

$$-\frac{\sin \gamma'_{K+1.1} \sin (\gamma_{K2} - \gamma'_{K2})}{\sin \gamma_{K+1.1} \sin (\beta_{K2} + \alpha_{K+1.1})} (\alpha_{K+1.1}) \times \quad (8)$$

$$\times \left[\frac{\sin (\gamma_{K+1.1} - \gamma'_{K+1.1}) \sin \gamma'_{K2}}{\sin \gamma_{K+1.1} \sin (\alpha_{K2} + \beta_{K+1.1})} - 1 \right] (\beta_{K+1.1}) - (\gamma'_{K+1.1}) + \omega_{K+1.2+1} = 0.$$

Анализируя формулы (7) и (8), можно заметить, что, вычислив коэффициенты при поправках по одной формуле, легко получить коэффициенты при поправках для другой формулы.

После решения нормальных уравнений и определения поправок к измеренным углам поправки координат получаемого пункта находятся по формулам (3) без повторного вычисления сети по уравненным углам.

Таким образом, пользуясь общими формулами (6), (7), можно быстро составлять однотипные уравнения вместо полусных, базисных и координатных условных. Полученные формулы для составления типовых уравнений и механические правила образования коэффициентов при поправках позволяют значительно сократить объем вычислительных работ при уравнивании.

Уравнивание локальных триангуляционных сетей с применением типовых условных уравнений и механических правил можно производить по способу Крюгера-Урмаева.

Список литературы: 1. Герасименко М. Д. Уравнивание триангуляции по методу условий с использованием однотипных условных уравнений. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1973, вып. 3. 2. Маркузе Ю. И. Алгоритм уравнивания комбинированных геодезических сетей. — М.: Недра, 1972. 3. Монин И. Ф. О типовом условном уравнении в триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1977, вып. 25. 4. Терпугов К. Н., Гордеев Ю. А. Уравнивание линейных триангуляций по методу условий с использованием типового условного уравнения и механических правил. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1961, вып. 4.

Работа поступила в редколлегию 11 января 1980 года.

УДК 528.3

Б. М. ДЖУМАН, С. А. ОСТРОВСКАЯ

МЕТОД УЧЕТА ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ В ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОМ НИВЕЛИРОВАНИИ

Тригонометрическое нивелирование в качестве метода создания главного высотного обоснования широко применяется при картографировании страны. Тригонометрическое нивелирование во многих случаях имеет значительные преимущества по сравнению с геометрическим, особенно в горных и всхолмленных районах: оно более гибко, производительнее и способно принести

существенный экономический эффект. Поэтому понятно стремление геодезической науки и производства освободиться от выполнения геометрического нивелирования и при создании высотного обоснования съемок самых крупных масштабов 1 : 50000—1 : 500.

Однако более широкое использование тригонометрического нивелирования при крупномасштабном картографировании сдерживает его низкая по сравнению с геометрическим точность. На точность тригонометрического нивелирования влияют следующие основные погрешности: 1) вертикальная рефракция; 2) погрешность делений вертикальных кругов; 3) уклонения отвесных линий. Если погрешности делений кругов и уклонение отвесных линий можно в настоящее время учесть достаточно точно, то учет вертикальной рефракции при тригонометрическом нивелировании — сложнейшая и еще окончательно не разрешенная задача.

Цель настоящей статьи — изучение возможности более точного учета вертикальной рефракции путем определения из геодезических измерений аномальных вертикальных градиентов температуры воздуха на высоте 1 м на каждом пункте сети и коэффициента рефракции по всем измеренным направлениям. Определение высот пунктов путем засечек с применением эквивалентных высот рассмотрено в работе [3]. Воспользуемся формулой Йордана [5], выражающей зависимость точечного коэффициента вертикальной рефракции κ от метеорологических параметров атмосферы:

$$\kappa = 668,7P/T^2(0,0342 + dT/dh), \quad (1)$$

где T — температура; P — давление; dT/dh — вертикальный градиент температуры. Преобразуем формулу (1), разделив в ней вертикальный градиент температуры dT/dh на нормальную и аномальную части:

$$\kappa = q(0,0342 + \gamma_0 + \gamma), \quad (2)$$

где γ_0 — вертикальный градиент температуры воздуха при нейтральной стратификации; γ — аномальный градиент температуры; $q = 668,7P/T^2$.

Экспериментально доказано [1], что при нейтральной стратификации воздуха, т. е. при температурном градиенте γ_0 , коэффициент рефракции $K_0 = 0,15$. Поэтому формулу (2) можно записать в виде

$$\kappa = 0,15 + q \cdot \gamma. \quad (3)$$

Аномальный градиент температуры

$$\gamma = c \cdot h^{-b}, \quad (4)$$

где c — аномальный градиент на высоте 1 м над подстилающей поверхностью; h — высота точки над этой поверхностью; b — некоторая постоянная.

Из метеорологии [4] известно, что $b \approx -1$, следовательно,

$$\gamma = c/h. \quad (5)$$

Запишем интегральный коэффициент рефракции [2]:

$$K = \frac{2}{S^2} \int_0^S \kappa(S-l) dl. \quad (6)$$

Здесь S — длина линии визирования; l — расстояние от инструмента до текущей точки луча. Тогда формула (6) с учетом (3) и (5) примет вид

$$K = \frac{2}{S^2} \int_0^S \left(0,15 + q \frac{c}{h}\right) (S-l) dl. \quad (7)$$

Интегрируя уравнение (7), получаем:

$$K = 0,15 + q \frac{c}{h_3}; \quad (8) \quad h_3 = \frac{S^2}{2 \int_0^S \frac{1}{h} (S-l) dl}, \quad (9)$$

где h_3 — эквивалентная высота.

Формула одностороннего тригонометрического нивелирования в нормальном гравитационном поле имеет вид

$$h = S \operatorname{ctg} Z + \frac{1-K}{2R} \cdot S^2 + i - v. \quad (10)$$

Подставляя в формулу (10) значение K из уравнения (8), имеем

$$h = S \operatorname{ctg} Z + \frac{\left[0,85 - \frac{qc}{h_3}\right]}{2R} S^2 + i - v. \quad (10')$$

Для прямого и обратного превышений формулу (10') запишем в виде

$$H_2 - H_1 = S \operatorname{ctg} Z_1 + \frac{0,85}{2R} S^2 - \frac{qc_1}{h_{3,1,2} \cdot 2R} S^2 + i_1 - v_2;$$

$$H_1 - H_2 = S \operatorname{ctg} Z_2 + \frac{0,85}{2R} S^2 - \frac{qc_2}{h_{3,2,1} \cdot 2R} S^2 + i_2 - v_1. \quad (11)$$

Введем обозначения:

$$h'_{1,2} = S \operatorname{ctg} Z_1 + \frac{0,85}{2R} S^2 + i_1 - v_2; \quad h'_{2,1} = S \operatorname{ctg} Z_2 + \frac{0,85}{2R} S^2 + i_2 - v_1 \quad (12)$$

С новыми обозначениями система равенств (11) принимает сокращенный вид

$$H_2 - H_1 = h'_{1,2} - \frac{qc_1 S^2}{2Rh_{\varepsilon_{1,2}}}; \quad H_1 - H_2 = h'_{2,1} - \frac{qc_2 S^2}{2Rh_{\varepsilon_{2,1}}}. \quad (13)$$

Здесь $h_{1,2}$, $h_{2,1}$ — приближенные превышения, полученные лишь с учетом коэффициента рефракции, равного 0,15, а величины

$$\Delta h_{1,2} = -\frac{qc_1 S^2}{2Rh_{\varepsilon_{1,2}}}; \quad \Delta h_{2,1} = -\frac{qc_2 S^2}{2Rh_{\varepsilon_{2,1}}} \quad (14)$$

поправки в превышения, вызванные аномальной частью градиента температуры или, точнее, аномальной рефракцией. Складывая почленно равенства (13) и подставляя значения q и среднего радиуса Земли R , получаем уравнения погрешностей вида

$$a_{1,2}c_1 + a_{2,1}c_2 - l_1 = v_{11,2}, \quad (15)$$

где

$$a_{1,2} = \frac{S^2}{22 \cdot 10^5 h_{\varepsilon_{1,2}}}; \quad a_{2,1} = \frac{S^2}{22 \cdot 10^5 h_{\varepsilon_{2,1}}}$$

коэффициенты; $l_1 = h'_{1,2} + h'_{2,1}$ — свободный член. Аналогичные уравнения можно составить для каждой стороны сети со взаимно измеренными зенитными расстояниями. Решая их под условием $[Pvv] = \min$ (за веса примем величины $P = \frac{\lambda/S^2}{1}$), опре-

Таблица 1

Значения эквивалентных высот и длин сторон

Названия направлений	h_{ε} прямое	h_{ε} обратное	S , м	Названия направлений	h_{ε} прямое	h_{ε} обратное	S , м
1—2	34,2	31,3	5971	1—5	33,9	22,1	9488
2—3	60,8	30,7	10548	1—6	32,7	38,7	9006
3—4	44,0	38,4	11771	1—7	41,2	36,6	14211
4—5	39,8	31,9	13152	2—4	39,6	39,5	16361
5—6	9,0	12,5	5796	2—6	50,1	43,5	10577
6—7	40,5	30,8	10119	2—7	49,9	55,9	10584
7—8	42,9	34,1	6555	2—8	37,5	41,6	10358
8—9	35,5	20,6	7495	2—9	36,5	32,2	11088
9—10	17,0	20,0	9923	2—10	27,0	25,1	12134
1—3	28,4	37,0	9341	3—10	28,1	18,0	10618
1—4	31,9	28,4	10750	7—9	47,5	27,2	13524

деляем неизвестные s на каждом пункте. Используя далее полученные значения s_i , найдем по формуле (14) поправки $\Delta h_{i,i\pm 1}$, а введя их в значения приближенных превышений $h'_{i,i+1}$, — исправленные превышения $h_{i,i+1}$. Применим изложенную методику для сети триангуляции 2-го кл., показанной на рисунке. Отметки всех пунктов сети были определены из геометрического нивелирования III кл. В той же сети теодолитом ОТ-02 четырьмя приемами измерены прямые и обратные зенит-

ные расстояния; стороны сети известны с относительной ошибкой порядка 1:50000, а высоты инструментов i и визирных целей v измерены с точностью ± 5 мм. Зенитные расстояния определяли в близполуденное время. Вычисление h_a выполняли численным интегрированием. Погрешности h_a не превышают $\pm 1 \dots \dots 2$ м. Значения h_a и длины сторон приведены в табл. 1.

Решая нормальные уравнения, найдем значения температурных градиентов c_i на высоте 1 м над подстилающей поверхностью на каждом пункте сети (табл. 2). Как видно из таблицы, практически на всех пунктах сети наблюдения выполнены при значительно большем падении температуры с высотой, чем это наблюдается при равновесной атмосфере. По-

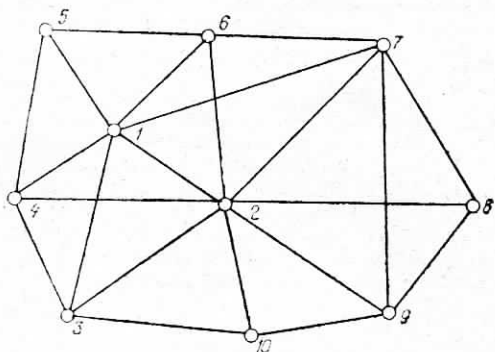


Схема экспериментальной сети.

скольку наблюдения выполняли в близполуденное время, то, как и следовало ожидать, вертикальные температурные градиенты адиабатические или сверхадиабатические.

Далее по формуле (14) вычислены поправки $\Delta h_{i,i\pm 1}$ и найдены исправленные превышения. Прямые и обратные превышения обработаны как двойные измерения и определены средние

Таблица 2
Значение температурных градиентов

Пункт сети	c_i	Пункт сети	c_i
1	-0,035	6	-0,642
2	-0,110	7	+0,078
3	+0,082	8	-0,207
4	-0,116	9	-0,097
5	-0,263	10	-0,176

квадратические погрешности приближенных и исправленных превышений. Они оказались соответственно равными $+0,38$ м и $\pm 0,15$ м. Таким образом, применение предложенной методики позволяет уменьшить среднюю квадратическую погрешность превышения в 2,5 раза, а вес превышений увеличить более чем в 6 раз. Разумеется, величина $\pm 0,15$ м (при средней длине линии сети 10 км) характеризует точность предлагаемого метода в случае одностороннего нивелирования. В действительности, метод предложен для двухстороннего нивелирования, и точность превышений будет значительно выше.

Для дальнейшего анализа найдены средние из прямых и обратных приближений и исправленных превышений. Точность этих превышений определена по истинным погрешностям. Средние квадратические погрешности средних приближенных и исправленных превышений оказались равными соответственно $\pm 0,18$ м и $\pm 0,12$ м. Такая оценка точности превышений, получаемых с применением предложенного метода, характеризует его наиболее полно, хотя и включает погрешности геометрического нивелирования III кл.

Следовательно, эффективность метода несомненна; целесообразны его дальнейшие детальные исследования.

Список литературы: 1. Джуман Б. М. Определение вертикального градиента температуры геодезическим методом при нейтральной стратификации в приземном слое воздуха. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1974, вып. 20. 2. Изогов А. А., Пеллинен Л. П. — Тр. ЦНИИГАиК, 1955, вып. 102. 3. Извеков М. М. Об учете эквивалентных высот при тригонометрическом нивелировании. — Геодезия и картография, 1977, № 3. 4. Матвеев Л. Т. Основы общей метеорологии. — Л.: Гидрометеиздат, 1965. 5. Йордан В., Эггерт О., Кнейсль М. Руководство по высшей геодезии. Ч. 2. — М.: Гидрометеиздат, 1963.

Работа поступила в редколлегию 17 января 1980 года.

УДК 528.27:551.1

Р. Р. ИЛЬКИВ

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ ОТ ВЫСОТЫ

Зависимость силы тяжести от высоты исследовали многие ученые как в нашей стране, так и за рубежом.

Численное изменение силы тяжести по вертикали, или вертикальный градиент силы тяжести $\frac{d^2 W}{dz^2} = \frac{dg}{dz}$, имеет большое значение для геодезии, геофизики и геологии.

Исследования ученых в этой области велись как по пути теоретического определения значения вертикального градиента по аномалиям силы тяжести, так и по пути непосредственного измерения величины $\frac{dg}{dz}$ с помощью специальных приборов.

Разработкой этих вопросов начали заниматься в конце прошлого столетия.

Теоретически вычисленный вертикальный градиент силы тяжести, или так называемый нормальный вертикальный градиент, для средней широты равняется $0,3086$ мгал/м (приближенно $\frac{dg}{dz} \approx \frac{2\gamma}{R}$). Для вычисления его используется γ — нор-