ББК 26.1
912
Г35
УДК 528

Геодезия, картография и аэрофотосъемка, вып. 32. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. — Львов: Вища школа. Изд-во при Львов. ун-те, 1980. — с. 164.

В статьях сборника освещены новые результаты в развитии теории и методов геодезической астрономии и гравиметрии, теории фигуры Земли, пространственной, линейно-угловой триангуляции, трилатерации, а также исследования в области изучения земной и астрономической рефракции, инженерной геодезии, картографии, фотограмметрии и аэрофотогеодезии.

Для преподавателей, научных работников институтов, аспирантов и студентов геодезического профиля, а также работников геодезических и картографических учреждений.

Списки лит. в конце статей.

Адрес редакционной коллегии:
290646, г. Львов, ул. Мира, 12
Львовский ордена Ленина политехнический институт,
геодезический факультет, тел. 79-74-32

Редакция научно-технической и природоведческой литературы

Г $\frac{20701-062}{М225(04)-80}$ 447—80 1902020000

УДК 528.28

А. В. БУТКЕВИЧ, А. С. ЛАВНИКЕВИЧ

О ВЫЧИСЛЕНИИ АЗИМУТА И ПОПРАВКИ ХРОНОМЕТРА ПО ВЫСОТАМ СОЛНЦА СО СРЕДНИМИ ДАННЫМИ

Определение азимута и поправки часов по высотам Солнца обычно производят с невысокой точностью (0,5—1′) малыми теодолитами, причем наблюдения обрабатывают со средними моментами в парных комбинациях $1/2(T_1+T_4)$ и $1/2(T_2+T_3)$*. Наблюдения выполняют с наведением нити на вертикальный край диска Солнца (рисунок, *а*) или на два края сразу — вертикальный и горизонтальный (рисунок, *б*) — симметрично в приеме [2]. Исследований по учету влияния ускорения при такой обработке и по повышению точности определений в литературе не было.

Авторы поставили цель повысить точность таких определений до ± 5—$7''$ (что позволит определять азимуты направлений на ориентирные пункты), уменьшить влияние ускорения и получить формулы для учета его влияния на азимут и поправку хронометра. В 1978 г. нами установлено, что при продолжительности приема до 20^m влияние ускорения на азимут Солнца, вычисленный по средним данным $1/2(T_1+T_4)$, может достигать $1'$ (!), и рекомендовано для его уменьшения в восемь—десять раз обрабатывать наблюдения попарно в комбинациях $1/2(T_1+T_2)$ и $1/2(T_3+T_4)$, чередуя нужным образом наведения на края диска и начиная наблюдения всегда с переднего края диска (это уменьшает разности Δz и ΔT).

Остаточное влияние радиуса Солнца на азимут при этом выражается формулой

$$\delta a_R = (R_{\odot}/2\rho)\operatorname{ctg} z_m \operatorname{cosec} z_m \Delta z \qquad (1)$$

и при $\Delta z < 20'$ и $z_{\odot} > 60°$ не превышает $2''$.

Использование для наблюдений Солнца точных (ТБ-1, Т-2, Theo 010A) и высокоточных (ОТ-02, ОТ-02М, Т-1) оптических теодолитов позволяет повысить точность определения азимута и поправки часов. При этом можно значительно сократить время на обработку наблюдений, выполняя ее со средними данными в полуприеме или вводя поправку за ускорение, что также по-

---

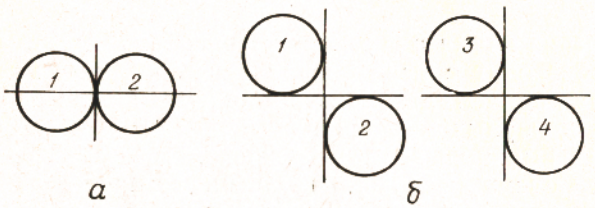
* Контроль измерений при этом обеспечивается тем, что средние отсчеты по часам, вертикальному и горизонтальному кругам должны быть близки между собой.

зволяет дополнительно контролировать вычисления по каждому моменту.

Если мы комбинируем наблюдения, выполненные, например, в моменты T_1 и T_4, то поправка за ускорение в азимут, вычисленный со средней высотой h_m, будет

$$\delta^2 a'' = -\left(\frac{d^2 a}{dz^2}\right)\frac{\Delta z''^2}{8\rho''}, \qquad (2)$$

где разность $\Delta z = z_4 - z_1$ относится к центру диска Солнца, т. е. должна быть исправлена за наведение на край диска (поправ-



Порядок наблюдений Солнца.

ками $\pm R_{\odot}$). При этом азимут a нужно отсчитывать от юга, а поправкой $\delta^2 a$ уменьшать абсолютное значение азимута Солнца.

Известна также формула [1]

$$\delta^2 a = -\left(\frac{d^2 a}{dt^2}\right)\frac{\Delta T^2 \cdot 225}{8\rho''}, \qquad (3)$$

где [3]

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\frac{\cos\varphi \sin a}{\sin^2 z}(\sin\delta \sin z + 2\cos\varphi\cos a). \qquad (4)$$

Но в некоторых случаях, например, когда определяется только азимут и отсчеты по хронометру не производятся, формулу (3) применять нельзя. Кроме того, если мы наводим нить на вертикальные края диска (рис. 1), то полученная разность моментов не соответствует перемещению центра диска Солнца по азимуту. Наконец, мы измеряем зенитные расстояния, а не часовые углы, и поэтому логичнее вычислять поправку за ускорение по разности Δz, а не по ΔT.

Чтобы найти производную $\frac{d^2 a}{dz^2}$, запишем формулы [3]:

$$\frac{dz}{dt} = 15\cos\varphi\sin a; \quad (5) \qquad \frac{da}{dt} = 15(\sin\varphi + \cos\varphi\cos a \operatorname{ctg} z); \quad (6)$$

или

$$\frac{da}{dt} = 15\frac{\cos\delta\cos q}{\sin z}. \qquad (7)$$

Отсюда

$$\frac{da}{dz} = \frac{\cos\delta\cos q}{\sin z\cos\varphi\sin a} = \operatorname{ctg} q \operatorname{cosec} z. \qquad (8)$$

Второе дифференцирование (8) дает

$$\frac{d^2 a}{dz^2} = -\operatorname{cosec}^2 q \operatorname{cosec} z \frac{dq}{dz} - \operatorname{ctg} q \operatorname{ctg} z \operatorname{cosec} z. \qquad (9)$$

Чтобы найти $\frac{dq}{dz}$, напишем формулу

$$\sin q = \frac{\sin a \cos\varphi}{\cos\delta}. \qquad (10)$$

Отсюда

$$\cos q\, dq = \frac{\cos a\cos\varphi}{\cos\delta} da; \qquad (11)$$

$$\frac{dq}{dz} = \frac{\cos a\cos\varphi\, da}{\cos\delta\cos q\, dz} = \operatorname{ctg} a \operatorname{cosec} z \qquad (12)$$

и окончательно

$$\frac{d^2 a}{dz^2} = -\operatorname{cosec}^2 q \operatorname{cosec}^2 z \operatorname{ctg} a - \operatorname{ctg} q \operatorname{ctg} z \operatorname{cosec} z. \qquad (13)$$

Поправку за ускорение в поправку хронометра можно вычислить по формуле

$$\delta^2 u = \delta^2 t = -\left(\frac{d^2 t}{dz^2}\right)\frac{\Delta z^2}{8\rho''}. \qquad (14)$$

Производную $\frac{dt}{dz}$ получим из выражения (5):

$$\frac{dt}{dz} = \frac{1}{15}\sec\varphi \operatorname{cosec} a. \qquad (15)$$

Отсюда

$$\frac{d^2 t}{dz^2} = -\frac{1}{15}\sec\varphi \operatorname{ctg} a \operatorname{cosec} a \left(\frac{da}{dz}\right). \qquad (16)$$

Подставляя в эту формулу значение $\frac{da}{dz}$ из (8), получаем

$$\frac{d^2 t}{dz^2} = -\frac{1}{15}\operatorname{cosec} z \sec\delta \operatorname{ctg} q \operatorname{cosec} q \operatorname{ctg} a. \qquad (17)$$

Можно также использовать формулу (18), если наведения производятся на центр диска,

$$\delta^2 u^5 = -\left(\frac{d^2 t}{dz^2}\right)\frac{15\Delta T^2\cos^2\varphi\sin^2 a}{8\rho''}. \qquad (18)$$

Проверка формул (2), (14) и (18) произведена при обработке наблюдений, выполненных А. С. Лавникевичем в 1978 г. на учебном полигоне Львовского политехнического института, проведенной как с отдельными моментами, так и со средними в различных комбинациях. В табл. 1—3 приведен пример обработки приема № 3.

Таблица 1

Журнал наблюдений Солнца. Прием № 3.
Определение азимута и поправки часов по высотам Солнца.
23 авг. 1978 г.: $\varphi=49°27'28''$, $M_z=7{,}7''$, $t=23°{,}0$, $B=744{,}5$ мм.
Хронометр средний № 7089. Теодолит ОТ-02 № 1090

№	Объект	Хронометр	Горизонтальный круг		Вертикальный круг	
	З. пред.	КП	22°38′02,0^d	02,2^d		
1		18^{h}00^{m}30,0^s	82 02 04,4	04,6	100°52′47,3^d	47,5^d
2		18 06 06,0	82 34 09,1	08,7	100 42 10,9	10,7
	З. пред.		22°38′02,5^d	02,5^d		
	З. пред.	КЛ	202°38′04,1^d	04,5^d		
3		18^{h}16^{m}35,3^s	265 12 16,0	15,8	80°24′27,0^d	26,8^d
4		18 20 37,1	265 24 48,3	48,6	80 28 08,2	08,2
	З. пред.		202 38 02,5	02,1		

Можно вести обработку еще экономичнее, со средними данными в приеме, но при этом поправки за ускорение нужно вычислять по формулам:

$$\delta^2 a = -\frac{d^2 a}{dz^2}\cdot\frac{\Delta z_m^2}{2\rho''}; \quad (19) \qquad \delta^2 u = -\frac{d^2 t}{dz^2}\cdot\frac{\Delta z_m^2}{2\rho''\cdot 15}, \quad (20)$$

где

$$\Delta z_i = z_i - z_m \quad (21)$$

— уклонения «приведенных» зенитных расстояний от среднего в приеме, а $\Delta z_m^2 = \frac{[\Delta z_i^2]}{4}$.

Таким образом, полученные формулы (2), (3), (14), (18)—(20) позволяют учитывать поправку за ускорение в азимут (с точностью до 1″) и в поправку хронометра (с точностью до 0,1^s) в полуприеме и в приеме, сокращают время обработки и обеспечивают контроль вычислений.

Рекомендуемый порядок осреднения наблюдений в приеме $1/2(T_1+T_2)$ и $1/2(T_3+T_4)$ значительно уменьшает поправку за ускорение (в примере вычислений в десять раз для азимута

Таблица 2

Анализ результатов вычислений азимута Солнца и поправки хронометра

a_1	81°43′48,2″	a_2	82°50′29,0″	$1/2(a_1+a_2)$	82°17′08,6″	$a_{ср}$	83°27′44,0″
a_4	85 41 22,6	a_3	84 55 16,0	a_{12}	82 17 14,0	$a'_{ср}$	83 48 21,9
$1/2(a_1+a_4)$	83 42 35,4	$1/2(a_2+a_3)$	83 52 52,5	$v_{a_{12}}$	— 5,4	v_a	—37,9″
a_{14}	83 43 36,0	a_{23}	83 53 07,8	$1/2(a_3+a_4)$	85 18 19,3	$a_{ср}$	83 47 47,7
$v_{a_{14}}$	—1′00,6″	$v_{a_{23}}$	—15,3	a_{34}	85 18 21,4		
$v_{a\,ср}$	—37,9″	$R_\odot$	15′50,6″	$v_{a_{34}}$	— 2,1″	$v_{a\,ср}$	— 3,7″ (!)
u_1	—1^{h}20^{m}17,76^s	u_2	—1^{h}20^{m}17,81^s	$1/2(u_1+u_2)$	1^{h}20^{m}17,78^s	$u_{ср}$	—1^{h}20^{m}15,70^s
u_4	—1 20 15,93	u_3	—1 20 11,30	u_{12}	—1 20 17,82	$u_{ср}$	—1 20 15,57*
$1/2(u_1+u_4)$	—1 20 16,84	$1/2(u_2+u_3)$	—1 20 14,56	$v_{u_{12}}$	+ 0,04^s	v_u'	— 0,13
u_{14}	—1 20 15,78^s	u_{23}	—1 20 14,36^s	$1/2(u_3+u_4)$	1 20 13,62		
$v_{u_{14}}$	—1,06^s	$v_{u_{23}}$	—0,20^s	u_{34}	—1 20 13,57	$\bar{u}_{ср}$	—1 20 15,70
$v_{u\,ср}$	—0,63^s	$v_{u_{34}}$	— 0,05^s	v_u	0,00^s (!)		

Вычисление поправок за ускорение

φ	49°27,5′	$\bar{z}_1$	67°57′08″	$\bar{z}_2$	68°51′15″	lg sin$a$	9,9974
δ	11 25,6	z_4	71 12 16	z_3	70 33 49	lg cosφ	0,8129
z_m	69 37	Δz_{14}	3 15 08	Δz_{23}	1 42 34	lg secδ	0,0087
a_m	96 17,4	$\Delta z''_{14}$	11 708′	$\Delta z''_{23}$	6 154′	lg sin$q$	9,8190
A_m	83 42,6	lg$\Delta z''_{14}$	4,0685	lg$\Delta z''_{23}$	3,7892	q	41°14′

а) в азимут Солнца

lg cosec$^2 q$	0,3621	lg ctg q	0,0573	$\Sigma=\mathrm{I}+\mathrm{II}$	—0,7412	
lg cosec$^2 z$	0,0562	lg ctg z	9,5700	lg Σ	9,870	9,870
lg ctg a	9,0424	lg cosec z	0,0281	lg $\Delta z''^2$	8,137	7,578
lg I	9,4607	lg II	9,6554	доп lg 8ρ''	3,783	3,783
I	—0,2889	II	—0,4523	lg $\delta^2 a$	1,790	1,231
				$\delta^2 a$	—1′01,6″	—17,0″ —39,3(!)

б) в поправку хронометра

lg ctg q	0,0573	lg f''	9,318	lg f''	9,318	
lg cosec z	0,0281	lg $\Delta z''$	8,137	lg $\Delta z''$	7,578	
lg ctg a	9,0424	доп lg 8ρ''	3,783	доп lg 8ρ''	3,783	
lg cosec a	0,0026	доп lg 15	8,824	доп lg 15	8,824	
lg sec φ	0,1871	lg $\delta^2 u_{14}$	0,061	lg $\delta^2 u_{23}$	9,493	
lg f''	9,3175	$\delta^2 u_{14}$	—1,13^s	$\delta^2 u_{23}$	—0,31^s	0,73^s (!)

Оценка точности в приеме дала результаты:

$m_A=\pm 22{,}5''$; $M_A=\pm 11{,}2''$; $m_u=\pm 2{,}32^s$; $M_u=\pm 1{,}16^s$

Таблица 3

Анализ результатов вычислений азимута A предмета

$R_{\odot}$ cosec z	$+17'03{,}7''$		$-17'01{,}0''$		$+16'46{,}9''$		$-16'45{,}7''$
A_1	$202°36'47{,}1''$	A_2	$202°37'15{,}2''$	A_1	$202°36'47{,}1''$	A_3	$202°37'39{,}7''$
A_4	202 37 04,6	A_3	202 37 39,7	A_2	202 37 15,2	A_4	202 37 04,6
$\frac{1}{2}(A_1+A_4)$	202 36 55,8	$\frac{A_2+A_3}{2}$	202 37 27,4	$\frac{1}{2}(A_1+A_2)$	202 37 01,2	$\frac{1}{2}(A_3+A_4)$	202 37 22,2
A_{14}	202 37 49,2	A_{23}	202 37 48,6	A_{12}	202 37 06,2	A_{34}	202 37 22,6
$v_{A_{14}}$	$-53{,}4''$	$v_{A_{23}}$	$-21{,}2''$	$v_{A_{12}}$	$-5{,}0''$	$v_{A_{34}}$	$-0{,}4''$
$v_{A_{\text{ср}}}$	$-33{,}3$			$v_{A_{\text{ср}}}$	$-2{,}7$	(!)	

и в пять раз для поправки хронометра) и более рационален, чем применяемый на производстве $1/2(T_1+T_4)$ и $1/2(T_2+T_3)$. Ошибка в азимуте при этом вызывается лишь остаточным влиянием радиуса Солнца.

Для более полного исключения остаточного влияния радиуса Солнца на азимут (которое аналогично влиянию коллимации) удобно применять теодолиты с кольцевой сеткой (например, Theo 010 A), используя ее для наведения на центр диска Солнца.

Использование точных оптических теодолитов позволяет повысить точность определения по высотам Солнца до ± 5—$7''$ (и поправки часов до 1^s), что имеет большое значение для обширных районов СССР, расположенных в широтах более 60—65%, где работы производятся летом при незаходящем Солнце.

Список литературы: 1. *Буткевич А. В.* Упрощение обработки азимутальных определений. — Сборник статей ГУГК, 1950, вып. 32. 2. *Цветков К. А.* Практическая астрономия. — М.: Геодезиздат, 1951. 3. *Халхунов В. З.* Сферическая астрономия. — М.: Недра, 1972.

Работа поступила в редколлегию 17 мая 1979 года. Рекомендована кафедрой высшей геодезии и астрономии Львовского политехнического института.

УДК 551.593.1+528.061.2

В. Н. ГЕНИН, М. В. КАБАНОВ, Н. Ф. НЕЛЮБИН

О ВЛИЯНИИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ НА ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТОВ УГЛОВ ЗЕМНОЙ РЕФРАКЦИИ

Использование оптического излучения в системах космической связи и локации потребовало совершенствования методов учета земной оптической рефракции, особенно для объектов,

наблюдаемых на больших зенитных расстояниях. Несмотря на то что исследования рефракции имеют многовековую историю [8, 3], существующая литература содержит ограниченную информацию по этому вопросу. Наиболее распространенным и доступным методом определения земной рефракции является расчетный, основанный либо на численном интегрировании точного уравнения рефракции, либо на использовании приближенных формул.

В настоящей работе приводятся результаты расчетов углов рефракции для различных зенитных расстояний, а также обсуждаются ошибки, возникающие при расчете земной рефракции по строгим формулам с использованием экспериментальных данных о профилях метеоэлементов.

Угол рефракции r рассчитывался по формуле [11]

$$\operatorname{tg} r = \frac{\sqrt{1-\gamma^2\sin^2\xi}\,\sin\theta + \gamma\sin\xi\,(1-\cos\theta)}{\sqrt{1-\gamma^2\sin^2\xi}\,\cos\theta - \gamma\cos\xi + \gamma\sin\xi\sin\theta}, \tag{1}$$

где ξ — видимое зенитное расстояние наблюдаемого объекта, а угол θ определяется из следующего выражения:

$$\Theta = R_0\, n_0 \sin\xi \int\limits_{R_0}^{R_0+H} \left[\frac{1}{\sqrt{R^2 n^2 - R_0^2 n_0^2 \sin^2\xi}} - \frac{1}{n_0\sqrt{R^2 - R_0^2\sin^2\xi}}\right]\frac{dR}{R}, \tag{2}$$

где R_0 — радиус Земли в точке наблюдения; $R=R_0+h$, h — переменная высота по траектории светового луча; H — высота наблюдаемого объекта; n_0, $n \equiv n(h)$ — показатель преломления воздуха в точке наблюдения и на высоте h; $\gamma = R_0/(R_0+H)$.

В свою очередь, показатель преломления определяется через метеорологические параметры атмосферы по формуле Гладстона—Даля

$$n = 1 + c_\lambda\, T_0/P_0 \cdot P/T, \tag{3}$$

где T и P — температура и давление воздуха на высоте h; T_0 и P_0 — то же на поверхности Земли; c_λ — коэффициент, зависящий от длины световой волны λ. Для $T_0 = 288{,}15°$, $P_0 = 1013{,}25$ мб и $\lambda = 0{,}69$ мкм; величина $c_\lambda = 0{,}00027589$ [10]. Значения углов рефракции, рассчитанные по формуле (1) для условий стандартной модели атмосферы (СМА СССР 64 [2]) и $\lambda = 0{,}69$ мкм, приведены в табл. 1.

Интегрирование в (2) проводилось по методу Гаусса с автоматическим выбором шага интегрирования и предварительной оптимизацией узлов интегрирования [7]. Стандартная модель атмосферы, полученная осреднением многолетних профилей метеоэлементов над всей территорией Советского Союза, слабо