

Список литературы: 1. Буткевич А. В. Исследования по решению вычислительных задач сфероидической геодезии. — М.: Недра, 1964. 2. Красовский Ф. Н. Руководство по высшей геодезии, ч. 2. — М.: Геодезиздат, 1942. 3. Рабинович Б. Н. Практикум по высшей геодезии. — 1-е изд. — М.: Геодезиздат, 1951. 4. Ходорович П. А. Решение главной задачи высшей геодезии методом свободного выбора положения нормальной параллели при конформном изображении поверхности эллипсоида на поверхности шара. — Омск, ОМСХИ, 1938.

Работа поступила в редколлегию 14 ноября 1979 года.

УДК 528.414

А. В. ГОЖИЙ

К ВЫЧИСЛЕНИЮ УГЛОВОЙ НЕВЯЗКИ В РАЗОМКНУТОМ ТЕОДОЛИТНОМ ХОДЕ

В настоящее время для вычисления угловой невязки f_{β} в разомкнутом теодолитном ходе используют несколько разновидностей формул. Из них наиболее часто встречаются следующие [2, 4—6, 9]:

$$f_{\beta} = \sum_1^n \beta_{\text{изм}} - (\alpha_n - \alpha_k + n \cdot 180^{\circ}) \quad (1)$$

(если в ходе измеряли правые по ходу лежащие горизонтальные углы β) и

$$f_{\beta} = \sum_1^n \beta_{\text{изм}} - (\alpha_k - \alpha_n + n \cdot 180^{\circ}) \quad (2)$$

(если в ходе измеряли левые углы β).

В формулах (1) и (2) $\sum_1^n \beta_{\text{изм}}$ — сумма всех измеренных углов хода вместе с примычными; α_n и α_k — дирекционные углы начальной и конечной опорных сторон хода соответственно; n — число всех измеренных углов, включая примычные.

Как правило, другие разновидности формул для вычисления f_{β} отличаются от (1) и (2) внешним видом или содержанием множителя перед 180° . Так, в работах [6, 7] при выводе формул для определения f_{β} через n обозначено число сторон хода, а множитель перед 180° — число углов соответственно через $n+1$. В формуле, приведенной в работе [1], множитель перед 180° — величина $n-1$ (n — число углов).

Практическое применение всех разновидностей формул для определения f_{β} свидетельствует, что ни одна из них не является идеальной, поскольку в ряде случаев вычисленные по соответ-

ствующим формулам невязки отличаются от действительных на $\pm 360^\circ$ или $\pm 180^\circ$. Применительно к формулам (1) и (2) это явление иллюстрируется данными табл. 1 и 2. В них приведены результаты вычислений по формулам (1) и (2) невязок f_β для моделей теодолитных ходов, состоящих из трех точек (1, 2, 3), которые расположены на одной прямой, ориентированной строго по направлению запад—восток. Как полагается, каждый теодолитный ход своими концами опирается на две линии с известными дирекционными углами. Следовательно,

Таблица 1

К вычислению угловой невязки f_β по формуле (1)

| Номер модели хода | Дирекционные углы α_n начальных опорных сторон ходов | Дирекционные углы α_k конечных опорных сторон ходов | Суммы $\sum_{l=1}^n \beta_{изм}$ всех измеренных углов в ходе, включая примычные | Теоретические суммы правых $\sum_{l=1}^n \beta_{теор}$ измеренных углов | Невязка f_β | Направления опорных сторон |
|-------------------|---|--|--|---|-------------------|----------------------------|
| 1 | 30° | 60° | 510° | 510° | 00° | СВ, СВ |
| 2 | 30 | 150 | 420 | 420 | 00 | СВ, ЮВ |
| 3 | 30 | 200 | 370 | 370 | 00 | СВ, ЮЗ |
| 4 | 30 | 300 | 630 | 270 | +360 | СВ, СЗ |
| 5 | 120 | 50 | 610 | 610 | 00 | ЮВ, СВ |
| 6 | 150 | 100 | 590 | 590 | 00 | ЮВ, ЮВ |
| 7 | 150 | 190 | 500 | 500 | 00 | ЮВ, ЮЗ |
| 8 | 120 | 290 | 730 | 370 | +360 | ЮВ, СЗ |
| 9 | 240 | 30 | 750 | 750 | 00 | ЮЗ, СВ |
| 10 | 240 | 120 | 660 | 660 | 00 | ЮЗ, ЮВ |
| 11 | 210 | 240 | 510 | 510 | 00 | ЮЗ, ЮЗ |
| 12 | 210 | 300 | 810 | 450 | +360 | ЮЗ, СЗ |
| 13 | 300 | 60 | 420 | 780 | -360 | СЗ, СВ |
| 14 | 300 | 120 | 360 | 720 | -360 | СЗ, ЮВ |
| 15 | 330 | 200 | 310 | 670 | -360 | СЗ, ЮЗ |
| 16 | 330 | 300 | 570 | 570 | 00 | СЗ, СЗ |

если в таких моделях теодолитных ходов считать, что измеренными являются правые по ходу лежащие углы, то начальный примычный угол хода $\beta_n = (\beta_1)_{пр} = 90^\circ + \alpha_n$, конечный примычный угол $\beta_k = (\beta_3)_{пр} = 270^\circ - \alpha_k$, а измеренный правый угол в точке 2' $(\beta_2)_{пр} = 180^\circ$.

Для левых измеренных горизонтальных углов соответственно будем иметь $\beta_n = (\beta_1)_{лев} = 270^\circ - \alpha_n$, $\beta_k = (\beta_3)_{лев} = 90^\circ + \alpha_k$, $(\beta_2)_{лев} = 180^\circ$.

Как видно из табл. 1 и 2, в 12 случаях из 32 рассмотренных полученные значения f_β отличаются от ожидаемых на $+360^\circ$ или -360° .

Отмеченный недостаток формул для вычисления угловой невязки в разомкнутом теодолитном ходе известен давно, но эффективных путей его ликвидации пока не найдено. Основной путь устранения этого недостатка — установление различного

рода оговорок и примечаний к правилам вычислений невязок по принятым формулам. Так, в работе [8] имеется следующее примечание к формуле типа (2): «По этой формуле можно вычислить невязку в сумме углов разомкнутого хода, отбросив соответствующее число раз по 360° ».

Хотя приведенная формулировка примечания к правилу вычисления невязки не отличается достаточной определенностью (не указано, какое конкретно число раз следует отбрасывать по 360° ; как свидетельствуют данные табл. 1 и 2, в ряде слу-

Таблица 2
К вычислению угловой невязки f_β по формуле (2)

| Номер модели хода | Дирекционные углы α_n начальных опорных сторон ходов | Дирекционные углы α_k конечных опорных сторон ходов | Суммы $\sum_{i=1}^n \beta_{изм}$ всех измеренных углов в ходе, включая примычные | Теоретические суммы левых $\sum_{i=1}^n \beta_{нор}$ измеренных углов | Невязка f_β | Направления опорных сторон |
|-------------------|---|--|--|---|-------------------|----------------------------|
| 1 | 30° | 60° | 570° | 570° | 00° | СВ, СВ |
| 2 | 30 | 150 | 660 | 660 | 00 | СВ, ЮВ |
| 3 | 30 | 210 | 720 | 720 | 00 | СВ, ЮЗ |
| 4 | 30 | 300 | 450 | 810 | -360 | СВ, СЗ |
| 5 | 120 | 50 | 470 | 470 | 00 | ЮВ, СВ |
| 6 | 150 | 100 | 490 | 490 | 00 | ЮВ, ЮВ |
| 7 | 150 | 190 | 580 | 580 | 00 | ЮВ, ЮЗ |
| 8 | 120 | 290 | 350 | 710 | -360 | ЮВ, СЗ |
| 9 | 240 | 30 | 330 | 330 | 00 | ЮЗ, СВ |
| 10 | 240 | 120 | 420 | 420 | 00 | ЮЗ, ЮВ |
| 11 | 210 | 240 | 570 | 570 | 00 | ЮЗ, ЮЗ |
| 12 | 210 | 300 | 270 | 630 | -360 | ЮЗ, СЗ |
| 13 | 300 | 60 | 660 | 300 | +360 | СЗ, СВ |
| 14 | 300 | 120 | 720 | 360 | +360 | СЗ, ЮВ |
| 15 | 330 | 200 | 770 | 410 | +360 | СЗ, ЮЗ |
| 16 | 330 | 300 | 510 | 510 | 00 | СЗ, СЗ |

чаев приходится не отбрасывать, а прибавлять по 360°), при ручной обработке угловых измерений учет его вполне обеспечивает получение правильного результата вычислений невязки. Однако при обработке измерений на ЭВМ для составления программы вычислений требуется иметь более конкретное правило, по которому производится исключение из полученного результата 360° .

На неопределенность примечания, приведенного в работе [8], обращено внимание в работе [7], где, в частности, отмечено, что при определении угловой невязки по формулам, подобным (1) и (2), «к теоретической сумме углов может прибавляться или вычитаться 360° только один раз, да и то не всегда...» и, соответственно, указано, что в формулах для вычисления угловой невязки «значение сомножителя при 180° может равняться числу правых или левых углов хода, быть

больше или меньше на две единицы, в зависимости от значений направлений исходной и конечной сторон». В качестве возможной меры, позволяющей упорядочить применение формул вида (1) и (2), в работе [7] предлагается числовое значение сомножителя при 180° определять из самих формул (1) и (2), т. е.

$$n = \frac{\sum \beta_{\text{изм}} - (\alpha_{\text{н}} - \alpha_{\text{к}})}{180^\circ} \quad (3)$$

для правых и

$$n = \frac{\sum \beta_{\text{изм}} - (\alpha_{\text{к}} - \alpha_{\text{н}})}{180^\circ} \quad (4)$$

для левых измеренных углов β .

Однако такое предположение является неприемлемым, поскольку оно базируется на использовании недопустимого приема — определения неизвестного n из того же уравнения, на основе которого определяется неизвестное f_β . Как следствие последнего, получение сомножителя при 180° из соотношений (3) и (4) связано с одной опасностью — при этом не будут замечены возможные грубые погрешности в $\sum \beta_{\text{изм}}$, $\alpha_{\text{н}}$ или $\alpha_{\text{к}}$, близкие к 180° .

Остановимся еще на одном разъяснении правил вычислений невязки f_β по формулам типа (1) и (2) [6]. В пособии [6] формула (1) представлена в виде

$$f_\beta = \sum \beta_{\text{изм}} - \sum \beta_{\text{теор}}, \quad (5)$$

где

$$\sum \beta_{\text{теор}} = \alpha_{\text{н}} - \alpha_{\text{к}} + 180^\circ n, \quad (6)$$

и оговорено, что «если $\alpha_{\text{н}} < \alpha_{\text{к}}$, то [по формуле (6)] получается искомая величина $\sum \beta_{\text{теор}}$; если $\alpha_{\text{н}} > \alpha_{\text{к}}$, то из полученного результата надо вычесть 360° ». Проверка этого условия по результатам вычислений f_β , приведенным в табл. 1, показывает, что оно соблюдается далеко не во всех случаях. Так, первая часть условия не выполняется для моделей 4, 8, 12, а вторая — для моделей 5, 6, 9, 10, 16.

Все это свидетельствует о целесообразности продолжения поиска путей упорядочения правил вычисления угловых невязок в разомкнутых теодолитных ходах. Ниже приведены наши соображения по этому вопросу.

Анализируя данные табл. 1 и 2, нетрудно заметить, что при вычислении угловой невязки f_β по формулам (1) и (2) результат отличается от действительного в строго определенных случаях: когда одна из опорных сторон хода (начальная или конечная) имеет направление СЗ, а другая — СВ, ЮВ или ЮЗ. При этом для случая измерений правых углов невязка f_β преувеличена на 360° , если направление конечной стороны относится к четверти СЗ, и преуменьшена на 360° , если к четверти СВ относится направление начальной стороны. Для левых измеренных углов имеем следующую картину: f_β преувеличена на

360°, если в направлении СЗ расположена начальная сторона хода, и преуменьшена на 360° — если конечная.

Отмеченные закономерности позволяют сформулировать такие правила применения формул (1) и (2) для вычисления угловой невязки f_{β} в разомкнутых теодолитных ходах:

1. Чтобы определить действительное значение f_{β} по измеренным правым углам, полученный по формуле (2) результат вычислений следует увеличить на 360°, если направление начальной стороны хода относится к четверти СЗ, а конечной — к любой другой четверти, и уменьшить на 360°, если расположение направлений начальной и конечной сторон противоположное.

2. Чтобы определить действительное значение f_{β} по измеренным левым углам, полученный по формуле (2) результат вычислений следует уменьшить на 360°, если направление начальной стороны хода относится к четверти СЗ, а конечной — к любой другой четверти, и увеличить на 360°, если расположение направлений начальной и конечной сторон противоположное.

3. Если оба направления опорных сторон хода (начальной и конечной) относятся только к четверти СЗ или, наоборот, оба к ней не относятся, то полученный по формулам (1) или (2) результат вычислений следует считать действительным значением угловой невязки f_{β} хода.

Применение этих правил на практике обеспечивает вполне однозначное определение по формулам (1) и (2) угловых невязок f_{β} в разомкнутых теодолитных ходах как при ручной обработке измерений, так и при обработке их на ЭВМ.

Список литературы: 1. *Закатов П. С. и др.* Инженерная геодезия. — М.: Недра, 1976. 2. *Маслов А. В. и др.* Геодезия. — М.: Недра, 1972. 3. *Сироткин М. П.* Справочник по геодезии для строителей. М.: Недра, 1975. 4. Справочник геодезиста. — М.: Недра, 1975. 5. *Федоров Б. Д.* Геодезия. — М.: Высшая школа, 1969. 6. *Хейфец Б. С., Данилевич Б. Б.* Практикум по инженерной геодезии. — М.: Недра, 1975. 7. *Храпов Г. А.* Замечания к формуле угловой невязки в разомкнутых теодолитных ходах, приводимой в учебной геодезической литературе. — Вопросы применения геодезии в строительстве, 1975, вып. 1. 8. *Чеботарев А. С.* Геодезия. Ч. 1. — М.: Геодезиздат, 1948. 9. *Шилов П. И., Федоров В. И.* Инженерная геодезия и аэрогеодезия. — М.: Недра, 1971.

Работа поступила в редколлегию 1 марта 1979 года.

УДК 528.14/16:683.3

А. А. ГОНЧАРОВ

ОБ УРАВНИВАНИИ ЛОКАЛЬНЫХ ТРИАНГУЛЯЦИОННЫХ СЕТЕЙ

В сложных геодезических построениях возникает большое число условных уравнений с различными видами геометрических условий. При уравнивании триангуляционных сетей очень