

А.Л.Островський, С.С.Колодруб

**ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ
ІНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗНИКА ЗАЛОМЛЕННЯ ПОВІТРЯ ПРИ
СВІТЛОВІДДАЛЕМІРНИХ ВИЗНАЧЕННЯХ**

Нерівномірність розповсюдження електромагнітних хвиль (ЕМХ) або фазові затримки спричиняються просторовою неоднорідністю розповсюдження показника заломлення повітря. Точність сучасних світловіддалемірних спостережень регламентується не можливостями приладів, а саме атмосферною неоднорідністю.

Так, світловіддалеміри дають змогу вимірювати лінії з точністю $1 \cdot 10^{-7}$. Атмосфера, точніше фазові затримки, спотворюють спостереження і викликають помилки величиною близько $1 \dots 2 \cdot 10^{-5}$. Таким чином, при бажанні досягти прогресу вимірювань і підвищити точність світловіддалемірних спостережень, необхідно розробити методи врахування фазових затримок, тобто знайти середньоінтегральне на трасі значення показника заломлення повітря.

(С) Островський А.Л., Колодруб С.С., 1995

При світловіддалемірних визначеннях фазові затримки можливо врахувати на основі раніше розробленого методу*, названого геодезичним, тому що він потребує одночасного виконання вимірів довжин та зенітних кутів; саме такі виміри дають можливість визначити середнє інтегральне значення показника заломлення світла за формулою

$$n = \frac{1}{L} \int_0^L \left(n_1 + \frac{\sigma}{L} L_1 \operatorname{ctg} z_1 \right) dL, \quad (1)$$

де L_1 - віддаль від світловіддалеміра до біжучої точки інтегрування; n_1 - показник заломлення в початковій точці траси; σ - кут повної рефракції; z_1 - зенітний кут у цій же початковій точці.

Одним із недоліків такого методу є те, що невідоме інтегральне значення z в теорії методу замінене кутом у початковій точці траси z_1 . Більше того, коли $z_1 = 90^\circ$ (горизонтальна траса), задача визначення n взагалі не вирішується. Цих недоліків можна позбутися, якщо обчислити z - середнє інтегральне значення зенітного кута на трасі.

До цього часу обчислити z для довільної кривої розповсюдження ЕМХ не вдавалось. Покажемо, що можна визначити z для моделі атмосфери, близької до реальної, коли крива розповсюдження світла замінена круговою кривою з кривиною

$$\frac{1}{R_3} = \frac{\sigma}{L}. \quad (2)$$

У цьому випадку значення зенітного кута z_1 в будь-якій точці траси L , знаходимо за формулою

$$z_1 = z_1 + \frac{\gamma}{L} L_1 + \frac{\sigma}{L} L_1. \quad (3)$$

У формулі (3) γ - центральний кут, що дорівнює $\gamma = \frac{L}{R_3}$, де R_3 - радіус Землі.

* Островський А.Л. Геодезичний метод обліку впливу атмосфери на результати світловіддалемірних вимірів // Геодезія, картографія і аерофотоанімання. 1965. Вип.3. С.67-74.

Інтегральні значення зенітного кута виразимо формулою

$$\bar{z} = \frac{1}{L} \int_0^L z_1 + dL. \quad (4)$$

Враховуючи (3), запишемо (4) у вигляді

$$\bar{z} = \frac{1}{L} \int_0^L z_1 dL = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\gamma}{L} L_1 dL + \frac{1}{L} \int_0^L \frac{\delta}{L} L_1 dL. \quad (5)$$

Після інтегрування одержимо

$$\bar{z} = z_1 = \frac{\gamma}{2} + \frac{\delta}{2}. \quad (6)$$

Залишається в основній формулі замінити z_1 на \bar{z} . Тоді матимемо

$$\bar{n} = \frac{1}{L} \int_0^L \left(n_1 - \frac{\delta}{L} L_1 \operatorname{ctg} z \right) dL. \quad (7)$$

У розгорнутому вигляді, з врахуванням (6), запишемо

$$\bar{n} = \frac{1}{L} \int_0^L \left[n_1 - \frac{\delta}{L} L_1 \operatorname{ctg} \left(z_1 - \frac{\gamma}{2} + \frac{\delta}{2} \right) \right] dL. \quad (8)$$

Після інтегрування (8), отримуємо кінцевий результат

$$\bar{n} = n_1 + \frac{1}{2} \frac{\delta''}{\rho''} \operatorname{ctg} \bar{z}. \quad (9)$$

Експериментальні дослідження точності такого вдосконаленого геодезичного методу визначення \bar{n} виконані на трьох лініях Бережанського навчального полігона ДУ "Львівська політехніка". На кінцевих точках цих ліній ставили одночасні взаємні вимірювання зенітних кутів, світловіддалемірні та метеорологічні спостереження.

У табл.1 наведені часові значення \bar{z}_1 та \bar{z}_2 , обчислені за формулою (6).

Таблиця 1

Обчислення середньоінтегральних значень зенітних кутів

Дата	Час, год хв	Обчислення Z_1			Обчислення Z_2				
		Z_1 вліт	- $\gamma/2$	Z_1	Z_2 вліт	- $\gamma/2$	Z_2		
Вережанський - Саранчук									
3. IV	12 ⁰⁰	90°08'44,2"	-238,8"	24,0	90°05'09,4"	99°58'25,4"	-238,8"	24,0	99°54'50,6"
	16 ⁰⁰	90°08'41,3"	-238,8"	24,9	90°05'07,4"	99°58'26,4"	-239,8"	24,9	99°54'52,5"
	18 ⁰⁰	90°08'31,0"	-238,8"	30,8	90°05'03,0"	99°58'24,9"	-238,8"	30,8	99°54'56,9"
	20 ⁰⁰	90°08'22,8"	-238,8"	37,0	90°05'01,0"	99°58'20,8"	-239,8"	37,0	99°54'59,0"
Вережанський - Адамівка									
2. IV	16 ⁰⁰	89°05'42,6"	-72,1"	10,8	89°04'41,2"	90°56'20,0"	-72,1"	10,8	90°55'18,7"
	20 ⁰⁰	89°05'37,0"	-72,1"	16,2	89°04'41,1"	90°56'14,7"	-72,1"	16,2	90°55'12,9"
3. IV	10 ⁰⁰	89°05'41,5"	-72,1"	13,4	89°04'42,8"	90°56'15,8"	-72,1"	13,4	90°55'17,2"
	15 ⁰⁰	89°05'42,0"	-72,1"	10,7	89°04'41,6"	90°56'19,8"	-72,1"	10,7	90°55'12,4"
Вережанський - Дашин									
7. IV	15 ²⁰	89°33'57,0"	-64,6"	11,6	89°33'04,0"	90°27'49,1"	-64,6"	11,6	90°26'55,1"
	17 ²⁰	89°33'57,1"	-64,6"	11,8	89°33'04,3"	90°27'48,5"	-64,6"	11,8	90°26'55,7"
	19 ³⁰	89°33'52,3"	-64,0"	16,6	89°33'04,9"	90°27'43,7"	-64,6"	16,6	90°26'55,7"

Контроль правильності обчислень \bar{z}_1 , та \bar{z}_2 , потрібно виконувати за умовою

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = 180^\circ. \quad (10)$$

У табл.2 подані обчислення значень приростів Δl переходу від значень l в точці до середньоінтегрального значення \bar{l} .

Таблиця 2

Обчислення значень Δl для переходів від l до \bar{l}

Дата	Час, год хв	$1/2 \cdot \delta''/\rho''$	$\text{ctg} \bar{z}_{1,2}$	Δl
Лінія Бережанський - Саранчуки				
3. IV	12 ⁰⁰	$11,635 \cdot 10^{-5}$	$15,0006 \cdot 10^{-4}$	$+1,746 \cdot 10^{-7}$
	16 ⁰⁰	$12,072 \cdot 10^{-5}$	$14,9026 \cdot 10^{-4}$	$+1,798 \cdot 10^{-7}$
	18 ⁰⁰	$14,932 \cdot 10^{-5}$	$14,6870 \cdot 10^{-4}$	$+2,192 \cdot 10^{-7}$
	20 ⁰⁰	$17,938 \cdot 10^{-5}$	$14,5890 \cdot 10^{-4}$	$+2,617 \cdot 10^{-7}$
Лінія Бережанський - Адамівка				
2. IV	16 ⁰⁰	$5,236 \cdot 10^{-5}$	$16,0909 \cdot 10^{-4}$	$-8,432 \cdot 10^{-7}$
	20 ⁰⁰	$7,854 \cdot 10^{-5}$	$16,0912 \cdot 10^{-4}$	$-1,236 \cdot 10^{-7}$
3. IV	10 ⁰⁰	$6,504 \cdot 10^{-5}$	$16,0836 \cdot 10^{-4}$	$-1,045 \cdot 10^{-7}$
	15 ⁰⁰	$5,198 \cdot 10^{-5}$	$16,0893 \cdot 10^{-4}$	$-8,350 \cdot 10^{-7}$
Лінія Бережанський - Лапшин				
7. IV	15 ²⁰	$5,620 \cdot 10^{-5}$	$78,3534 \cdot 10^{-4}$	$-4,402 \cdot 10^{-7}$
	17 ²⁰	$5,720 \cdot 10^{-5}$	$78,8340 \cdot 10^{-4}$	$-4,481 \cdot 10^{-7}$
	19 ³⁰	$8,059 \cdot 10^{-5}$	$78,0334 \cdot 10^{-4}$	$-6,306 \cdot 10^{-7}$

Дійсно, формулу (9) можна записати так:

$$\bar{l} = l_{1,2} - \Delta l. \quad (11)$$

де

$$\Delta l = \frac{1}{2} \frac{\delta''}{\rho''} \text{ctg} \bar{z}. \quad (12)$$

Як видно з табл.2, значення Δl досягають $1,3 \cdot 10^{-6}$. Оскільки за формулою (11) можна обчислити два значення l , або N , використовуючи l_1 та l_2 (значення показника заломлення повітря в кінцевих точках ліній), то це дає можливість оцінити точність запропонованого методу обчислення \bar{l} методом подвійних вимірів.

Експериментальна перевірка точності запропонованого методу визначення середньоінтегрального показника заломлення повітря на лінії

Дата	Час, год.хв	N_1	N_2	$\frac{(N_1+N_2)}{2}$	ΔN_{1-2}	$\bar{N}_1 -$ $-N_1 + \Delta N_{1-2}$	$\bar{N}_2 -$ $-N_2 - \Delta N_{1-2}$	$\delta N -$ $-N_1 - N_2$
------	----------------	-------	-------	-----------------------	------------------	--	--	------------------------------

Лінія Бережанський - Саранчуки

3. IV	12 ⁰⁰	287,8	288,3	288,0	+0,2	288,0	288,1	-0,1
	16 ⁰⁰	284,0	284,2	284,1	+0,2	284,2	284,0	+0,2
	18 ⁰⁰	283,8	284,7	284,2	+0,2	284,0	284,5	-0,5
	20 ⁰⁰	284,5	285,1	284,0	+0,3	284,8	284,8	0,0

Лінія Бережанський - Адамівка

2. IV	16 ⁰⁰	301,3	298,8	300,6	-0,8	300,5	300,7	-0,2
	20 ⁰⁰	299,7	298,8	298,3	-1,3	298,4	298,2	+0,2

3. IV	10 ⁰⁰	301,9	299,7	300,8	-1,1	300,8	300,8	0,0
	15 ⁰⁰	292,9	291,3	292,1	-0,8	292,1	292,1	0,0

Лінія Бережанський - Лапшин

7. IV	15 ²⁰	273,9	273,4	273,6	-0,4	273,5	273,8	-0,3
	17 ²⁰	274,8	272,9	273,9	-0,4	274,4	273,3	+1,1
	19 ³⁰	278,0	277,2	277,4	-0,4	277,6	277,6	0,0

Нагадаємо, що індекс заломлення N обчислюють за формулою

$$N = (n - 1) \cdot 10^6. \quad (13)$$

В табл. 3 наведені значення N_1 та N_2 , а також $\frac{N_1 + N_2}{2}$, що дорівнює $\Delta N_{1-2} = \Delta n \cdot 10^6$. У цій же таблиці

$$\begin{aligned} \bar{N}_1 - N_1 + \Delta N_{1-2} \\ \bar{N}_2 - N_2 + \Delta N_{1-2}. \end{aligned} \quad (14)$$

В останній колонці табл. 3 записані рівняння подвійних вимірів δN

$$\delta N = \bar{N}_1 - \bar{N}_2. \quad (15)$$

Не важко зрозуміти, що різниці δN складаються не тільки з помилок власне методу, запропонованого в цій статті, але також з помилок визначення $l_i(N_i)$ в кінцевих точках ліній.

Знайдемо $m_{\bar{N}}$ - помилку визначення \bar{N} (\bar{N}) з окремого виміру

$$m_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{[\delta N \delta N]}{2n}} \quad (16)$$

Обчислення дають

$$m_{\bar{N}} = 0,26 \cdot 10^{-6}$$

Оскільки визначення \bar{N} (\bar{N}) проводять два рази, з використанням значення N_1 та N_2 , а кінцеве значення визначається як середнє, тобто

$$\bar{N}_{\text{сер}} = \frac{\bar{N}_1 + \bar{N}_2}{2} \quad (17)$$

то помилку $m_{N_{\text{сер}}}$ обчислюють за формулою

$$m_{N_{\text{сер}}} = \frac{m_{\bar{N}}}{\sqrt{2}} \quad (18)$$

Отже, точність запропонованого методу визначення інтегрального на трасі показника заломлення досить висока і становить близько $2 \cdot 10^{-7}$.