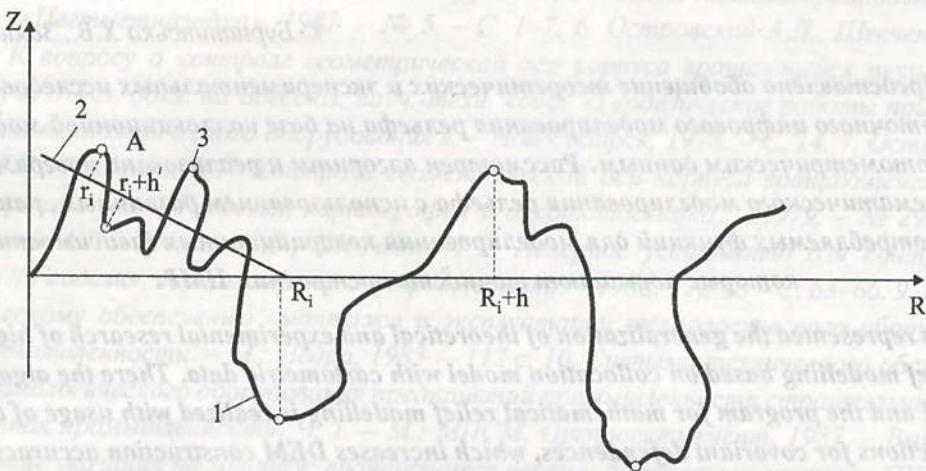


Рис. 1. Реалізація випадкової функції на ділянці значної довжини та на локальній ділянці

У теорії випадкових функцій аналітичне рівняння, яке виражає детерміновані ознаки рельєфу, заміняють загальностатистичними характеристиками: математичним сподіванням та коваріаційною функцією.

Після вилучення тренду на ділянці значної довжини будемо розглядати рельєф за даним напрямком як випадкову функцію $Z = f(R)$ або для локальної ділянки $Z' = f(r)$.

Особливістю рельєфу як випадкового процесу є те, що він не може бути повторений, його морфометричні особливості, які мають стохастичний характер, є незмінними. У цьому сенсі рельєф можна розглядати як ергодичний випадковий процес. Для ергодичних процесів статистичні характеристики визначаються за однією реалізацією функції значної довжини. Обов'язковою умовою ергодичності є стаціонарність.

Приведення нестаціонарного процесу до стаціонарного пов'язане з вилученням тренду, є чималою проблемою моделювання і часто виконується кусковими аналітичними функціями.

Моделювання рельєфу з використанням коваріаційних функцій після вилучення тренду ускладнюється тим, що коваріаційні функції залежать від типів рельєфу місцевості.

Завданням апроксимування є підбір математичної моделі, яка б за вихідною інформацією з заданою точністю відтворювала вихідну функцію. На наш погляд, розв'язанню цієї задачі найбільше відповідає модель колокації, запропонована Moritz [4] для задач фізичної геодезії. Теорію колокації розвинуто в роботах [1, 2, 5–9].

Спроби застосувати колокацію для моделювання рельєфу стосуються теоретичних рекомендацій, хоч автори підкреслюють необхідність практичної реалізації моделі з метою порівняння її з іншими методами побудови ЦМР.

Теоретичні дослідження

Стосовно визначення точок цифрової моделі рельєфу основне рівняння колокації запишеться

$$Z = Ax + \delta Z + \Delta Z, \quad (1)$$

де Ax визначає регуляризовану змінну частину або тренд, δZ – сигнал, змінну складову, яка нерегулярно осцилює навколо Ax і ΔZ – випадкова складову або шум.

На рис. 2 показано: 1 – детермінована функція; 2 – випадкова функція; 3 – детерміноване значення функції Ax ; 4 – сигнал δZ ; 5 – шум ΔZ ; 6 – точки, в яких функція задана.

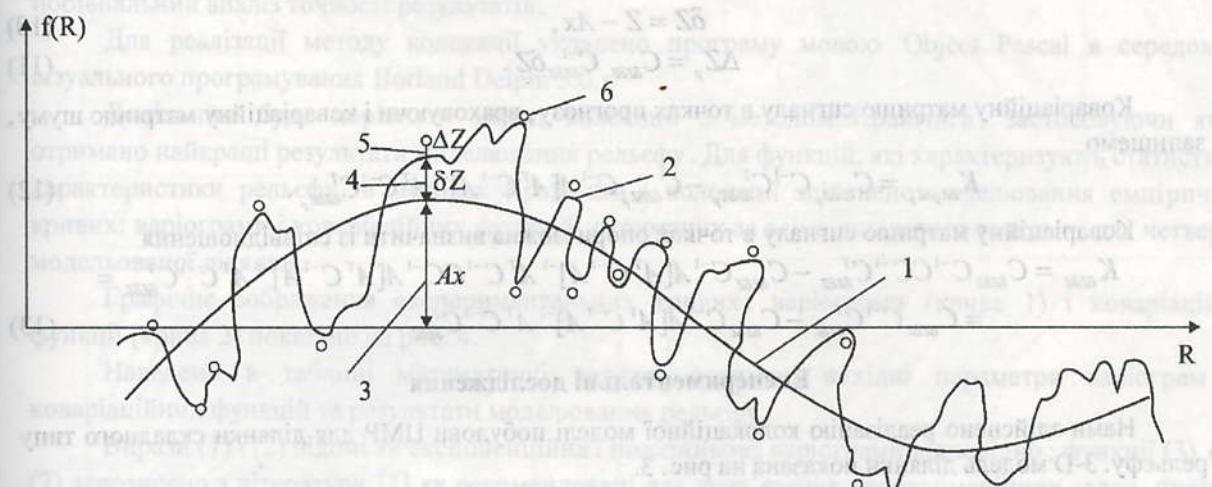


Рис. 2. Зміст моделі колокації в побудові ЦМР

У моделі колокації для отримання незміщених оцінок з мінімальною дисперсією математичне сподівання повинно дорівнювати $E(\delta Z) = 0$, $E(\Delta Z) = 0$.

На відміну від вживаних для апроксимації рельєфу аналітичних функцій, які моделюють тренд або тренд і сигнал разом, за методом колокації сигнал визначається як окрема величина як в точках опори, так і в прогнозованих інтерполяційних точках. Тобто, колокація передбачає визначення оцінок параметрів, величин сигналів у точках спостереження і в точках визначення або прогнозу. Для отримання розв'язку з мінімальними дисперсіями помилок повинні бути задані коваріаційні матриці вимірюваного вектора C_{zz} , сигналу $C_{\delta z \delta z}$ і взаємна коваріаційна матриця сигналів вимірювання δZ і прогнозу $\delta Z_p - C_{\delta z \delta z_p}$, а також коваріаційна матриця шуму $C_{\Delta z \Delta z}$.

Спростивши рівняння (1), можемо записати

$$Z = Ax + v, \quad (2)$$

де $v = \delta Z + \Delta Z$.

Тоді розв'язок рівняння (2) за принципом

$$\delta Z^T C_{\delta z \delta z}^{-1} \delta Z + \Delta Z^T C_{\Delta z \Delta z}^{-1} \Delta Z = \min \quad (3)$$

дає оцінки для x і δZ .

$$x = (A^T C^{-1} A)^{-1} A^T C^{-1} Z, \quad (4)$$

$$\delta Z = C_{\delta z \delta z}^{-1} (Z - Ax), \quad (5)$$

$$\delta Z_p = C_{\delta z \delta z_p}^{-1} (Z - Ax), \quad (6)$$

де $C = C_{zz} = C_{\delta z \delta z} + C_{\Delta z \Delta z}$.

Коваріаційна матриця взаємних коваріацій

$$C_{z \delta z_p} = C_{\delta z \delta z_p} + C_{\Delta z \Delta z_p}. \quad (7)$$

Але оскільки сигнал і шум не корельовані,

$$C_{z\delta z_p} = C_{\delta z\delta z_p}. \quad (8)$$

Практичне використання залежностей (4)–(6) полягає в тому, що часто не вдається отримати окремо матриць "сигналу" і "шуму", тобто вважають, що $C_{\Delta z\Delta z} = 0$, хоч фактично коваріаційна матриця $C_{\delta z\delta z}$ буде містити матрицю $C_{\Delta z\Delta z}$.

Тоді залежності (4)–(6) можна записати у вигляді

$$x = (A^T C_{\delta z\delta z}^{-1} A)^{-1} A^T C_{\delta z\delta z}^{-1} Z, \quad (9)$$

$$\delta Z = Z - Ax, \quad (10)$$

$$\Delta Z_p = C_{\delta z\delta z_p} C_{\delta z\delta z}^{-1} \delta Z. \quad (11)$$

Коваріаційну матрицю сигналу в точках прогнозу, враховуючи і коваріаційну матрицю шуму, запишемо

$$K_{\delta z_p \delta z_p} = C_{\delta z\delta z_p} C^{-1} C_{\delta z\delta z_p}^T - C_{\delta z\delta z_p} C^{-1} A [A^T C^{-1} A]^{-1} A^T C^{-1} C_{\delta z\delta z_p}^T. \quad (12)$$

Коваріаційну матрицю сигналу в точках опори можна визначити із співвідношення

$$\begin{aligned} K_{\delta z\delta z} &= C_{\delta z\delta z} C^{-1} C C^{-1} C^T_{\delta z\delta z} - C_{\delta z\delta z} C^{-1} A [A^T C^{-1} A]^{-1} A^T C^{-1} C C^{-1} A [A^T C^{-1} A]^{-1} A^T C^{-1} C^T_{\delta z\delta z} = \\ &= C_{\delta z\delta z} C^{-1} C^T_{\delta z\delta z} - C_{\delta z\delta z} C^{-1} A [A^T C^{-1} A]^{-1} A^T C^{-1} C^T_{\delta z\delta z}. \end{aligned} \quad (13)$$

Експериментальні дослідження

Нами здійснено реалізацію колокаційної моделі побудови ЦМР для ділянки складного типу рельєфу. 3-D модель ділянки показана на рис. 3.

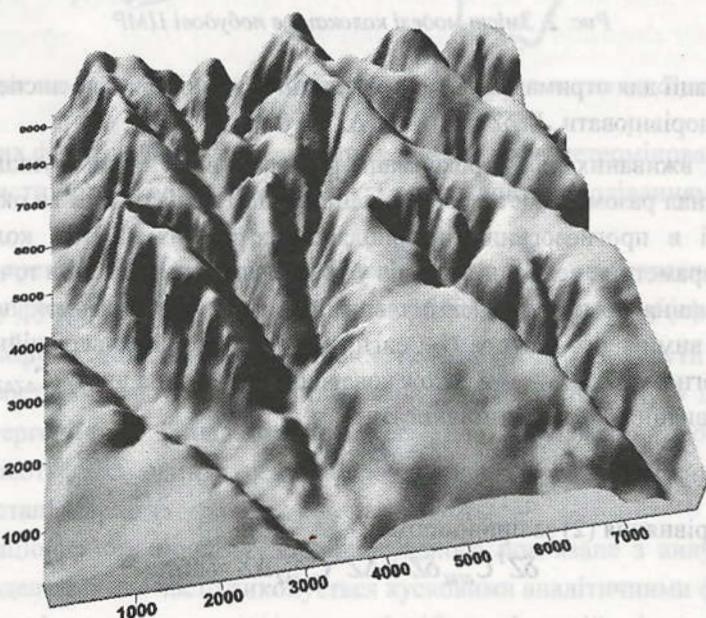


Рис. 3. 3-D модель ділянки

Для цього використано дані цифрування сканером КФС "Дельта" ізоліній карти масштабу 1:50000 з перерізом рельєфу 10 м.

Ділянка топографічної карти, де виконано цифрування, має перепад висот 195 м (від 105 до 300 м), рельєф складний, від щільно перерізаного, до 20 орографічних ліній на 1 км², з максимальними кутами нахилу схилів 28° до рівнинних частин з кутами нахилу схилів 0,5°. Територія зрізана ріками з крутими берегами.

На ділянці оцифровано 3700 вихідних точок. Вихідна інформація включала точки ізоліній, набрані через 1 мм, а на їх вигинах щільніше до 0,7 мм; для спокійних ділянок рельєфу на відстанях не менше ніж 1 см, і характерні точки, підписані на карті. Контрольні точки для оцінки точності результатів моделювання вибирались на крутих і пологих схилах, по 60 для кожного випадку.

Дослідження складається з двох етапів:

- знаходження коваріаційної функції та наближення її за допомогою модельних коваріаційних функцій;
- моделювання рельєфу із застосуванням різних модельних коваріаційних функцій та порівняльний аналіз точності результатів.

Для реалізації методу колокації укладено програму мовою Object Pascal в середовищі візуального програмування Borland Delphi 5.0.

Доцільним буде порівняти метод колокації з методом Крайгінга, застосовуючи який, отримано найкращі результати моделювання рельєфу. Для функцій, які характеризують статистичні характеристики рельєфу, в методах Крайгінга і колокації здійснено моделювання емпіричних кривих: варіограми і коваріаційних функцій, отриманих за всіма вихідними точками, для четвертої моделюваної ділянки.

Графічне зображення експериментальних кривих: варіограми (крива 1) і коваріаційної функції (крива 2) показано на рис. 4.

Наведемо в таблиці математичні вирази, отримані вихідні параметри варіограм та коваріаційних функцій та результати моделювання рельєфу.

Вирази (1) і (2) відомі як експоненційна і показникова варіограми відповідно; функції (3), (4) і (7) запозичено з літератури [1] як рекомендовані для розв'язання апроксимаційних задач. Функція (5) відповідає функції (1), функція (6) відома як функція Hirschon'a.

Програму для реалізації моделювання методом колокації укладено за таким алгоритмом: 1) відбракування грубих помилок у відмітках точок за критерієм 3σ ; 2) вибір інтервалу дискретизації побудови ЦМР; 3) пошук вихідних точок для моделювання в межах заданого радіуса R з розташуванням їх за секторами; 4) побудова ЦМР в межах вибраної локальної ділянки; 5) запис результатів; 6) повторення циклу дій (3)–(5) для всієї ділянки.

Як і очікувалось, результати моделювання методами колокації і Крайгінга майже ідентичні (див. функції (1) і (5)). Такі висновки зроблено і на основі теоретичного аналізу методів колокації і Крайгінга. Наведемо результати моделювання у вигляді відтворених за ЦМР ізоліній для частини ділянки. На рис. 5 показано порівняння моделювання з застосуванням коваріаційної функції (7) (тонші лінії) та з застосуванням методу Крайгінга функція (1) (грубіші лінії) для різних частин ділянки. На рис. 6 зображені результати моделювання рельєфу методом Крайгінга із застосуванням для моделювання варіограми функції (1) (грубіші лінії) та функції (3) (тонші лінії). Умови моделювання для двох методів однотипні: 8 точок в октанті, інтервал дискретизації – 100 м [3].

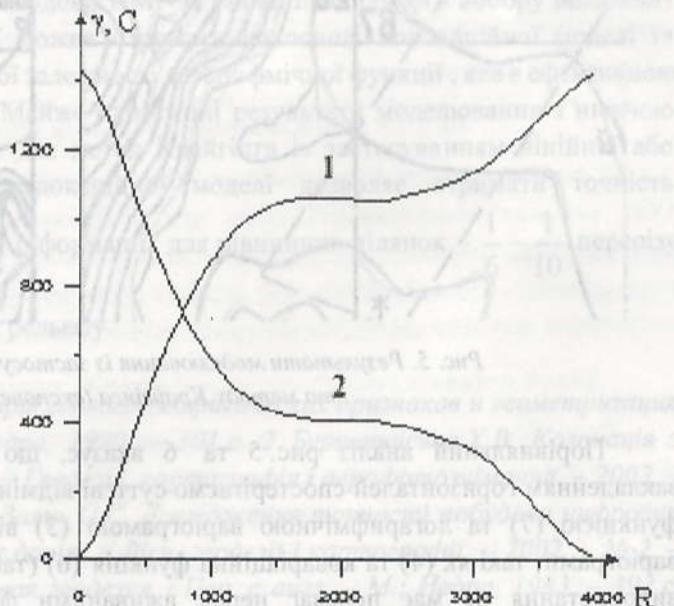


Рис. 4. Варіограма і коваріаційна функція

Математичні вирази для моделювання варіограм та коваріаційної функції

Тип статистичної залежності	№ ф-ції	Математичний вираз	Параметри		R кореляції	с.к.п. моделювання, м	
			k	m		рівнин. діл.	круті схили
Варіограма	1	$C_0(1 - \exp(-kR^m))$	0,00065	1,00885	996,3	2,00	2,95
	2	$C_0(kR^m)$	0,00633	0,60980	1293,5	2,12	3,44
	3	$C_0 \ln(1 + kR^m)$	0,00267	0,77907	1154,6	1,95	3,20
Коваріаційна функція	4	$\frac{2C_0}{\pi} \operatorname{arctg}(kR^m)$	0,00016	1,28869	865,17	2,19	2,80
	5	$C_0 \exp(-kR^m)$	0,00059	1,01722	1035,2	1,96	2,99
	6	$\frac{C_0}{(1 + kR^m)}$	0,00003	1,53712	888,4	2,38	2,71
	7	$C_0 \frac{2e}{1 + \sqrt{1 + kR^m}}$	0,00185	1,11061	1069,1	1,88	2,85

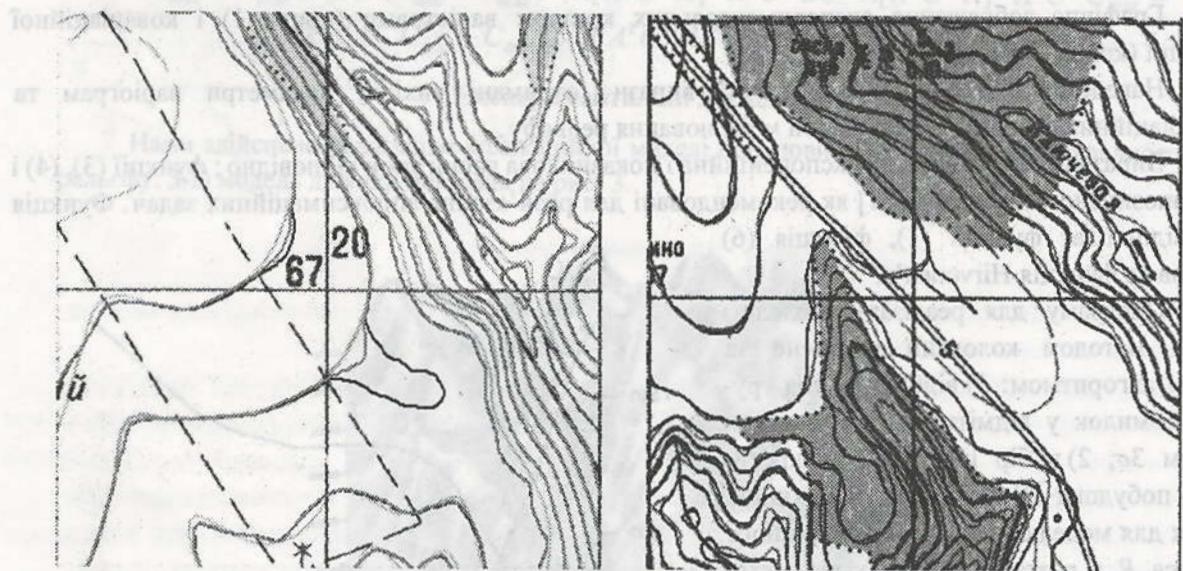


Рис. 5. Результати моделювання із застосуванням коваріаційної функції (7) та методу Крайгінга (експоненційна варіограма)

Порівняльний аналіз рис. 5 та 6 вказує, що в місцях рівнинних ділянок із значним закладенням горизонталей спостерігаємо суттєві відмінності: за методом колокації з коваріаційною функцією (7) та логарифмічною варіограмою (3) відтворення моделі точніше. Інші модельні варіограми, такі як (4) та коваріаційна функція (6) (таблиця) чутливі до щільності інформації й їх використання не має переваг перед вживаними функціями для рівнинних ділянок. Аналіз результатів моделювання вказує на те, що точніші результати отримано із застосуванням коваріаційної функції (7) та функції (5) для моделювання варіограми, особливо це стосується витягнутих лощин, русел рік, що має практичне значення для високоточного створення ЦМР. У місцях із значним закладенням горизонталей функція (7) має переваги перед функцією (5). Порівняльний аналіз моделювання з використанням усіх семи функцій свідчить про найточніше відтворення рельєфу з використанням функції (7) для ділянок із складними структурними формами рельєфу.

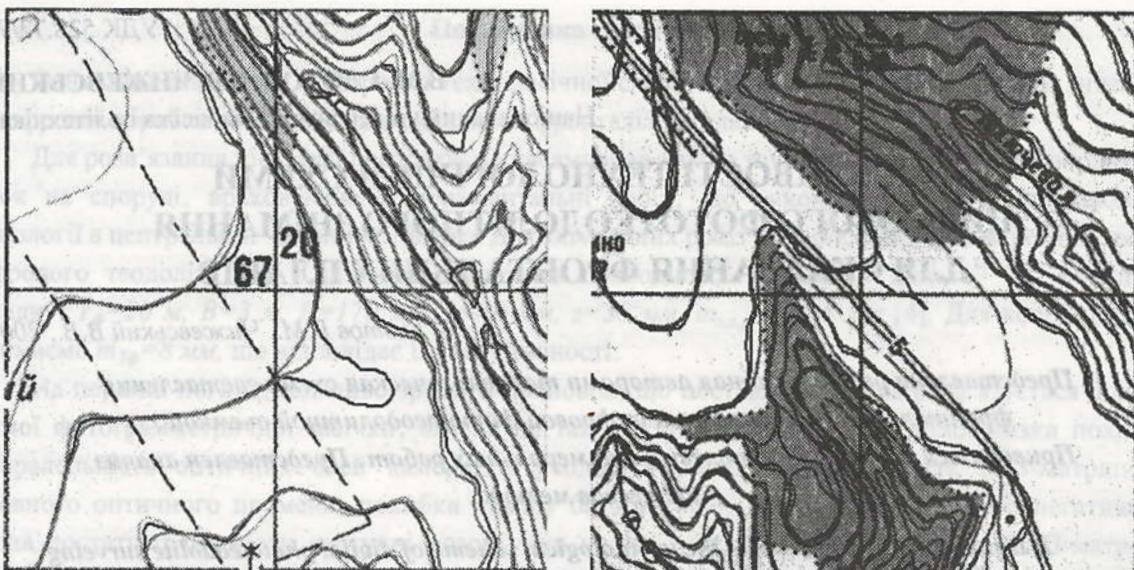


Рис. 6. Результати моделювання методом Крайгінга із застосуванням функцій (1) та (3)

Висновки

1. Розроблено нові алгоритми і програми математичного моделювання рельєфу на основі колокаційної моделі з застосуванням різних, раніше не вживаних функцій для моделювання коваріаційних залежностей і варіограм, які суттєво підвищують точність моделювання.

2. Встановлено, що точні результати побудови ЦМР за умови правильного вибору щільності вихідних точок та інтервалу дискретизації можна отримати на основі колокаційної моделі із застосуванням для моделювання коваріаційної залежності логарифмічної функції, яка є ефективною для моделювання складних форм рельєфу. Майже однотипні результати моделювання з нижчою точністю в місцях складних форм рельєфу дає метод Крайгінга із застосуванням лінійної або експоненційної варіограм. Застосування колокаційної моделі дозволяє отримати точність моделювання залежно від щільності вихідної інформації: для рівнинних ділянок – $\frac{1}{6} - \frac{1}{10}$ перерізу

рельєфу: для крутых схилів – $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ перерізу рельєфу.

1. Аронов В.И. *Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ*. – М.: Недра, 1990. – 301 с.
2. Бурштинська Х.В. Колокація з умовами у цифровому моделюванні рельєфу // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2002. – Вип. 62. – С. 103–110.
3. Бурштинська Х.В., Заяць О.С. Дослідження точності побудови цифрових моделей рельєфу на основі картометричних даних // Вісн. геодезії і картографії. – 2002. – № 2. – С. 26–31.
4. Мориц Г. Современная физическая геодезия / Пер. с англ. – М.: Недра, 1983. – 392 с.
5. Cooper M.A.R., Cross F.A. Statistical concepts and their application in photogrammetry and surveying (continued) // Photogramm. Rec. – 1991. – № 77. – P. 645–678.
6. Dermanis A. Kriging and collocation – a Comparison // Manuscr. geol. – 1984. – № 3. – P. 159–167.
7. Schädlich M. Zur Prädiktion von Zufallsprozessen // Vermessungstechnik. – 1982. – № 11. – P. 383–384.
8. Shaffrin B. An alternative approach to robust collocation // Bull. geod. – 1989. – № 4. – P. 395–404.
9. Wolf H. Multiquadratische Methode und Kollokation // All. Vermess. Nachr. – 1981. – № 3. – P. 89–94.