

УДК 528.21/22

О.М. Смірнова

Національний університет “Львівська політехніка”

## ОПТИМІЗАЦІЯ ІНФОРМАТИВНОСТІ КАРТ СУЧАСНИХ ДЕФОРМАЦІЙ І РУХІВ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ

© Смірнова О. М., 2001

**Рассмотрен вопрос оптимизации карт градиентов вертикальных движений и деформаций земной поверхности горных регионов Крыма, Карпат, Кавказа и Динарид. В среде MathCAD разработана программа для нахождения оптимальной степени фильтрации информативности картографических изображений. Полученные закономерности имеют важный практический смысл для разработки геофизических карт и достоверности отображения геодинамических процессов.**

**Is devoted to a question of maps optimisation of vertical motions gradients and of Earth surface deformations of Crimea, Carpathians, Caucasus and Dinaridian mountain regions. The program for finding of optimal degree of information density filtration of cartographic denotations is developed in MathCAD medium. The obtained regularities have an important practical meaning for the development of geophysical maps and for the autenacity of reflection of geodynamic processes.**

Відомо, що деформації земної поверхні спричиняє глибинні ендегенні процеси, які відбуваються в земній корі, екзогенні поверхневі процеси, такі, як різні види ерозій, та антропогенні процеси [1].

Карти сучасних деформацій та рухів земної поверхні побудовані за результатами повторних нівелювань, повинні відображати деформації, спричинені рухами ендегенної природи. При цьому застосовують інформаційні фільтри, які і відсіюють зміщення висотних мереж, спричинені факторами іншої природи. Проводити фільтрування можна аналітичним способом. В [2] за результатами статистичного аналізу поля деформацій земної поверхні гірських регіонів Криму та Карпат виявлено таку закономірність, що чим більший розмах обчислених значень градієнтів швидкостей (ГШВРЗП) та швидкостей вертикальних рухів земної поверхні (ШВРЗП) припадає на одиницю площі, тим більша ймовірність попадання на неї спотворених екзогенними факторами значень. Відповідно необхідно збільшити ступінь інформаційного відсіювання бази даних (БД). На основі цього можна стверджувати, що існує певний зв'язок між статистичним розподілом ГШВДЗП та оптимальним коефіцієнтом інформаційного фільтрування БД.

Інформаційні фільтри, які оптимізують картографічне зображення, доцільно застосовувати для будь-якої бази даних, отриманої непрямыми методами. Для прикладу наведемо гістограми статистичного розподілу ГШВДЗП Кримського та Карпатського регіонів, у яких бази даних (БД) мають ступінь фільтрації у межах від 100 % до 70 % із інтервалом 5 % (рис. 1). Коефіцієнти фільтрації бази даних (КФБД) – це відношення кількості значень відфільтрованої БД до всієї кількості значень БД без фільтрування. В результаті аналізу (рис. 1) видно, що із зменшенням коефіцієнта фільтрації бази даних (КФБД) криві статистичного розподілу ГШВДЗП стають більш плавними з відповідним зменшенням величини екстре-

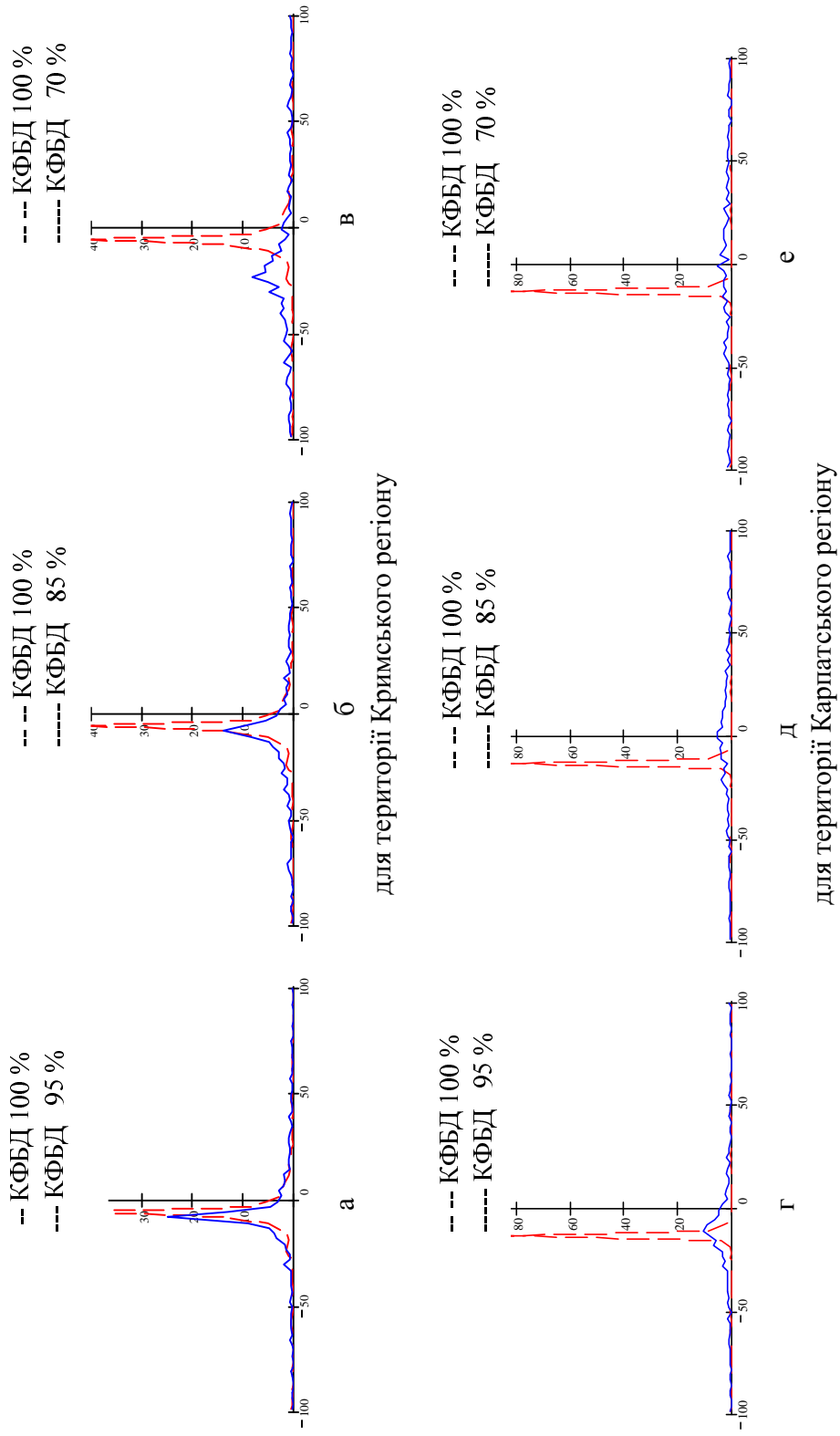


Рис. 1. Порівняння гістограм статистичного розподілу ГШВДЗП при застосуванні різних КФБД

мумів ГШВДЗП. Практично всі криві статистичного розподілу ГШВДЗП підлягають закону, близькому до нормального. Оскільки статистичний розподіл є близький до нормального розподілу, то функцію розподілу апроксимуємо за виразом:

$$f(x, u, w) = \frac{1}{x \cdot u} \cdot e^{-\frac{(b1_k + w)^2}{2x^2}}, \quad (1)$$

де  $x, u, w$  – це безрозмірні коефіцієнти, від значення яких залежить форма кривої статистичного розподілу  $f(x, u, w)$ ,  $b1$  – масив БД,  $k$  – розмірність масиву. На коефіцієнти накладають умови  $x \geq 0, u \geq 0$ .

За функцією (1) зміна  $w$  при постійному  $u$  та  $x$  приводить до переміщення кривої по осі абсцис без зміни форми кривої. Зміна значення  $x$  і  $u$  при незмінній  $w$  приводить до зміни крутизни кривої статистичного розподілу і величини екстремального значення функції. Невідомі коефіцієнти  $x, u, w$  для різних КФБД шукаємо за умови мінімального відхилення функції статистичного розподілу БД і аналітичної функції, отриманої за виразом (1). Для цього мінімізуємо наступну функцію, використовуючи алгоритм Левенберга-Маркардта.

$$[f(x, u, w) - \varphi(x, u, w)]^2 = \min, \quad (2)$$

де  $\varphi(x, u, w)$  – значення деформацій, отримані за цифровою моделлю.

Метод Левенберга-Маркардта є різновидом градієнтного методу. При кожному кроці алгоритму обчислюємо перші часткові похідні функції (2) відносно змінних, і складає відповідну матрицю Якобі. Ітераційним методом розв'язуємо матричне рівняння:

$$J \cdot s = -f(x), \quad (3)$$

де  $x$  – вектор невідомих,  $s$  – вектор приросту невідомих. На першому кроці  $x$  – вектор початкових наближень цих значень невідомих, на кожному наступному кроці  $x$  – дорівнює сумі вектора  $x$  попереднього кроку і приросту  $s$ .

Для того, щоби метод Левенберга-Маркардта був більш ефективним, застосовуємо таку модифікацію даного методу: при першій зупинці процесу ітерацій в точці, що не є розв'язком, додаємо мале випадкове зміщення до невідомих і знову починаємо ітерацію. Це дає змогу запобігти зависанню програми в локальних мінімумах.

Алгоритм був реалізований в програмному пакеті Mathcad. Для встановлення функціонального взаємозв'язку між функцією статистичного розподілу значень БД і оптимальними значеннями КФБД було проведено наступні розрахунки. Вихідними даними були БД ГШВДЗП для різних територій Криму та Карпат. Емпіричним шляхом для цих БД за методикою, поданою в [1,2], встановлено оптимальний КФБД і визначимо оптимально фільтровані БД. Отримані КФБД і гістограми статистичного розподілу відфільтрованих восьми БД були вихідними даними для мінімізування функції (2). Результати мінімізації наведені в табл. 1.

За результатами визначення коефіцієнтів (табл. 1) апроксимуємо регресивною залежністю зв'язок між КФБД і коефіцієнтами нормального розподілу  $x, u, w$

$$I = a_1 \cdot x + a_2 \cdot u + a_3 \cdot w. \quad (4)$$

За даними табл. 1 складено вісім рівнянь. Визначення коефіцієнтів  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  виконано за методом найменших квадратів.

Результати їх визначення наведені в табл. 2.

Таблиця 1

**Коефіцієнти нормального розподілу отримані в результаті мінімізування функції (1), використовуючи алгоритм Левенберга- Маркардта**

Оптимальний КФБД	Коефіцієнти		
	$x$	$u$	$w$
80	1,008	0,036	-2,593
80	0,007	1,030	0,520
85	0,135	1,011	0,121
85	0,016	1,064	-0,380
85	0,093	1,035	-0,156
90	0,064	1,129	0,130
90	0,041	1,081	-0,213
95	0,043	1,205	0,111

Таблиця 2

**Значення коефіцієнтів регресії**

Коефіцієнти	$a_1$	$a_2$	$a_3$
Визначені коефіцієнти фільтрування	0,633	0,755	-0,050
Помилка визначення коефіцієнтів	0,067	0,008	0,025

За результатами обчислень видно, що коефіцієнт  $a_3$  визначений з різним знаком, оскільки характеризує зміщення кривої розподілу відносно осі абсцис. Тобто на вигляд функції статистичного розподілу він не має впливу. Відповідно регресивну залежність спростимо до відповідного вигляду

$$I = a_1 \cdot x + a_2 \cdot u . \quad (5)$$

Повторно виконуємо визначення коефіцієнтів  $x$ ,  $u$  і отримані результати за формулою (5) подамо в табл. 3.

Таблиця 3

**Остаточні коефіцієнти регресії**

Позначення	$a_1$	$a_2$
Визначені коефіцієнти фільтрування	0,762	0,767
Помилка визначення коефіцієнтів	0,023	0,008

За отриманими результатами точність визначення коефіцієнтів в межах:

$x - 2,3 \%$ ,  $u - 0,8 \%$ , що свідчить про досить високу надійність їх визначення. Кінцеве рівняння регресії має такий вигляд:

$$I = 0,762 \cdot x + 0,767 \cdot u . \quad (6)$$

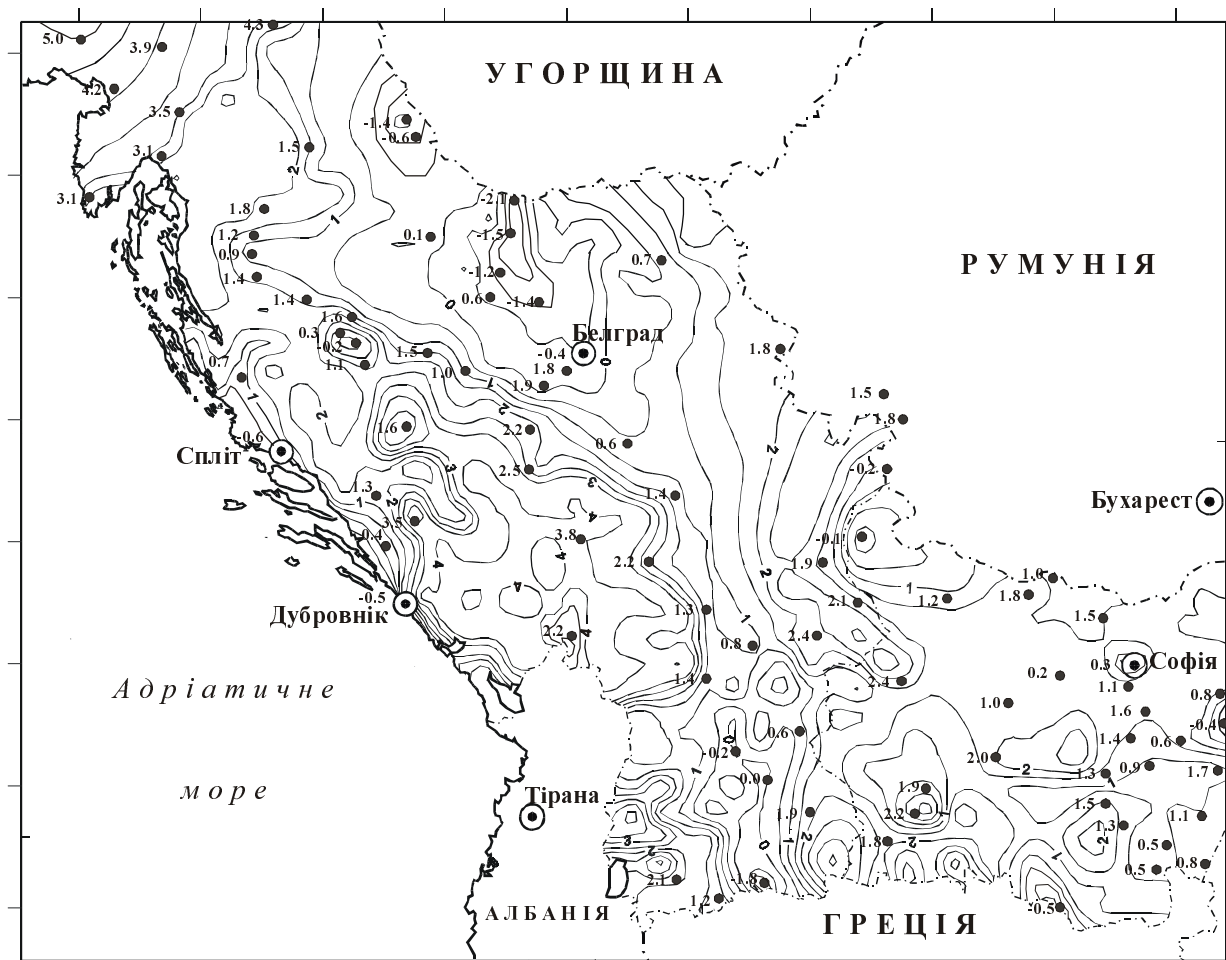
Порівняємо КФБД, отримані за виразом (6), із їх істинним значенням (табл. 4).

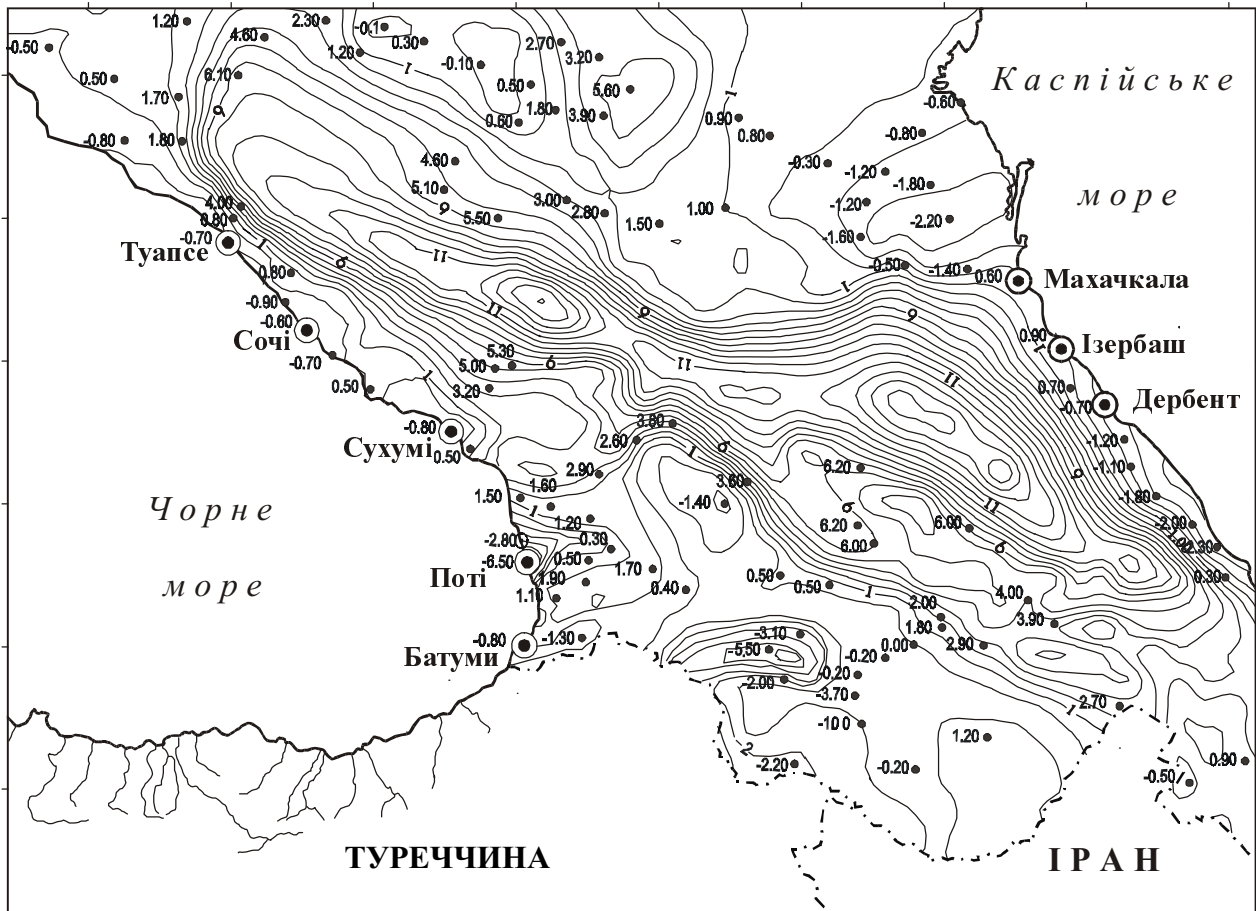
На основі залежності (6) ми можемо попередньо оцінити оптимальний ступінь фільтрації результатів вимірів, отриманих непрямими методами.

Таблиця 4

**Порівняння оптимальних КФБД, отриманих експериментально  
і визначених аналітично**

КФБД	
експериментальне	обчислене
80	79
80	79
85	87
85	82
85	86
90	81
90	85
95	95





б

Рис. 3. а – Карта швидкостей вертикальних рухів земної поверхні території Дінарид,

• – висотні пункти; ізолінії ШВДЗП проведені через 1 мм/рік

б – Карта швидкостей вертикальних рухів земної поверхні Кавказського регіону,

• – висотні пункти; ізолінії ШВДЗП проведені через 1 мм/рік

Проілюструємо дану методику на роботі з вихідною базою даних на інші гірські регіони. За даними повторних нівелювань території Кавказу та Дінарид визначені для оптимальних ШВРЗП. Статистичний розподіл для оптимального фільтрування цих БД визначимо за виразом (1). За розв'язком рівняння (2) визначені коефіцієнти  $x$ ,  $u$ ,  $w$ , які наведемо в табл. 5.

Таблиця 5

Вихідна база даних на територію:	Визначені коефіцієнти		Оптимальний КФБД
	$x$	$u$	
Дінарид	0,113	1,095	92,6
Кавказу	0,185	1,048	94,5

За виразом (6) визначимо оптимальні КФБД території Кавказу і Дінарид.

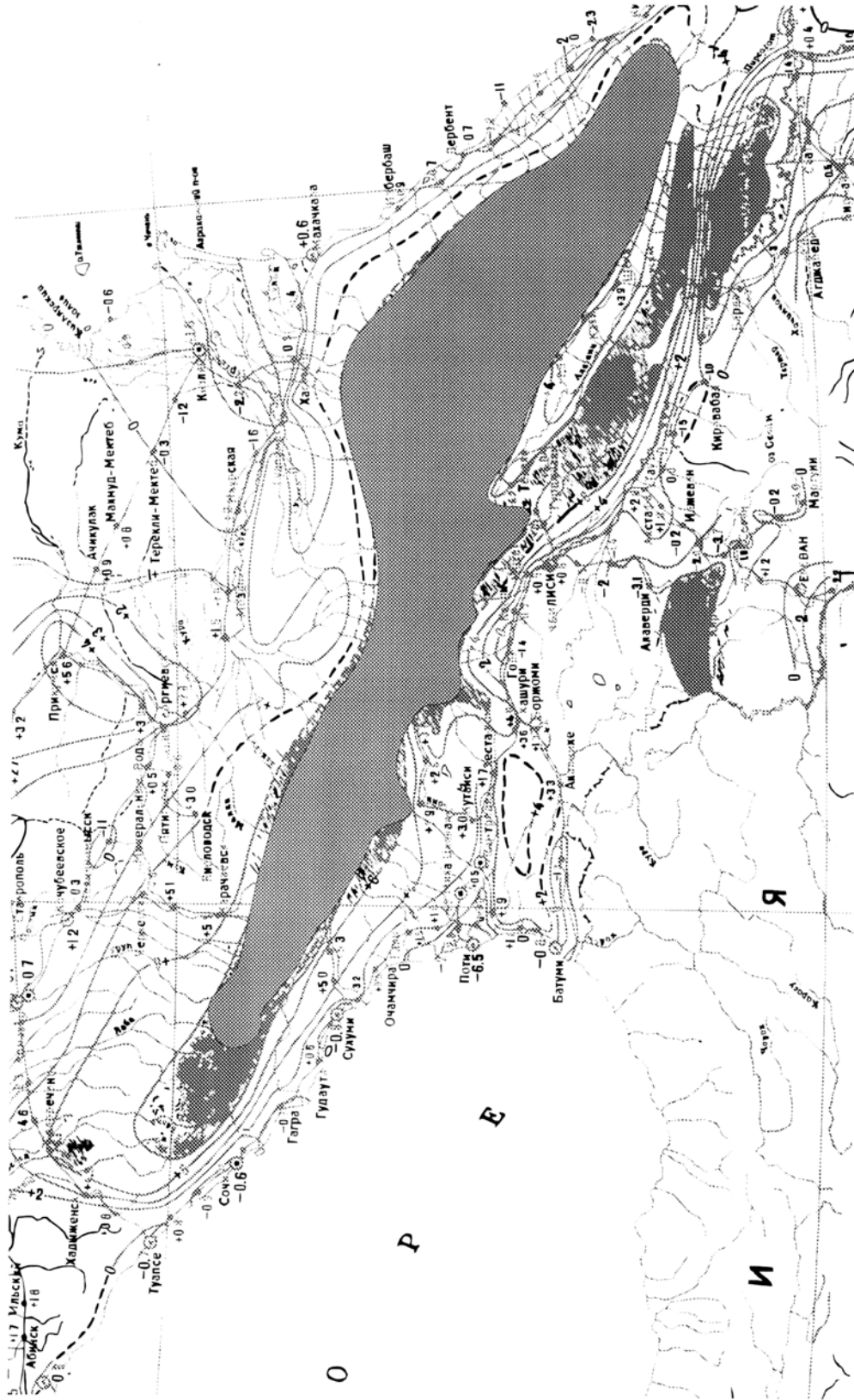


Рис. 4. Фрагмент карти швидкостей вертикальних рухів земної кори південної Європи  
 \* — ізолінії ШВДЗП проведені через 2 мм/рік; допоміжні ізолінії проведені через 1 мм/рік

Для порівняння наведемо приклад побудованих карти ШВДЗП території Кавказу із застосуванням представленої методики (рис. 3 а, б) і карти побудованої за цими вихідними даними (рис. 4) [3]. Як видно ймовірність картографічного відображення є значно вищою при застосуванні представленого методу.

*1. Корнилій Третьяк, Ольга Смірнова. Оптимізація інформативності картографічного зображення вертикальних деформацій земної поверхні Кримського півострова // Зб. наукових праць міжнародної науково-практичної конференції “Геодезичний моніторинг, геодинаміка і рефракція на межі ХХІ століття. Львів. 1999. – С. 160 – 170. 2. Ольга Смірнова. Про необхідність оптимізації інформативності карт градієнтів швидкостей вертикальних рухів земної поверхні на прикладі карт різних регіонів // Міжвідомчий науково-технічний збірник “Геодезія, картографія і аерофотознімання”. 2000. – 60. – С. 88 – 97. 3. Карта современных вертикальных движений земной коры Восточной Европы”. // Под ред. Ю. А. Мещерякова. – 1:250 000. – М.: ГУГК, 1973. – 1 л.*