

## **ВИКОРИСТАННЯ ДВОСТОРОННЬОГО ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НИВЕЛЮВАННЯ У СВІТЛОВІДДАЛЕМІРНИЙ ПОЛІГОНОМЕТРІЇ**

© Перій С.С., 2001

**Для определения высот полигонометрических пунктов показана возможность применения двустороннего тригонометрического нивелирования взамен геометрического нивелирования III кл., при длинах сторон до 2 км. Показана возможность использования неодновременных наблюдений зенитных расстояний на пунктах измеряемой линии для двухстороннего тригонометрического нивелирования без существенных потерь точности, при условии измерения колебаний изображений.**

**It is shown that for the determination of heights of traverse points, the reciprocal trigonometric leveling may be used instead of third-order leveling, if lines are not longer 2 km. The non-simultaneous measuring of zenith distances at the ends of a line may be used for the reciprocal trigonometric leveling without of sufficient decreasing of accuracy, if image fluctuations are measured.**

Застосування сучасних електронних тахеометрів для побудови полігонометричних мереж вносить суттєві корективи в методику та програми спостережень і опрацювання результатів вимірів. Проведення автоматизованих вимірів на пункті полігонометрії – світло-віддалемірних, вимірювання горизонтальних та вертикальних кутів дає можливість комплексного опрацювання результатів вимірів та визначення координат пунктів. Нами

запропонована методика опрацювання таких вимірів із використанням двостороннього неодночасного тригонометричного нівелювання Використання тригонометричного нівелювання надає ряд безсумнівних економічних, трудомістких та часових переваг перед нівелюванням горизонтальним променем [5,7].

Запропонована методика [7] визначення горизонтального прокладення із застосуванням тригонометричного нівелювання дає змогу оперативно проводити польові контролю вимірювання зенітних віддалей та перевищень по спостережуваних лініях і полігонах.

Відомо [2], що похила віддаль  $D_{cb}$ , виміряна світловіддалеміром, визначається за формулою:

$$D_{cb} = D_{вим} + p + 1 \cdot 10^{-5} (K_{T,p}) + \Delta D_g, \quad (1)$$

де  $D_{вим}$  – результат вимірювання лінії світловіддалеміром;  $p$  – постійна приладна поправка світловіддалеміра;  $(K_{T,p})$  – поправка за температуру і тиск (визначається за допомогою таблиць або номограм для даного світловіддалеміра);  $\Delta D_g$  – поправка за циклічну помилку.

Виправлена величина вимірювання лінії буде відповідати похилій віддалі між світловіддалеміром і відбивачем. При визначених висотах точок полігонометричного ходу з геометричного нівелювання горизонтальні проекції  $S$  сторін ходу визначають згідно із відомою формули:

$$S = \sqrt{D_{cb}^2 - (H_{відб} - H_{cb})^2}, \quad (2)$$

де  $H_{відб}$  і  $H_{cb}$  – висоти, відповідно, відбивача та світловіддалеміра.

Застосовуючи тригонометричне нівелювання у світловіддалемірній полігонометрії, виникає невизначеність, пов'язана із зв'язком перевищення  $(H_{відб} - H_{cb})$  та горизонтальної проекції лінії  $S$ , а також за рахунок неоднаковості висот інструментів, відбивача та візирної марки. Визначаючи перевищення між пунктами  $(H_2 - H_1)$ , окрім вимірної зенітної віддалі  $Z$ , необхідно знати горизонтальне прокладення  $S$  або похилу віддаль між теодолітом та візирною ціллю  $D_T$ .

$$H_2 - H_1 = S \cdot ctg Z_{1,2} + i_{T1} - i_{M2} + (K_{1,2}), \quad (3)$$

де  $i_{T1}$  – висота теодоліта над пунктом спостереження (1);  $i_{M2}$  – висота марки над спостережуваним пунктом (2);  $(K_{1,2})$  – поправка за кривину Землі та рефракцію.

$$(K_{1,2}) = \frac{(1 - k_{1,2}) S^2}{2R \sin^2 Z_{1,2}} = \frac{S^2}{2R \sin^2 Z_{1,2}} - \frac{\delta''_{1,2} S}{\rho'' \sin^2 Z_{1,2}}, \quad (4)$$

де  $k_{1,2}$  – коефіцієнт рефракції,  $\delta''_{1,2}$  – кут рефракції,  $R$  – радіус Землі.

Визначення горизонтальних проекцій ліній та перевищень у полігонометричному ході, використовуючи результати односторонніх спостережень зенітних віддалей, проводиться на станції безконтрольно. Контроль вимірів можна провести тільки по ходу і після завершення польових робіт.

Запропонована нами методика дає змогу контролювати виміри на лінії спостережень та вводити поправки за вертикальну рефракцію.

Для визначення перевищення між пунктами полігонометрії скористаємось формулою двостороннього тригонометричного нівелювання:

$$H_2 - H_1 = S \cdot tg \frac{Z_{1,2} - Z_{2,1}}{2} + \frac{i_{T1} - i_{M2}}{2} - \frac{i_{T2} - i_{M1}}{2} + \Delta(K_{1,2}), \quad (5)$$

де  $\Delta(K_{1,2})$  – поправка за кривину Землі та рефракцію при двосторонніх спостереженнях.

$$\Delta(K_{1,2}) = \frac{(\delta_{2,1}'' - \delta_{1,2}'')S}{2\rho'' \sin^2 Z_{1,2}}. \quad (6)$$

При симетричному профілі спостережень кути рефракцій можна прирівняти, тобто прийняти, що  $\delta_{1,2}'' = \delta_{2,1}''$ . Тоді поправка за кривину Землі й рефракцію у визначенні перевищень буде дорівнювати нулю.

Пропонується для визначення горизонтального прокладення та перевищень при світловіддалемірній полігонометрії, із використанням двосторонніх зенітних спостережень використовувати метод послідовних наближень у такій послідовності:

1. Приймаємо в першому наближенні :

$$(H_2 - H_1) = D_{c6} \cdot \cos Z_{1,2} + i_{T1} - i_{M2}. \quad (7)$$

2. Обчислюємо висоти світловіддалеміра і відбивача

$$H_{c6} = H_1 + i_{c6}, \quad (8)$$

$$H_6 = H_1 + (H_2 - H_1)_n + i_6.$$

3. Обчислюємо горизонтальне прокладення за формулою (2) та приймаємо за  $n+1$  наближення :

$$S_{n+1} = S_n. \quad (9)$$

4. Обчислюємо перевищення  $(H_2-H_1)$  та  $(H_1-H_2)$  за формулами одностороннього тригонометричного нівелювання:

$$\left. \begin{aligned} (H_2 - H_1)_{n+1} &= S_{n+1} \cdot \operatorname{ctg} Z_{1,2} + i_{T1} - i_{M2} + \frac{S_{n+1}}{2R \cdot \sin^2 Z_{1,2}} \\ (H_1 - H_2)_{n+1} &= S_{n+1} \operatorname{ctg} Z_{2,1} + i_{T2} - i_{M1} + \frac{S_{n+1}}{2R \cdot \sin^2 Z_{1,2}} \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

5. За  $n+2$  наближене значення перевищення приймаємо середнє значення обчислених за формулою (10)

$$(H_2 - H_1)_{n+2} = \frac{(H_2 - H_1)_{n+1} - (H_1 - H_2)_{n+1}}{2}. \quad (11)$$

6. Продовжуємо обчислення, починаючи з пункту 2 запропонованої методики. Закінчуємо обчислення контролем за наближеними значеннями перевищень

$$\left. \begin{aligned} |(H_1 - H_2)_{n+2} - (H_1 - H_2)_{n+1}| &\leq 1\text{мм} \\ |(H_2 - H_1)_{n+2} - (H_2 - H_1)_{n+1}| &\leq 1\text{мм} \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

де  $n$  – номер наближення (як правило  $n$  не більше трьох).

Контролем вимірювань використовують різницю перевищень прямого й зворотного спостережень лінії, отриманого в ( $n$ ) – му наближенні:

$$(H_2 - H_1)_n + (H_1 - H_2)_n \cong \frac{S}{\rho'' \cdot \sin Z_{1,2}} (\delta_{1,2}'' + \delta_{2,1}''). \quad (13)$$

Наближене значення кута рефракції можна подати у вигляді [7]:

$$\delta_{1,2}'' = 2.65 \cdot S_{\text{км}} - 1.33 \cdot S_{\text{км}}^{1/2} \cdot A_{\alpha}'', \quad (14)$$

де  $A_{\alpha}''$  – амплітуда коливань.

Розрахуємо  $\max \delta''$  для віддалі 1 км та максимального значення амплітуди коливань зображень  $\max A''_{\alpha} = 10''$ . Величина  $\max \delta'' = 10''$ , а різниця перевищень, коли  $\delta''_{1,2} = \delta''_{2,1}$ , буде становити 100 мм, тому запишемо

$$|(H_2 - H_1)_n + (H_1 - H_2)_{n+1}| \leq 100 \text{ мм}.$$

7. За остаточне значення горизонтального прокладення та перевищення приймають величини з останнього наближення.

Для більш повного введення поправки за вертикальну рефракцію можна використати двосторонні спостереження зенітних віддалей.

Проводячи високоточні спостереження та спостереження на несиметричному профілі сумарний кут рефракції  $(\delta''_{1,2} + \delta''_{2,1})$  розділяють на складовий і визначити часткові поправки за рефракцію [2 – 4].

Сумарний кут рефракції визначають також за відомою формулою [3]:

$$(\delta''_{1,2} + \delta''_{2,1}) = (\text{ctg} Z_{1,2} + \text{ctg} Z_{2,1}) \rho'' \sin^2 Z_{1,2} + \rho'' \frac{S}{R} - \frac{\rho''}{S} (i_{M2} + i_{M1} - i_{T1} - i_{T2}) \sin^2 Z_{1,2}. \quad (15)$$

Обчислимо середній кут рефракції по напрямку:

$$\bar{\delta}'' = \frac{(\delta''_{1,2} + \delta''_{2,1})}{2}. \quad (16)$$

Кути часткової рефракції визначають способами рефракційних співвідношень [3]:

$$\left. \begin{aligned} \delta''_{1,2} &= \bar{\delta}'' + \frac{q-1}{q+1} \left( \bar{\delta}'' - \delta''_n \right) \\ \delta''_{2,1} &= 2\bar{\delta}'' - \delta''_{1,2} \\ \delta''_{2,1} &= \bar{\delta}'' - \frac{q-1}{q+1} \left( \bar{\delta}'' - \delta''_n \right) \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

де  $q$  – коефіцієнт рефракційного співвідношення;  $\delta''_n$  – кут нормальної рефракції [2]:

$$\delta''_n = 198.14 \frac{P}{T^2} S_{(км)}. \quad (18)$$

Підставимо (5) у (2) і отримаємо:

$$\Delta(K_{1,2}) = \frac{(1-q)}{(1+q)} \frac{S}{\rho'' \sin^2 Z_{1,2}} \left( \bar{\delta}'' - \delta''_n \right). \quad (19)$$

Для двосторонніх (неодночасних) зенітних спостережень коефіцієнт рефракційних співвідношень визначають із такої залежності:

$$q = \frac{P_1 \cdot T_2^2 \cdot c_1 \cdot h_{e2}^b}{P_2 \cdot T_1^2 \cdot c_2 \cdot h_{e1}^b}, \quad (20)$$

де  $P$  – атмосферний тиск,  $T$  – температура  $K^\circ$ ,  $c$  – аномальний градієнт температури на висоті 1 м над підстиляючою поверхнею,  $h_e$  – еквівалентна висота променя,  $b$  – ступінь, який приблизно дорівнює 1.

При одночасних спостереженнях і для деяких наближень,  $q$  можна обчислити, використовуючи тільки еквівалентні висоти.

$$\Delta(K_{1,2}) = \frac{(h_{e1} - h_{e2})}{(h_{e1} + h_{e2})} \frac{S}{\rho'' \sin^2 Z_{1,2}} \left( \bar{\delta}'' - \delta''_n \right). \quad (21)$$

З аналізу формул (19-21) випливає, що поправка за рефракцію при двосторонньому тригонометричному нівелюванні зменшується при:

- 1) симетричному профілі, тобто  $h_{e1} \cong h_{e2}$ ;
- 2) спостереженнях, виконаних у періоди, близькі до періодів спокійних зображень коли  $\delta_1'' \cong \delta_2'' \cong \bar{\delta}'' \cong \delta_n''$ .

Проводячи на пунктах полігонометрії додатково виміри коливань зображень, разом із виміром зенітних віддалей, коефіцієнт  $q$  обчислюють за формулою [3]

$$q = \frac{\sigma_{\alpha 1}^2}{\sigma_{\alpha 2}^2}, \quad (22)$$

де  $\sigma_{\alpha}$  – флуктуації зенітних віддалей.

Вимірюючи амплітуди коливань зображень або швидкості зміни зенітних віддалей [4] під час двостороннього тригонометричного нівелювання, дає змогу використовувати неодноразовні спостереження для визначення часткових кутів рефракції, оскільки величина вертикальної рефракції функціонально залежить від коливань зображень [6], тому (6) із врахуванням (9) запишемо у вигляді:

$$\Delta(K_{1.2}) = \frac{(\sigma_{\alpha 2}^2 - \sigma_{\alpha 1}^2)}{(\sigma_{\alpha 1}^2 + \sigma_{\alpha 2}^2)} \frac{S}{\rho'' \sin^2 Z_{1.2}} \left( \bar{\delta}'' - \delta_n'' \right). \quad (23)$$

Формула (23) дає змогу проводити обрахунки поправок за вертикальну рефракцію як одночасних, так і не одночасних двосторонніх спостережень зенітних віддалей та флуктуацій відповідних їм по часу. Її аналіз показує, що найкраще проводити спостереження в періоди, близькі до періодів спокійних зображень, коли  $\sigma_{\alpha 1} \cong \sigma_{\alpha 2}$  і  $\bar{\delta}'' \cong \delta_n''$ . Величина середнього члена формул (20, 22, 24) накладає обмеження у віддалі. Застосування двостороннього тригонометричного нівелювання зі зменшеним впливом вертикальної рефракції бажано проводити по лініях  $S \leq 2(\text{км})$ .

Методика визначення горизонтальних прокладень та перевищень апробована за результатами експериментальних спостережень [6].

Результати обрахунків показують, що використання двосторонніх спостережень зенітних віддалей при світловіддалемірній полігонометрії дозволяє замінити геометричне нівелювання III класу – тригонометричним для довжин сторін до 2 км.

Похибку за вплив вертикальної рефракції в перевищенні, яке визначене з двостороннього тригонометричного нівелювання, зумовлену похибкою у визначенні часткових рефракцій, можна обчислити, використовуючи (6):

$$m_{\Delta(K)} = m_{\delta} \frac{S}{\rho'' \sqrt{2}}. \quad (24)$$

Для підвищення точності визначення перевищень та горизонтальних прокладень рекомендується:

- 1) використовувати триштативну систему для виключення поправок за центрування та редукацію;
- 2) точніше проводити визначення висот інструментів та візирних цілей;

3) спостереження зенітних віддалей проводити трьома-чотирма прийомами вимірювань, одночасно проводити вимірювання флуктуацій та метеорологічних елементів Р і Т;

4) застосовувати для спостережень електронні тахеометри та станції, у яких візирна вісь суміщена з оптичною, що значно полегшить проведення вимірювань та обчислень.

*1. Труды Центрального научно-исследовательского института геодезии, аэрофотосъемки и картографии. – 1955. Вып. 102. – С. 175. 2. Островский А.Л., Джуман Б.М., Заблоцкий Ф.Д., Кравцов Н.И. Учёт атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения. – М.: Недра, 1990. – С. 234. 3. Джуман Б.М., Перий С.С. Определение вертикальной рефракции способами рефракционных соотношений // Тез. докл. ч. 2. – ХУІ Всесоюзн.конф.по распространению радиоволн. Харьков, – 1990. – С. 231. 4. Перий С.С. Использование скоростей изменения зенитных расстояний для определения частных углов рефракций // Респ.межвед.научн.-техн.сб. – 1990. – Вып.51. – С. 83 – 85. 5. Літинський В.О., Перий С.С., Гарасимчук І.Ф. До питання нівелювання пунктів полігонометрії 4 класу, 1 та 2 розрядів // Зб. наук.праць наук.-практ. конференції “Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва в Україні”. Львів, – 1997. – С. 65 – 67. 6. Перий С.С. До визначення вертикальної рефракції за коливаннями зображень // Зб. наук.праць наук.-практ. конференції “Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва в Україні”. Львів, – 1997. С. 91 – 94. 7. Перий С.С., Мороз О.І. Визначення горизонтального прокладення та висот пунктів світло-віддалемірної полігонометрії при двосторонньому вимірюванні зенітних віддалей // Зб. наук.праць міжнародної науково-практичної конференції “Геодезичний моніторинг, геодинаміка і рефрактометрія на межі ХХІ століття”. Львів, – 1998. – С. 120 – 125.*