

1. При $1 \leq p < 2$.
Нахождение приближенного МНК-решения

$$V = Q^{-1}B^T K;$$

$$K = (BQ^{-1}B^T)^{-1}W.$$

2. Вычисление элементов весовой матрицы по (3).
3. Нахождение коррелят K и поправок V

$$K = (BC^{-1}B^T)^{-1}W;$$

$$V = C^{-1}B^T K.$$

(5)

4. Проверка условия

$$\frac{\|k_{n+1} - k_n\|}{\|k_n\|} < \varepsilon.$$

(6)

При невыполнении (6) этапы 2 и 3 повторяются с использованием последних полученных значений K и V .

11. При $p > 2$.

Пункты 1, 2 и 3 аналогичны описанным выше.

4. Для обеспечения сходимости процесса итераций выполняется корректировка полученных коррелят

$$K = (1 - G)K + GK,$$

после чего вычисляется матрица

$$R = CV = A^T K.$$

Элементы новой весовой матрицы C запишем так:

$$c_{ij} = \begin{cases} \frac{p-2}{r_i |p-1|}, & i = j; \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (7)$$

Рекуррентный процесс повторяется до достижения заданной точности коррелят.

5. Окончательные значения вероятнейших поправок в измеренные величины вычисляются по (5).

Данный процесс эквивалентен методу Ньютона поиска условного минимума функции. Сходимость ИМНК в этом случае гарантируется теоремой 3 из [31].

В таблице приведены результаты уравнивания геодезического четырехугольника [1] методом L_p -оценок. Для проверки описанного алгоритма решение выполнялось при различных значениях p коррелятным и параметрическим способом по методу L_p -оценок с точностью $\varepsilon = 0,001$. Правильность приведенных выше формул подтвердилась получением тождественных результатов (в пределах заданной точности) при уравнивании сети обемим способами метода L_p -оценок*.

* Следует заметить, что предварительный статистический анализ в данном примере не проводился из-за отсутствия у автора необходимых данных.

Результаты уравнивания геодезического четырехугольника методом L_p -оценок

Параметрический метод с укрупнениями V при p	Число итераций			Корректирующий метод с поправками V при p	Число итераций		
	1	2	3		1	2	3
1	—0,011	+0,093	+0,204	—0,011	+0,093	+0,204	—0,011
2	+0,007	+0,083	—0,156	+0,007	+0,083	—0,156	+0,007
3	+0,628	+0,723	+0,764	+0,628	+0,723	+0,764	+0,628
4	+0,038	+0,107	+0,213	+0,038	+0,107	+0,213	+0,038
5	+0,927	+0,852	+0,780	+0,927	+0,852	+0,780	+0,927
6	—1,273	—1,083	—0,959	—1,273	—1,083	—0,959	—1,273
7	—0,392	—0,576	—0,733	—0,392	—0,576	—0,733	—0,392
8	—0,524	—0,634	—0,712	—0,524	—0,634	—0,712	—0,524

Таким образом, использование адаптивного метода уравнивания (метода L_p -оценок) для целей геодезии позволяет видоизменить в зависимости от статистических свойств ошибок измеренных величин, предъявляемое к условию, при котором выполняются требования, предъявляемое к условию, при котором выполняются требования. Получаемые при этом оценки будут несмещенными, состоятельными и эффективными, а сам алгоритм, включающий статистический анализ, согласование теоретического и эмпирического распределенный ошибок и вычисление оценок, достижимо просто реализуемым на ЭВМ.

Список литературы: 1. Мюлик Н. И. Единый алгоритм составления условных уравнений в геодезических сетях. — Геодезия, картография и аэрофотограмметрия. 1980, вып. 35, 2. Мудров В. И., Кушко В. Д. Методы обработки измерений. — М.: Сов. радио, 1976. 3. Fletcher R., Gill J. A., Moré M. D. The calculation of linear best L_p -approximations. — Springer Journal, v. 1, № 3.

Статья поступила в редакцию 26.05.82

УДК 528.2

Б. И. ВОЛОСЕЦКИН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ И АЗИМУТА ПРИХОДА ВОЛНЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Изучение современных движений земной поверхности представляет одну из актуальных проблем наук о Земле. Наиболее активное проявление движений наблюдается в зонах сочленения различных структур земной коры, в областях нарушения сплошности земных недр и проявления современной динамики.

Наиболее эффективными для изучения физических свойств и строения среды на значительных глубинах являются сейсмические методы, которые основаны на изучении параметров сейсмических колебаний. Изучение времен пробега отдельных типов сейсмических волн и их скоростей распространения дает возможность определить строение земной коры и более глубоких слоев Земли.

Для изучения физических свойств неоднородных сред, кроме дефлэты строения земной коры и более глубоких слоев Земли, упругих модулей, необходимо знать и реологические характеристики вмещающих пород, которые могут быть определены через параметры затухания сейсмических волн. Параметры источника волн зависят от спектрально-временных характеристик строения и излучения, условий регистрации и от особенностей строения и физических свойств среды, в которой они распространяются. Изменение сейсмического сигнала за областью источника определяется поглощением, сопровождающимся дисперсией скоростей и рассеянием на малых неоднородностях.

Спектральную характеристику поглощения среды и дисперсию скоростей можно получить из комплексных спектров поверхностных волн. Для волн Лява, например, спектры смещенный запишем в виде (1)

$$\bar{S}_n(\omega) = \frac{N}{\sqrt{r}} \Phi(\omega) \bar{V}_n(\omega, h) e^{-i\bar{k}(\omega)r}, \quad (1)$$

где $\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$ — временной спектр источника; $N = \sqrt{2\pi^3}$, $\bar{V}(\omega, h)$ — при заданной глубине и модели источника имеет смысл частотных характеристик среды для n -х гармоник волн Лява. Множителю $1/\sqrt{r}$ описывает эффект ослабления амплитуды за счет геометрического расхождения на расстоянии r . Дополнительное поглощение сейсмической энергии может возникнуть при отклонениях от идеальной упругости среды, что учитывается введением коэффициента поглощения $\alpha(\omega)$. Комплексное волновое число $\bar{k}(\omega) = k(\omega) - i\alpha(\omega)$, где $k(\omega) = \omega/v(\omega)$; $v(\omega)$ — фазовая скорость поверхностной волны; ω — частота; r — расстояние от источника излучения.

Поскольку амплитуды поверхностных волн затухают экспоненциально с глубиной и энергия колебаний распространяется вдоль слоев земной коры, то можно определить по параметрам поверхностных волн характеристики среды на пути прохождения волн. Поэтому частотная характеристика среды на участке между двумя пунктами регистрации определяется из отношения комплексных спектров, зарегистрированных в этих пунктах волн

$$\bar{V}(\omega) = \frac{\bar{S}_2(\omega)}{\bar{S}_1(\omega)} = \frac{\sqrt{r_1}}{\sqrt{r_2}} U(\omega) e^{-i[k(\omega)r_2 - \alpha(\omega)r_1]} e^{-i\left[\frac{\omega}{v_2(\omega)}r_2 - \frac{\omega}{v_1(\omega)}r_1\right]}. \quad (2)$$

Здесь $\bar{S}_1(\omega)$ и $\bar{S}_2(\omega)$ — комплексные спектры колебаний в пунк-

тах наблюдений 1 и 2; r_1 и r_2 — соответственно расстояния до этих пунктов от источника излучения; $U(\omega)$ описывает зависимость от частоты коэффициентов прохождения и отражения на неоднородностях среды, спектральную функцию рассеяния на этом участке и т. п. В случае однородной диссипирующей среды этот член отсутствует.

Комплексные спектры $\bar{S}_1(\omega)$ и $\bar{S}_2(\omega)$ определяем из преобразования Фурье записей поверхностных волн $f_1(t)$ и $f_2(t)$. По синус- и косинус-трансформантам находим модуль и аргумент преобразования.

Выражение для комплексного спектра будет

$$\bar{S}(\omega) = |S(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}, \quad (3)$$

где $|S(\omega)|$ — амплитудный, а $\varphi(\omega)$ — фазовый спектр.

Из (2) и (3) для двух пунктов наблюдения, которые находятся на одном большом круге с источником излучения, определим фазовую скорость и коэффициент затухания:

$$v_{\Phi}(\omega) = \frac{\omega \Delta r}{\Delta \varphi + 2\pi n}, \quad (4)$$

где $\Delta \varphi + 2\pi n = \varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)$ — разность фазовых спектров в пунктах 1 и 2 для частоты ω ; n — целое число, указывающее, сколько длин волн укладывается на отрезке между пунктами наблюдений.

$$\alpha(\omega) = -\frac{1}{\Delta r} \ln \frac{|S_2(\omega)|}{|S_1(\omega)|} \sqrt{\frac{\sin \Delta_2 r_2}{\sin \Delta_1 r_1}}. \quad (5)$$

Здесь Δ_1 и Δ_2 — угловые расстояния соответственно 1 и 2 пунктов наблюдения от источника.

Как видно из (4) и (5), для определения фазовой скорости и коэффициента поглощения необходимо знать расстояния от источника излучения до пунктов регистрации, а также расстояния между соответствующими пунктами наблюдения. Расстояния от источника до пунктов наблюдения достигают значений 2000...3000 до 10 000...15 000 км, расстояния между пунктами наблюдения находятся в пределах 100...1500 км. Кроме того, при изучении поляризации колебаний частиц среды и идентифицикации колебаний в поверхностной волне в пунктах наблюдений возникает необходимость определения азимута прихода фронта волны в данную точку наблюдения.

Исходными данными для определения расстояния и азимута являются географические координаты источника излучения (эпицентра) φ_0 , λ_0 и географические координаты пунктов регистрации сейсмических волн φ_1 , λ_1 и φ_2 , λ_2 . Координаты эпицентров даны в «Каталогах землетрясений» [6] с точностью до сотых долей радиуса, что составляет $\sim 1,1$ км. Координаты пунктов регистрации можно определить графически с топокарт крупных масштабов точностью до 0,1 км.

В общем случае расстояние между пунктами наблюдения, произведенное какой-либо фазой колебания в поверхностной волне за время t будет [5]

$$r_2 - r_1 = d = v_{\Phi} \cdot t, \quad (6)$$

где v_{Φ} — фазовая скорость распространения данной фазы колебания. Из экспериментальных наблюдений можно принять, что для периода $T = 30$ с фазовая скорость волн Релея $v_{\Phi} = 3,5$ км/с, тогда длина волны $\lambda \sim 100$ км.

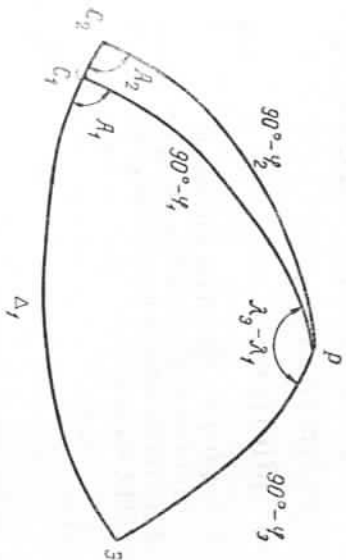


Схема расположения источника излучения волн и пунктов регистрации: Э — источник излучения сейсмических волн (эпицентр); С₁ и С₂ — пункты регистрации; Р — полюс; Δ — угол от расстояния от источника излучения до соответствующего пункта наблюдения; А — данный пункт траектории распространения поверхностной волны (прямая малая к фронту волны).

Если расстояние между пунктами наблюдения $r_2 - r_1 = 100$ км, время прохождения фазы колебания $t = 28,6$ с, при $r_2 - r_1 = 200$ км, $t = 57,1$ с. Продифференцировав (6), получим

$$m_d = t \cdot m_{v_{\Phi}} + v_{\Phi} \cdot m_t.$$

Точность отчета времени на сейсмограммах $m_t = 0,1$ с, а так как m_t определяем из разности времени по двум записям, то $m_t = m_t \sqrt{2}$, т. е. $m_t = 0,15$ с. Ошибка в определении скорости должна быть $\pm 0,01$ км/с. Тогда $m_d = \pm 0,8$ км при $d = 100$ км и $m_d = \pm 1,1$ км при $d = 200$ км. Предельная ошибка определения расстояния $\Delta d = \pm 2 - 3$ км.

Для определения расстояний и азимутов используем известные соотношения из сферической геометрии [2]. Рассмотрим сферический треугольник (см. рисунок). Из рисунка для С₁ получим

$$\cos \Delta_1 = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos (\lambda_2 - \lambda_1); \quad (7)$$

аналогичное выражение получим для Δ₂. Азимут определяем из выражения

$$\cos \Delta_1 = \frac{\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \Delta_1}{\cos \varphi_2 \sin \Delta_1}. \quad (8)$$

Точность вычисления расстояния и азимута в (7) и (8) зависит в основном от ошибок определения координат источника излучения, которые на порядок больше ошибок определения координат пунктов наблюдения.

Влияние ошибки установления положения источника значительно ослабляется в случае нахождения разности расстояний $d = r_2 - r_1$, относительно которой вычисляются фазовые скорости и коэффициенты затухания.

Определение расстояний и азимутов производилось с помощью ЭВМ. По координатам источника и пунктов наблюдений [6] рассчитывались расстояния Δ₁ и Δ₂, азимутов А₁ и А₂; производился перевод с градусов в километры, определялась разность расстояний $r_2 - r_1$. Эти расчеты входили подпрограммой в компьютерную программу вычисления спектральных характеристик поверхностных сейсмических волн.

Формулы (7) и (8) использовались для определения фазовых скоростей и коэффициентов затухания при исследовании структуры земной коры и ее физических свойств на профилях в Карпатском регионе и на Восточно-Европейской платформе.

Были рассчитаны коэффициенты затухания на профилях Львов—Ужгород и Минск—Львов. Амплитудные спектры рассчитаны в диапазоне периодов $T = 15 \dots 30$ с, а для относительно более короткопериодных волн — в диапазоне $T = 10 \dots 25$ с.

Для всех записей на кривых зависимости спектральных плотностей от периода (частоты) наблюдаются максимумы в диапазоне периодов 20...30 с. При прохождении поверхностных волн через складчатую область Карпат (профиль Львов—Ужгород) отмечено в большинстве случаев смещение максимумов в сторону более низких частот. Наблюдаются также общие уменьшения уровня спектральных амплитуд, затухание сильнее для сравнительно короткопериодных колебаний.

Коэффициенты затухания

Частота ω , Гц	Период T , с	Коэффициент затухания $\sigma_{\text{ср}} \cdot 10^{-4}$, км ⁻¹		Частота ω , Гц	Период T , с	Коэффициент затухания $\sigma_{\text{ср}} \cdot 10^{-4}$, км ⁻¹	
		Профиль Львов—Ужгород	Профиль Минск—Львов			Профиль Львов—Ужгород	Профиль Минск—Львов
0,200	31,4	1,26	1,51	0,268	23,4	0,86	1,40
0,204	30,8	1,32	1,63	0,272	23,1	1,58	1,52
0,208	20,2	1,27	1,90	0,276	22,8	0,99	1,24
0,212	29,6	1,44	2,15	0,280	22,4	1,02	0,93
0,216	29,1	1,53	2,24	0,284	22,1	1,22	0,81
0,220	28,5	2,07	2,04	0,288	21,8	1,39	0,73
0,224	28,0	1,84	1,78	0,292	21,5	1,75	0,72
0,228	27,6	2,33	1,84	0,296	21,2	2,20	0,72
0,232	27,1	1,57	1,64	0,300	20,9	2,05	0,65
0,236	26,6	0,87	1,76	0,308	20,4	2,49	0,68
0,240	26,2	2,50	2,08	0,316	20,4	2,15	0,77
0,244	25,8	0,52	2,61	0,324	19,4	1,40	1,13
0,248	25,3	0,84	2,27	0,332	18,9	1,17	0,85
0,252	24,9	1,42	1,95	0,340	18,5	1,26	0,53
0,256	24,5	1,45	1,79	0,348	18,1	1,37	0,53
0,260	24,2	1,10	1,47	0,356	17,6	0,57	0,57
0,264	23,8	0,73	1,28	0,364	17,3	0,48	0,43

В таблице приведены значения коэффициентов затухания на профилях Львов—Ужгород, Минск—Львов, которые получены как средние значения из n записей: $\alpha_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i}{n}$.

Анализ результатов вычислений показывает, что значения эффективных коэффициентов затухания одинакового порядка как на профиле Львов—Ужгород, так и на профиле Минск—Львов и составляют $0,5 \dots 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$. На профиле Львов—Ужгород наблюдается относительно увеличение значений коэффициента затухания с увеличением частоты. На профиле Минск—Львов отмечается относительно увеличение коэффициента затухания в диапазоне периодов $T=23 \dots 29 \text{ с}$.

Относительное увеличение коэффициентов затухания на профиле Львов—Ужгород для более высокочастотных колебаний возможно объяснить большим затуханием короткопериодных сейсмических волн при их прохождении в верхних частях земной коры Карпат, которая характеризуется значительной неоднородностью строения. По другим данным получены приблизительно такие же значения коэффициентов затухания для поверхностных волн $\alpha = 1,2 \dots 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$ [4]; для Карпато-Балканского региона по объемным волнам для глубин $350 \dots 2000 \text{ км}$ $\alpha = 3,0 \dots 5,0 \times 10^{-4} \text{ км}^{-1}$ [3].

Список литературы: 1. Андрианова З. С., Кейлис-Борок В. И., Левшин А. И. и др. Поверхностные волны Льва. — М.: Наука, 1965. 2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1973. 3. Кулис В. В. Оценка эффективных коэффициентов поглощения Р-волн в оболочке Земли. — В кн.: Геофизика. АН УССР, 1972, вып. 46, 4. Проскуракова Т. А., Новотны О. Изучение строения Земли методом поверхностных волн. — М.: Наука, 1981. 5. Саваренский Е. Ф. Сейсмические волны. — М.: Недра, 1972. 6. Сейсмологический бюллетень за 1970—1976 гг. — М.: АН СССР, 1970—1976.

Статья поступила в редакцию 16.05.83

УДК 625.724:528.486

А. В. ГОЖИИ

О ТОЧНОСТИ ДЕТАЛЬНОЙ РАЗБИВКИ КРУГОВОЙ КРИВОЙ СПОСОБОМ УГЛОВОЙ ЗАСЕЧКИ

Ранее мы формулировали общий принцип оценки точности детальной разбивки круговой кривой и получили формулы для оценки точности разбивки способами прямоугольных координат, полярных координат и линейно-угловой засечки [3]. Цель настоящей работы — на основе общего принципа получить формулы для оценки точности детальной разбивки круговой кривой спосо-

бом угловой засечки и установить практические достоинства последнего.

При разбивке закруглений способ угловой засечки применяется редко, несмотря на то что он обладает весьма ценными качествами [5]. В частности, этот способ не требует выполнения линейных измерений, что делает его весьма эффективным при детальной разбивке кривых на участках, где линейные измерения затруднены (сильно пересеченная местность, насыпи, косогоры, выемки и т. п.). Способ угловой засечки позволяет осуществлять вынос точек кривой в натуре не только с концов базиса «начало кривой — конец кривой», но и из любых двух других точек кривой, что допускает, в случае необходимости, деление всей кривой в процессе разбивки на любое число частей. Применение способа не связано с необходимостью составления специальных таблиц для определения углов засечки, поскольку последние будут изменяться кратко значению центрального угла, стипиваемого дугой детальной разбивки k , который можно выбрать из таблицы 1.3, приведенной в [1]. Разбивка кривой способом угловой засечки возможна как с двух концов базиса одновременно (тогда потребуются три исполнителя работ и два угломерных инструмента), так и с каждого конца в отдельности с временным укреплением створа линии визирувания в окрестности выносимой точки (тогда можно обойтись одним инструментом и двумя исполнителями). Наконец, рассматриваемый способ можно применять в сочетании с другими способами разбивки кривой.

Слабое распространение способа скорее всего можно объяснить тем, что в процессе построения круговых кривых в подавляющем большинстве случаев углы засечки малы, а угол при точке засечки может быть близким к 180° , и, соответственно, есть основание полагать, что ожидаемая точность определения планового положения выносимой точки будет невысокой. Однако практическое сравнение точности построения круговой кривой различными способами показало, что точность построения кривой способом угловой засечки несколько не хуже точности построения ее любыми другими способами [2]. Объяснить такую ситуацию можно следующим образом.

Плановое положение точки, выносимой в натуре угловой засечкой с двух опорных точек, в одном из двух взаимноперпендикулярных направлений действительно определяется не совсем надежно, если угол при точке засечки близок к 180° . Однако качество построения собственно круговой кривой в данной точке в первую очередь зависит от погрешности δR построения ее радиуса, тогда как погрешность, действующая в перпендикулярном к радиусу направлении (погрешность, нарушающая равенство интервалов детальной разбивки δk), имеет второстепенное значение. А погрешность δR будет минимальной именно тогда, когда угол при точке засечки близок 180° , т. е. когда углы засечки α и β малы или даже близки к нулю. Чтобы получить формулы для подсчета погрешности δR (и соответствующей средней квадратической по-