УДК 625.724:528.486

А. В. ГОЖИЙ

О ТОЧНОСТИ ДЕТАЛЬНОЙ РАЗБИВКИ КРУГОВОЙ КРИВОЙ СПОСОБОМ УГЛОВОЙ ЗАСЕЧКИ

Ранее мы сформулировали общий принцип оценки точности детальной разбивки круговой кривой и получили формулы для оценки точности разбивки способами прямоугольных координат, полярных координат и линейно-угловой засечки [3]. Цель настоящей работы — на основе общего принципа получить формулы для оценки точности детальной разбивки круговой кривой способом угловой засечки и установить практические достоинства последнего.

При разбивке закруглений способ угловой засечки применяется редко, несмотря на то что он обладает весьма ценными качествами [5]. В частности, этот способ не требует выполнения линейных измерений, что делает его весьма эффективным при детальной разбивке кривых на участках, где линейные измерения затруднены (сильно пересеченная местность, насыпи, косогоры, выемки и т. п.). Способ угловой засечки позволяет осуществлять вынос точек кривой в натуру не только с концов базиса «начало кривой — конец кривой», но и из любых двух других точек кривой, что допускает, в случае необходимости, деление всей кривой в процессе разбивки на любое число частей. Применение способа не связано с необходимостью составления специальных таблиц для определения углов засечки, поскольку последние будут изменяться кратно значению центрального угла, стягиваемого дугой детальной разбивки k, который можно выбрать из таблицы 1.3, приведенной в [1]. Разбивка кривой способом угловой засечки возможна как с двух концов базиса одновременно (тогда потребуется три исполнителя работ и два угломерных инструмента), так и с каждого конца в отдельности с временным закреплением створа линии визирования в окрестности выносимой точки (тогда можно обойтись одним инструментом и двумя исполнителями). Наконец, рассматриваемый способ можно применять в сочетании с другими способами разбивки кривой.

Слабое распространение способа скорее всего можно объяснить тем, что в процессе построения круговых кривых в подавляющем большинстве случаев углы засечки малы, а угол при точке засечки может быть близким к 180°, и, соответственно, есть основание полагать, что ожидаемая точность определения планового положения выносимой точки будет невысокой. Однако практическое сравнение точности построения круговой кривой различными способами показало, что точность построения кривой способом угловой засечки нисколько не хуже точности построения ее любыми другими способами [2]. Объяснить такую ситуацию можно следующим образом.

Плановое положение точки, выносимой в натуру угловой засечкой с двух опорных точек, в одном из двух взаимноперпендикулярных направлений действительно определяется не совсем надежно, если угол при точке засечки близок к 180°. Однако качество построения собственно круговой кривой в данной точке в первую очередь зависит от погрешности δR построения ее радиуса, тогда как погрешность, действующая в перпендикулярном к радиусу направлении (погрешность, нарушающая равенство интервалов детальной разбивки δk), имеет второстепенное значение. А погрешность δR будет минимальной именно тогда, когда угол при точке засечки близок 180°, т. е. когда углы засечки α и β малы или даже близки к нулю. Чтобы получить формулы для подсчета погрешности δR (и соответствующей средней квадратической погрешности построения радиуса m_R), а также погрешности δk (и соответственно m_k), обратимся к рисунку.

Как видно из рисунка и как следует из общего принципа [3], погрешности δR и δk можно связать с погрешностями $\delta\alpha$ и $\delta\beta$ построения углов засечки α и β следующим путем:

1. По заданным значениям погрешностей $\delta\alpha$ и $\delta\beta$ получить погрешности δx° и δy° прямоугольных координат точки n в системе координат $X^{\circ}OY^{\circ}$.

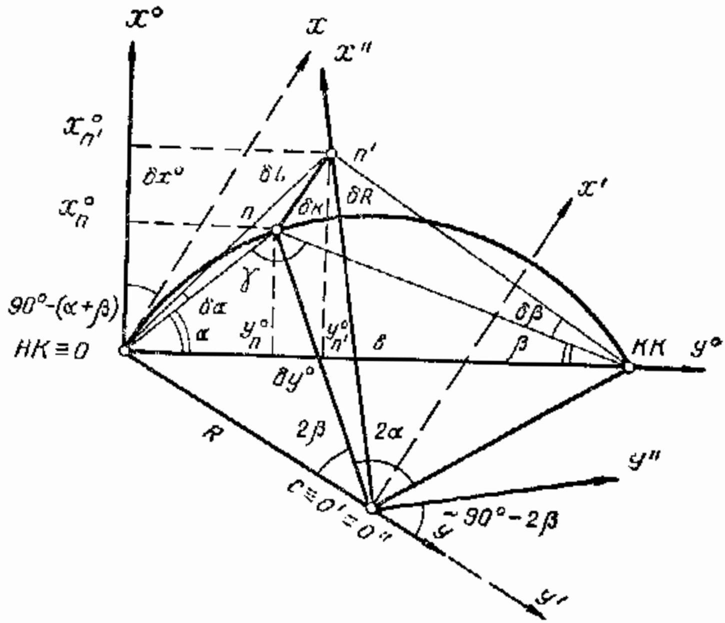

Схема расположения точки, определяемой угловой засечкой, в различных системах прямоугольных координат:

α, β — углы засечки; n — выносимая точка круговой кривой радиуса R с концов базиса b, совмещенных с началом (HK) и с концом (KK) кривой; γ — угол при точке засечки; OX^{0} — направление тангенса кривой; C — центр кривой; n' — фактическое положение точки n; δL — общая погрешность планового положения выносимой точки; δR — погрешность построения радиуса в точке n; δk — погрешность равенства интервалов разбивки.

2. Перейти от погрешностей δx° и δy° к аналогичным погрешностям δx и δy в системе координат XOY, которая повернута по отношению к системе $X^{\circ}OY^{\circ}$ на угол $90^{\circ}-(\alpha+\beta)$ по ходу часовой стрелки.

3. Перейти от погрешностей δx и δy к погрешностям $\delta x'$ и $\delta y'$ в системе $X'O'Y'$, которая смещена по отношению к системе XOY на расстояние $+R$ вдоль оси Y.

4. Преобразовать погрешности $\delta x'$ и $\delta y'$ в погрешности $\delta x''=\delta R$ и $\delta y''\approx\delta k$ в системе координат $X''O''Y''$, которая повернута по отношению к системе $X'O'Y'$ на угол $90^{\circ} - 2\beta$ против хода часовой стрелки.

Получим указанным путем формулы для определения погрешностей δR и δk.

Как известно, прямоугольные координаты x° и y° точки n можно вычислить по таким формулам:

$$x^\circ = 2R \sin\alpha \sin\beta, \tag{1}$$

$$y^\circ = 2R \cos\alpha \sin\beta. \tag{2}$$

Продифференцировав их по переменным α и β, имеем

$$\delta x^\circ = 2R \cos\alpha \sin\beta\delta\alpha + 2R \sin\alpha \cos\beta\delta\beta, \tag{3}$$

$$\delta y^\circ = -2R \sin\alpha \sin\beta\delta\alpha + 2R \cos\alpha \cos\beta\delta\beta. \tag{4}$$

Поскольку система координат XOY по отношению к системе $X^\circ OY^\circ$ повернута на угол $90^\circ - (\alpha+\beta)$ по ходу часовой стрелки, то на основе известных формул преобразования плоских координат [4] можно записать, что

$$\delta x = \delta y^\circ \cos(\alpha+\beta) + \delta x^\circ \sin(\alpha+\beta), \tag{5}$$

$$\delta y = \delta y^\circ \sin(\alpha+\beta) - \delta x^\circ \cos(\alpha+\beta). \tag{6}$$

Если здесь учесть приведенные выше выражения для δx° и δy° и сделать простые преобразования, то (5) и (6) легко привести к такому виду:

$$\delta x = 2R \sin^2\beta\delta\alpha + 2R \cos^2\beta\delta\beta, \tag{7}$$

$$\delta y = R \sin 2\beta\delta\beta - R \sin 2\beta\delta\alpha. \tag{8}$$

Так как по отношению к системе координат XOY система $X'O'Y'$ сдвинута вдоль оси Y на величину $+R$, т. е. $x'=x$ и $y'=y-R$, то $\delta x'=\delta x$ и $\delta y'=\delta y$.

Наконец, система координат $X''O''Y''$ повернута по отношению к системе $X'O'Y'$ на угол $\sim 90^\circ - 2\beta$ против хода часовой стрелки, и в этой системе $\delta x''=\delta R$, а $\delta y''\approx\delta k$. Следовательно,

$$\delta R = -\delta y' \cos 2\beta + \delta x' \sin 2\beta, \tag{9}$$

$$\delta k = \delta y' \sin 2\beta + \delta x' \cos 2\beta, \tag{10}$$

или с учетом значений $\delta x'$ и $\delta y'$

$$\delta R = R \sin 2\beta\delta\alpha + R \sin 2\beta\delta\beta, \tag{11}$$

$$\delta k = 2R \cos^2\beta\delta\beta - 2R \sin^2\beta\delta\alpha. \tag{12}$$

В соответствии с этими зависимостями формулы для определения средних квадратических погрешностей построения радиуса кривой m_R и равенства интервалов разбивки m_k по заданным средним квадратическим погрешностям m_α и m_β построения углов засечки можно представить в таком виде:

$$m_R^2 = R^2 \sin^2 2\beta m_\alpha^2 + R^2 \sin^2 2\beta m_\beta^2, \tag{13}$$

$$m_k^2 = 4R^2 \cos^4\beta m_\beta^2 + 4R^2 \sin^4\beta m_\alpha^2. \tag{14}$$

При равноточном построении углов засечки, т. е. при $m_\alpha = m_\beta$, вместо (13) и (14) имеем

$$m_R^2 = 2R^2 \sin^2 2\beta m_\beta^2, \tag{15}$$

$$m_k^2 = R^2 (\cos 4\beta + 3)\, m_\beta^2, \tag{16}$$

Полученная формула (15) вполне объясняет результаты [2] практического испытания способа угловой засечки при разбивке круговой кривой (в частности высокую точность способа). Согласно этой формуле при разбивке кривой радиуса $R=100$ м через интервал 10 м угловой засечкой с двух точек с погрешностями построения углов засечки $m_\alpha = m_\beta = \pm 30'' \sqrt{2}$ ожидаемая погрешность m_R выноса первой точки кривой должна быть $\pm 0{,}002$ м, второй — $\pm 0{,}003$ м, третьей — $\pm 0{,}004$ м, четвертой — $\pm 0{,}006$ м, пятой — $+0{,}007$ м. При практическом испытании способа на эталонной кривой мы получили осредненное значение $m_R = \pm 0{,}01$ м [2], что удовлетворительно согласуется с предвычисленными значениями m_R, если учесть, что погрешность фиксирования выносимых точек на эталонной кривой составляла $\pm 0{,}005$ м.

Сказанное выше позволяет считать способ угловой засечки эффективным способом детальной разбивки круговых кривых и рекомендовать его для применения при разбивке закруглений.

Список литературы: 1. *Ганьшин В. Н., Хренов Л. С.* Таблицы для разбивки круговых и переходных кривых. — Киев : Будiвельник, 1974. 2. *Гожий А. В., Журавель А. А., Туряница И. А.* Результаты практического сравнения различных способов детальной разбивки круговой кривой. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 30. 3. *Гожий А. В.* Общий принцип оценки точности детальной разбивки круговой кривой различными способами. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1982, вып. 36. 4. *Привалов И. И.* Аналитическая геометрия. — М. : Физматгиз, 1963. 5. *Черных В. И., Меламуд Я. Г.* Разбивка круговых кривых способом засечек. — Транспортное строительство, 1958, № 7.

Статья поступила в редколлегию 5. 05. 8